

کنترل آرایش حرکت گروهی از ربات بدون سرنشین خودمختار زیرسطحی در یک ساختار سوئیچ شونده همراه با تأخیر

مرتضی حق پرست^۱، احسان طاهری^{۲*}

^۱ دکتری برق قدرت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، m_haghparast@hotmail.com

^۲ دکتری برق کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، taheri.ehsan@mut-es.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
وجود ساختار ارتباطی سوئیچ شونده در یک سیستم چندعاملی باعث می شود که ماتریس های مجاورت، درجه و لاپلاسیان گروه و در نهایت مقدار ویژه فیدلر آن بطور مدام تغییر نموده و متعاقباً اجماع گروه را تحت تأثیر قرار دهند. در این تحقیق هدف طراحی پروتوکل اجماع مناسب جهت تحقق همگرایی گروهی و ایجاد یک آرایش حرکتی شش ضلعی در یک گروه از شناورهای بدون سرنشین زیرسطحی با در نظر گرفتن سوئیچینگ بین عاملها می باشد. برای این منظور ابتدا مدل ریاضی شش درجه آزادی غیر خطی هر ربات ارائه و سپس به کمک نظریه گرافها ارتباط بین عامل های گروه مدلسازی می شود. سپس الگوریتم کنترل اجماع رهبر-پیرو جهت شکل دهی یک آرایش شش ضلعی فی مابین ربات راهبر و ربات های پیرو طراحی می گردد. الگوریتم کنترل اجماع پیشنهادی طی چند دو سناریو متفاوت: ۱- سوئیچینگ بین توپولوژی ارتباطی ربات های پیرو، ۲- سوئیچینگ بین توپولوژی ارتباطی ربات های پیرو همراه با عامل تأخیر، مورد اعتبار سنجی قرار گرفته است.	<p>تاریخچه مقاله:</p> <p>تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۷/۱۴</p> <p>تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۹/۰۴</p> <p>کلمات کلیدی:</p> <p>ربات بدون سرنشین خودمختار زیرسطحی</p> <p>کنترل آرایش اجماع</p> <p>سیستم چند عاملی</p> <p>ساختار سوئیچ شونده</p>

Formation Control for a Group of Autonomous Underwater Vehicles Subject to Switching Topologies and Time Delay Factor

Mortaza Haghparast¹, Ehsan Taheri^{2*}

¹ PhD of Power Engineering, Malek Ashtar University of Technology; m_haghparast@hotmail.com

² PhD of Control Engineering, Malek Ashtar University of Technology; taheri.ehsan@mut-es.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 06 Oct. 2021

Accepted: 25 Nov. 2021

Keywords:

Autonomous Underwater Vehicle

Formation Control

Consensus

Multi-Agent System

Switching Topologies

ABSTRACT

The presence of switchable communication topologies in a multi-agent system causes the adjacency, degree, and Laplacian matrices of the group, and finally, its Fiedler eigenvalue, to constantly change, thereby affecting the group consensus. The key motivation of this study is to design an appropriate control law to achieve group consensus and create a hexagonal motion formation in a group of autonomous underwater vehicles by considering switching communication topologies between agents. For this purpose, first, the six degrees of freedom mathematical model of each AUV is presented and then the relationship between the agents of the group is modelled through the graph theory. The leader-follower consensus control algorithm is then designed to form a hexagonal arrangement between the leader and the follower robots. The proposed consensus control algorithm has been assessed in two different scenarios: 1- Switching communication topology between the follower robots, 2- Switching communication topology between the follower robots with time delay factor.

در سالیان اخیر با حصول پیشرفت‌های چشم‌گیر محقق شده در حوزه گلوگاهی خوداتکایی، طیف جدیدی از انتظارات از ربات‌های بدون سرنشین خودمختار مطرح شده است. جهت پاسخگویی به این انتظارات: ۱- افزایش سرعت پاسخگویی به نیاز کاربر، ۲- کاهش ریسک‌های نیروی انسانی، ۳- کاهش قیمت تمام شده هر عامل، ۴- افزایش منطقه عملیاتی تحت پوشش، ۵- افزایش احتمال موفقیت ماموریت با وجود از کار افتادن یک عامل و ... سیستم‌های چندعاملی مورد توجه محققان حوزه‌های مختلف قرار گرفته‌اند. به عبارت دیگر امکان پاسخگویی به انتظارات جدید مطرح شده و سناریوهای نوین تدوین شده به کمک یک عامل تنها در زمان مشخص و با کیفیت مدنظر دشوار بوده و لذا سیستم‌های چندعاملی مطرح می‌گردند. از نمونه‌های بارز سیستم‌های چندعاملی در طبیعت می‌توان به حرکت گروهی، پرندگان، آبزیان، چهارپایان، تک سلولی‌ها ... اشاره داشت. در این سیستم‌ها هر عامل ساختاری ساده و در عین حال ویژگی خاص خود را دارد، ولیکن جایگاه آن در گروه بسیار منسجم و هماهنگ با سایر اعضای گروه می‌باشد. بلطبع دستاوردهای گروه همچون امنیت، منابع غذایی، جهت‌یابی و ... برای تک‌تک اعضای گروه بسیار بیشتر از حالتی است که تک‌تک عامل‌ها بصورت مستقل رفتار می‌کنند. از جمله نمونه‌های سیستم‌های چند عاملی در جوامع بشری می‌توان به حرکت گروهی ماهواره‌ها بمنظور ایجاد میدان دید وسیع‌تر، سیستم‌های کنترل بزرگ‌راه‌ها و آزاد راه‌ها جهت استفاده حداکثری از ظرفیت موجود، طراحی دارو جهت مقابله با سلول‌های سرطانی، عملیات‌های جستجو و نجات توسط مجموعه‌ای از ربات‌ها، عملیات‌های نظارتی توسط گروهی از عامل‌ها، حمل پیلود و ... اشاره داشت، شکل ۱.

یک مسئله بسیار مهم در سیستم‌های چند عاملی، توانایی به اجماع رسیدن عامل‌ها بر روی یک پارامتر خاص می‌باشد. کنترل شکل‌دهی یا آرایش حرکت گروهی، زمانی در یک سیستم چندعاملی میسر می‌گردد که عامل‌های تشکیل دهنده گروه بتواند بر روی یک پارامتر خاص به اجماع برسند. این پارامتر خاص می‌تواند سرعت حرکت عامل‌ها در یک راستای خاص، زاویه یاء و پیچ حرکتی، ارتفاع حرکتی عامل‌ها، ... باشد. طراحی پروتوکل اجماع جهت همگرایی یک سیستم چند عاملی بر روی یک پارامتر خاص و شکل‌دهی آرایش حرکت در گروه، بدیل وجود ساختار ارتباطی سوئیچ شونده بین راهبر گروه و سایر عامل‌ها، دینامیک غیرخطی عامل‌ها، اغتشاشات محیطی و نویزهای اندازه‌گیری، پهنای باند محدود، زیرعملگر بودن عامل‌ها، کوپلینگ غیرخطی بین درجات آزادی ربات و ... یکی از حوزه‌های باز تحقیقاتی قلمداد می‌شود. این امر زمانی خاص‌تر و حادث‌تر می‌گردد که سیال در بر گیرنده محیط عملیاتی، رفتار متغیر با زمان و غیرقابل پیشبینی از

خود نشان دهد و نقشه از پیش تعیین شده‌ای برای محیط کاری در دست نباشد. علاوه بر موارد ذکر شده، زمان مدنظر جهت رسیدن به اجماع، رسیدن به یک آرایش مشخص و حفظ آن آرایش مشخص در طول انجام ماموریت و رهگیری یک مسیر مشخص، تغییر آرایش جهت عدم برخورد با موانع و بازیابی آرایش پس از عبور از موانع، لحاظ نمودن عامل تاخیر در اجماع پارامترها، اجماع پارامترها با وجود از دست دادن راهبر گروه، اجماع با در نظر گرفتن قطع و وصل شدن ارتباط بین عامل‌ها و تغییر توپولوژی ارتباطی، قابلیت اطمینان الگوریتم کنترل اجماع و تحمل‌پذیری خطا در آن به هنگام وقوع عیب در یک یا چند عامل گروه و ... از دیگر مسائلی جذاب در این حوزه می‌باشد.

در مرجع [۱] مسائلی اجماع خطی و غیرخطی برای شبکه‌ای از عوامل دینامیکی، با توپولوژی ثابت و سوئیچینگ بررسی شده است. مرجع [۲] یک مسئله‌ی اجماع رهبر- پیرو را در سامانه‌های چندعاملی مرتبه دوم با توپولوژی ثلثت و سوئیچینگ و همچنین تأخیرهای متغیر با زمان غیریکنواخت مورد بررسی قرار داده است. مرجع [۳] از روش‌هایی در حوزه زمان (قضیه لیاپانوف) و حوزه فرکانس (معیار پایداری نایکویست) استفاده کرده است تا به مطالعه الگوریتم‌های اجماع بدون راهبر و رهبر- پیرو، با تأخیرهای ارتباطی و ورودی، تحت توپولوژی شبکه جهت‌دار مرتبه اول و مرتبه دوم بپردازد. در مرجع [۴] یک پروتکل اجماع جدید، بدون استفاده از اطلاعات سرعت عوامل همسایه ارائه شده است. توپولوژی سوئیچ‌شونده تصادفی و تأخیر ارتباط تصادفی که در سیگنال سوئیچینگ و همچنین تبادل اطلاعات موقعیت وجود دارد، توسط دو زنجیره مارکوف با استقلال متقابل، تحت کنترل قرار گرفته است. مرجع [۵] مسئله پایداری اجماع رهبر- پیرو و همچنین پایداری سامانه‌های چندعاملی با تأخیرهای متغیر با فاصله زمانی را مد نظر قرار داده است. در مرجع [۶] مسئله اجماع تصادفی برای سامانه‌های چندعاملی خطی و نامتغیر با زمان، بر روی شبکه‌های سوئیچ‌شونده مارکوفین با تأخیرهای متغیر با زمان و عدم قطعیت توپولوژی، بررسی شده است. مرجع [۷] روش میانگین‌یابی قطعی را به حالت تصادفی که شامل نویز سفید ارتباطی و توپولوژی شبکه سوئیچ‌شونده مارکوفین است، تعمیم داده است. در این مرجع شرط اجماع برای یک سامانه شبکه مبتنی بر نابرابری‌های ماتریس خطی که تحت تأثیر تأخیرهای متغیر با زمان و توپولوژی سوئیچ‌شده قرار دارد، بررسی شده است. مرجع [۸] نیز روش جدیدی را برای تحلیل اجماع سامانه‌های چندعاملی با ورودی‌های کنترلی که تحت تأثیر تأخیرهای متغیر با زمان و توپولوژی متغیر قرار دارند، ارائه می‌دهد. مرجع [۹] نتایج کلی و کاربردی پایداری یکنواخت، پایداری مجانبی یکنواخت و پایداری نمایی سامانه‌ها را با استفاده از تئوری کنترل تکانه‌ای و برخی استدلال‌های مقایسه‌ای تعیین می‌نماید.

همبند بین AUV راهبر و هریک از AUV های پیرو و همچنین با لحاظ نمودن عامل تاخیر. بطور خلاصه مهم ترین دستاوردهای این پژوهش عبارتند از:

۱- طراحی پروتکل اجماع برای یک سیستم چندعاملی متشکل از یک AUV راهبر و شش AUV پیرو، بمنظور شکل دهی آرایش حرکتی شش ضلعی و حفظ آرایش در زمان رهگیری مسیر مرجع مارپیچ سه بعدی.

۲- تضمین آرایش حرکتی شش ضلعی سه بعدی و حفظ آن، با وجود سوئیچینگ ارتباطی فی ما بین AUV های پیرو (در نظر گرفتن قطع و وصل شدن ارتباط بین عامل ها و تغییر توپولوژی ارتباطی) در دو حالت با و بدون در نظر گرفتن عامل زمانی تاخیر.

برای این منظور ابتدا در بخش دوم، بصورت مختصر و صرفاً جهت حفظ پیوستگی مطالب مدل ریاضی سینماتیکی، دینامیکی و معادلات حرکت هر عامل (AUV) معرفی شده، سپس پارامترها اصلی، برخی از ضرایب هیدرودینامیکی و دستگاه های مختصات بدنی و اینرسی مورد استفاده در شبیه سازی های معرفی می گردند. در بخش سوم ارتباط بین عامل ها به کمک نظریه گراف مدل شده و قانون کنترل اجماع طراحی می گردد. در بخش چهارم موقعیت ابتدایی هریک از هفت AUV عضو گروه مشخص شده و مسیر مرجع سه بعدی که AUV راهبر آن را رهگیری می کند طراحی می گردد. سپس توانایی گروه در شکل دهی یک آرایش حرکتی شش ضلعی و حفظ آن در تعقیب یک مسیر هذلولی سه بعدی در دو حالت: ۱- سوئیچینگ بین عامل ها و بدون حضور عامل تاخیر و ۲- سوئیچینگ بین عامل ها با حضور عامل تاخیر بررسی می گردد. در نهایت در بخش پنجم به جمع بندی و نتیجه گیری موضوع خواهیم پرداخت.

۲ - معادلات حاکم بر حرکت

همان طور که در شکل ۲ و جداول ۱ و پیوست دیده می شود، مدل دینامیک AUV را می توان با ۶ درجه آزادی (DOF) در دستگاه مختصات اینرسی و دستگاه مختصات متصل به بدنه توصیف کرد، [۱۳، ۱۴]. در این مطالعه، فرضیات ذیل لحاظ شده است:

۱- AUV های تشکیل دهنده گروه از نوع پرتابل توسط نفر و استوانه ای شکل هستند، جدول ۲.

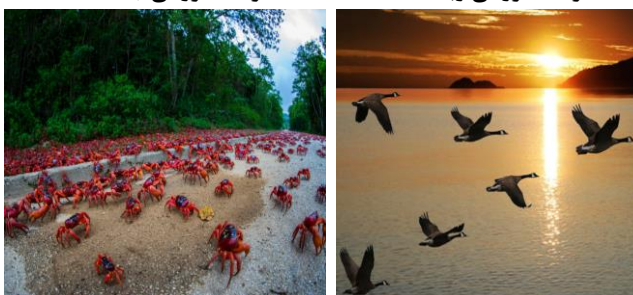
۲- تمامی AUV ها هم در صفحه ای افقی و هم در صفحه ای عمودی تقارن دارند.

۳- چرخش حول محور x (roll) به کمک اختلاف بین مرکز جرم و مرکز حجم ربات خنثی می گردد، لذا تأثیر کمی بر حرکت انتقالی داشته و در لذا در مدل سرعت رول (p) نادیده گرفته می شود.



۱-۱- حرکت گروهی ربات ها

۱-۲- حرکت گروهی جنگده ها



۱-۳- حرکت گروهی پرند ه ها

۱-۴- حرکت گروهی خرچنگ ها

مرجع [۱۰] توپولوژی ارتباطات را به دو قسمت مختلف سوئیچ شونده تقسیم می کند. سپس یک الگوریتم اجماع برای حل مسئله کنترل مختصات AUV های چندگانه بدون راهبر با دو توپولوژی ارتباطی سوئیچینگ مستقل مارکوفین و تأخیرهای متغیر بازمان در سنسورهای زیر آب ارائه می نماید. در مرجع [۱۱] سامانه تحت تأثیر پردازش داده و تأخیرهای زمانی ارتباطی ناهمگام قرار می گیرد. پس از آن، اجماع سامانه اشباع شده مرتبه دوم با دینامیک غیر سوئیچ شونده که می توان آن را با یک نمودار جهت دار نشان داد، ارائه می گردد. مرجع [۱۲] به مطالعه قوانین سوئیچینگ می پردازد که برای حفظ پایداری سامانه های غیرخطی سوئیچ شونده، در دو حالت پایدار و ناپایدار طراحی شده است. تأخیرهای زمانی در نظر گرفته شده، شامل تأخیرهای محدود و نامحدود است.

در این تحقیق هدف طراحی الگوریتم کنترل اجماع، برای گروهی متشکل از هفت ربات های بدون سرنشین خودمختار زیرسطحی جهت ایجاد آرایش شش ضلعی با وجود ساختار ارتباطی سوئیچ شونده و عامل تاخیر می باشد. در این گروه یک AUV راهبر بوده و به مسیر مرجع دسترسی دارد و شش AUV پیرو بوده و وظیفه تشکیل آرایش شش ضلعی و حفظ آن در حین رهگیری مسیر مرجع را برعهده دارند. مسیر مرجع یک مارپیچ سه بعدی می باشد. بین AUV راهبر و هر یک از AUV های پیرو یک گراف جهت دار همبند وجود خواهد داشت. برای این منظور دو سناریوی تست تعریف گردید:

۱- شکل دهی آرایش حرکتی شش ضلعی با وجود ساختار ارتباطی سوئیچ شونده فی مابین AUV های پیرو و با فرض وجود یک گراف همبند و بدون حضور تاخیر.

۲- شکل دهی آرایش حرکتی شش ضلعی با وجود ساختار ارتباطی سوئیچ شونده فی مابین AUV های پیرو و با فرض وجود یک گراف

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -M^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J(\eta)v \\ W(v)v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\gamma(\xi) \end{bmatrix} u_{\tau} \quad (3)$$

بنابراین مدل غیرخطی AUV به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= p(\xi) + q(\xi)u_{\tau} \\ \mu &= r(\xi) \end{aligned} \quad (4)$$

که در این رابطه

$$\begin{aligned} \xi &= [\eta^T, v^T]^T \\ p(\xi) &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -M^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J(\eta)v \\ W(v)v \end{bmatrix} = [p_i(\xi)]^T, \quad i = 1, 2, \dots, 10 \\ q(\xi) &= \begin{bmatrix} M^{-1}\gamma(\xi) \end{bmatrix} = [q_{ij}(\xi)]_{10 \times 10}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 10 \\ r(\xi) &= \eta \end{aligned}$$

لم یک: یک سامانه می تواند با روش خطی سازی فیدبک خطی شود، در صورتی که شرایط زیر تأمین گردد [۱۶]:

(۱) ابعاد ورودی همانند ابعاد خروجی باشد.

(۲) سامانه دارای درجه نسبی $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ است.

(۳) مجموع درجه نسبی همانند بعد سامانه است.

با ترکیب $q_{ij}(\xi)$ در معادله ۴، ماتریس $\Gamma(\xi)$ را می توان با ویژگی مشتق لی تعیین کرد. این مشتق به صورت زیر بیان می شود [۱۶]:

$$\Gamma(\xi) = L_{q_i} L_p r_j(\xi) = \begin{bmatrix} q_{6,1} \cos \psi \cos \theta & -q_{7,2} \sin \psi & q_{8,3} \cos \psi \sin \theta & 0 & 0 & 0 \\ q_{6,1} \sin \psi \cos \theta & q_{7,2} \cos \psi & q_{8,3} \sin \psi \sin \theta & q_{9,3} \cos \theta & 0 & 0 \\ -q_{6,1} \sin \theta & 0 & q_{8,3} \cos \theta & 0 & q_{10,2} / \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & q_{9,3} & 0 & 0 & 0 \\ q_{8,4} \cos \psi \sin \theta & -q_{7,5} \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_{8,4} \sin \psi \sin \theta & q_{7,5} \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_{8,4} \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_{9,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{10,5} / \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

با توجه به معادله ۴، $q_{ij}(\xi)$ عددی مخصوص را می توان محاسبه کرد؛ بنابراین، $\Gamma(\xi)$ یک ماتریس ناویژه است و درجه نسبی سامانه به صورت زیر محاسبه می شود [۱۶]:

$$\rho_1 = 2, \quad \rho_2 = 2, \quad \rho_3 = 2, \quad \rho_4 = 2, \quad \rho_5 = 2 \quad (6)$$

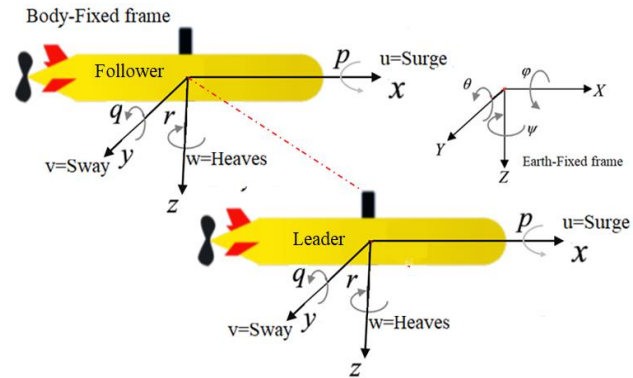
بنابراین، $\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 + \rho_5 = 10$ که همان ابعاد سامانه است. طبق لم یک، مدل غیرخطی AUV را می توان با روش خطی سازی فیدبک خطی کرد و تغییر مختصات جدید عبارت است از:

$$\begin{aligned} x &= [r_1(\xi) \quad r_2(\xi) \quad r_3(\xi) \quad r_4(\xi) \quad r_5(\xi)] \\ v &= [L_p r_1(\xi) \quad L_p r_2(\xi) \quad L_p r_3(\xi) \quad L_p r_4(\xi) \quad L_p r_5(\xi)] \end{aligned} \quad (7)$$

که ورودی کنترل، در سامانه خطی جدید به این صورت تعریف می شود:

$$u = T(\xi) + \Gamma(\xi)u_{\tau} \quad (8)$$

که در این رابطه $T(\xi) = [L_p^2 r_1(\xi) \quad L_p^2 r_2(\xi) \quad L_p^2 r_3(\xi) \quad L_p^2 r_4(\xi) \quad L_p^2 r_5(\xi)]$ از آنجایی که عبارت $T(\xi)$ بیش از حد پیچیده است، در خارج از اینجا نوشته نخواهد شد. بنابراین، ورودی کنترل واقعی به صورت $u_{\tau} = \Gamma^{-1}(\xi)(u - T(\xi))$ محاسبه می شود.



شکل ۲- دستگاه مختصات اینرسی و بدنی در توصیف مختصات AUV راهبر و پیرو

جدول ۱- پارامترها و نمادها در دستگاه مختصات اینرسی و دستگاه مختصات متصل به بدنه

درجه آزادی	توضیحات	نیرو و ممان	سرعت خطی و زاویه ای	موقعیت و وضعیت
۱	حرکت انتقالی در راستای محور X	X	u	x
۲	حرکت انتقالی در راستای محور Y	Y	v	y
۳	حرکت انتقالی در راستای محور Z	Z	w	z
۴	حرکت دورانی در راستای محور X	K	p	ϕ
۵	حرکت دورانی در راستای محور Y	M	q	θ
۶	حرکت دورانی در راستای محور Z	N	r	ψ

این مدل برای همه ی AUV ها از جمله AUV راهبر مورد استفاده قرار می گیرد. نمادها و پارامترهای به کار رفته، مطابق با سامانه توصیه شده توسط اجلاس بین المللی دریایی و بولتن اصطلاحات انجمن کشتی سازی و مهندسی دریایی (SNAME) است. در این مدل از دستگاه مختصات دکارتی راست گرد استفاده شده است، جدول ۱.

معادله سینماتیکی و دینامیکی AUV ها به شرح زیر است:

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (1)$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau \quad (2)$$

که در این رابطه $\eta = [x \ y \ z \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^5$ نشان دهنده ی موقعیت و وضعیت AUV و $J(\eta)$ ماتریس انتقال از دستگاه متصل به بدنه به دستگاه اینرسی است. بردار $v_i = [u_i, v_i, w_i, q_i, r_i]^T \in \mathbb{R}^5$ نشان دهنده ی سرعت انتقالی و دورانی AUV ام است. ماتریس M نشان دهنده ماتریس اینرسی، $C(v)$ نشان دهنده ماتریس کوریولیس و $D(v)$ نشان دهنده ماتریس میرایی است. ماتریس $g(\eta)$ نیز بردار نیروها گرانشی و شناوری را مشخص می کند. ماتریس τ ، ورودی کنترل است. مدل AUV یک مدل غیرخطی و کوپل شده است که می توان از روش خطی سازی فیدبک برای تبدیل آن به یک مدل خطی استفاده کرد [۱۵]. روند انجام این کار به شرح زیر است. مدل ریاضیاتی یک AUV را می توان به صورت زیر نمایش داد:

در شکل ۳ یک شبکه ارتباطی فی مابین ۵ AUV با دو توپولوژی رینگ و ستاره معرفی شده است. ماتریس‌های مجاورت، درجه و لاپلاسیان در توپولوژی ارتباطی رینگ بصورت ماتریس‌های ۱۱ و در توپولوژی ارتباطی ستاره بصورت ۱۲ خواهد شد:

$$A_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}, D_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (11)$$

$$L_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A_S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}, D_S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

$$L_S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

ماتریس درجه نشان می‌دهد که هر AUV در توپولوژی رینگ با دو همسایه خود در تماس است، در حالی که در توپولوژی ستاره با چهار همسایه در تماس است. شماره همسایه مد نظر در ماتریس مجاورت مشخص می‌گردد. همچنین مجموع درایه‌های هر سطر ماتریس لاپلاسیان با توجه به دو جهت بودن ارتباط بین عامل‌ها برابر صفر می‌باشد. مقادیر ویژه هریک از توپولوژی‌های ارتباطی پیشنهادی رینگ و ستاره بصورت ذیل خواهد شد.

$$Eigenvalues_s = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \end{bmatrix}, Eigenvalues_r = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.382 \\ 1.382 \\ 3.618 \\ 3.618 \end{bmatrix} \quad (13)$$

۳- مدل‌سازی توپولوژی ارتباطی

از ترکیب این رابطه با معادلات ۷ و ۸، مدل دینامیکی خطی‌سازی شده با فیدبک AUV را می‌توان به فرم انتگرال‌گیر استاندارد درجه دوم به دست آورد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= u_i \end{aligned} \quad (9)$$

که در این رابطه، $x_i, v_i, u_i \in \mathbb{R}^5$ هستند.

۳- مدل‌سازی توپولوژی ارتباطی AUV هابه کمک نظریه گراف

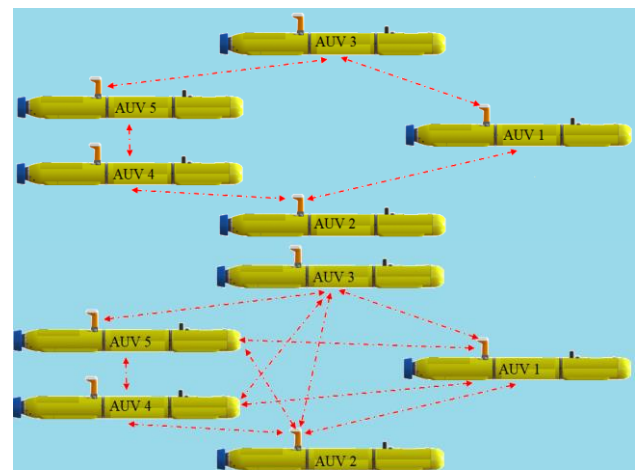
در سیستم‌های چندعاملی بمنظور مدل‌سازی ارتباطات حاکم فی ما بین عامل‌ها از نظریه گراف استفاده می‌گردد. هر گراف توسط یک زوج $G=(V, E)$ نمایش داده می‌شود که $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ مجموعه گره‌ها و $E=(v_i, v_j) \subseteq V \times V$ مجموعه یال‌ها می‌باشد. عامل‌های همسایه v_i که با آن تبادل اطلاعات دارند را با $N_i = \{v_j : (v_i, v_j) \in E\}$ مشخص می‌نمایند. چنانچه متناظر با هر لبه گراف یک ضریب وزنی مطلقاً مثبت تعریف گردد، ماتریس‌های مجاورت، درجه و لاپلاسیان بصورت ذیل معرفی می‌گردند:

$$A = [a_{ij}] \Leftrightarrow \begin{cases} a_{ij} > 0 & (v_i, v_j) \in E \\ a_{ij} = 0 & (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

$$D = \begin{cases} \sum_{j=1}^N a_{ji} & i = j \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (10)$$

$$L = D - A$$

دو پارامتر: ۱- همگرایی و ۲- پایداری شبکه را می‌توان با بررسی مقادیر ویژه ماتریس‌های فوق بررسی نمود. در حالت کلی هرچه گراف شبکه کامل‌تر باشد، یعنی ارتباط بین عامل‌ها بیشتر باشد، مقدار ویژه دوم ماتریس لاپلاسیان (فیدلر) بزرگتر و متعاقباً سرعت همگرایی افزایش می‌یابد. ولیکن در مقابل، پایداری سیستم نسبت به تغییر توپولوژی ارتباطی (سوئیچینگ) و یا عامل تاخیر کم‌تر می‌گردد.



شکل ۳- توپولوژی ارتباطی رینگ (بالا) و ستاره (پایین)

در این رابطه، u_i ورودی کنترل آیین AUV است که فقط از اطلاعات حالت همسایگان آن استفاده شده است. پارامترهای K_{pi} ، K_{vi} ، K_{pmi} و k_{vmi} بهره‌های پروتکل هستند؛ $v_i(t) \in \mathbb{R}^n$ و $p_i(t) \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب موقعیت و سرعت آیین AUV در زمان t هستند. در زمان t همسایگان آیین AUV $a_{ij}(t) > 0$ اگر آیین AUV i با آیین AUV j در زمان t در ارتباط دارد و در غیر این صورت، $a_{ij}(t) = 0$ است. پارامتر $c_m(t)$ وزن ارتباطی بین AUV راهبر و آیین AUV است که توسط ماتریس قطری $C = \text{diag}\{c_1, c_2, \dots, c_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ توصیف می‌شود و پارامترهای τ_1 و $\tau_2(t)$ نیز به ترتیب تأخیرهای ورودی و ارتباطی را نشان می‌دهند که τ_1 ثابت و $\tau_2(t)$ تابع مداوم متغیر بازمان است. قوانین کنترل (۱۷) و (۱۸) به نحوی تعریف شده‌اند که وضعیت همه AUV ها، به AUV راهبر همگرا گردد، [۱۶]. در مرجع فوق همگرایی روش فوق به ازای $K_{pi} = K_{vi} = K_{pmi} = K_{vmi}$ به تفصیل بررسی و اثبات شده است. اما همان‌طور که قبلاً بیان شد، قوانین کنترل (۱۷) و (۱۸) به دلیل همگرایی شدن موقعیت تمام AUV ها به موقعیت AUV راهبر، باعث برخورد AUV ها با یکدیگر می‌شوند. برای رفع این مشکل، می‌توان با اصلاح قانون کنترل (۱۸)، موقعیت AUV ها را به نحوی کنترل نمود که به یک آرایش چندضلعی پیرامون AUV راهبر دست یابند. قانون کنترل اصلاح شده پیشنهادی عبارت است از:

$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} a_{ij}(t) \left(K_{pi} (p_i(t - \tau_1) - p_j(t - \tau_1) - \tau_2) d_{ij}(\theta, \psi) \right) + K_{vi} (v_i(t - \tau_1) - v_j(t - \tau_1 - \tau_2) d_{ij}(\theta, \psi)) - c_i(t) \left(K_{pmi} (p_i(t - \tau_1) - p_m(t)) d_{im}(\theta, \psi) \right) + K_{vmi} (v_i(t - \tau_1) - v_m(t) d_{im}(\theta, \psi)) \quad (19)$$

که در این رابطه، $d_{ij}(\theta, \psi)$ موقعیت شناور آیین نسبت به شناور آیین i و $d_{im}(\theta, \psi)$ موقعیت شناور آیین نسبت به AUV راهبر است و بسته به آرایش AUV ها، مقدار آنها بر حسب θ و ψ به دست می‌آید. پارامترهای $d_{ij}(\theta, \psi)$ و $d_{im}(\theta, \psi)$ نیز به ترتیب مشتقات زمانی $d_{ij}(\theta, \psi)$ و $d_{im}(\theta, \psi)$ هستند.

۳-۲- طراحی آرایش حرکتی شش ضلعی

ساختار گروه AUV های چندگانه از هفت ربات خودمختار بدون سرنشین زیرسطحی شامل یک راهبر و شش پیرو تشکیل شده است. در ساختار سوئیچینگ، یک عامل به عنوان راهبر انتخاب شده و به مسیر مرجع دسترسی خواهد داشت و سایر عوامل از آن پیروی می‌کنند؛ اما نکته مهم، تغییر مکرر توپولوژی ارتباطی میان AUV ها می‌باشد. در این ساختار ممکن است AUV راهبر با هریک از AUV ها در ارتباط بوده و یا ارتباط آن قطع گردد؛ اما لازم است که میان هر AUV پیرو و AUV راهبر، حداقل یک مسیر ارتباطی

در این قسمت ابتدا الگوریتم کنترل اجماع بمنظور شکل دهی آرایش حرکت گروهی، متشکل از هفت AUV با توپولوژی سوئیچ شونده و تأخیر زمانی معرفی می‌شود. سپس به معرفی مسیری مرجع در اختیار AUV راهبر و آرایش شش ضلعی مد نظر خواهیم پرداخت. سامانه AUV های چندگانه در قالب یک توپولوژی با تغییرات تصادفی عمل می‌نمایند. فرض بر این است که توپولوژی اتصال AUV ها، سوئیچینگ از نوع مارکوفین است که زنجیره مارکوف توصیف کننده فرآیند سوئیچینگ، دارای توزیع احتمال ایستا است. از آنجاکه گراف متغیر بازمان است، فرض می‌شود که M حالت ممکن برای گراف وجود داشته و توپولوژی شبکه میان آن‌ها جابجا می‌شود.

۱-۳- طراحی پروتکل اجماع

در سامانه متشکل از چندین AUV، بردار حالت حرکت آیین AUV در زمان t به صورت $x_i(t)$ و بردار حالت حرکت AUV راهبر اصلی $x_m(t)$ است. اگر موقعیت شناور راهبر، به عنوان نقطه‌ای در نظر گرفته شود که همه AUV ها باید به آن برسند، می‌توان بیان داشت که با برقرار شدن رابطه‌ی (۱۴)، اجماع گروهی به پایداری رسیده و AUV ها به طور مداوم و پایدار ربات راهبر را دنبال خواهند کرد، [۱۶].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_m(t)\| = 0 \quad (14)$$

با توجه به معادله دینامیکی (۹)، الگوریتم اجماع برای دینامیک AUV راهبر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}_m(t) = v_m(t) \quad (15)$$

$$\dot{v}_m(t) = u_m(t)$$

دینامیک گروه AUV ها که دارای چندین توپولوژی مستقل هستند نیز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t) \quad (16)$$

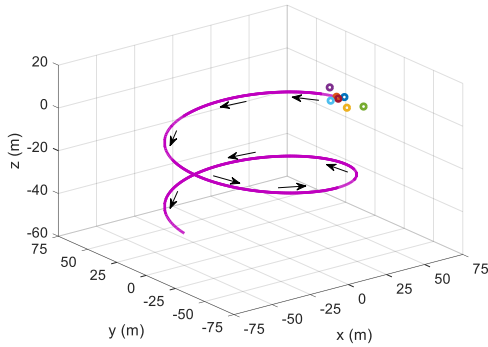
$$\dot{v}_i(t) = u_i(t)$$

یک گروه از AUV های چندگانه را در نظر بگیرید که هر AUV به عنوان یک گره در یک گراف G در نظر گرفته شده است. با استفاده از دینامیک استاندارد انتگرال گیر دوگانه AUV ها در معادله (۹)، پروتکل اجماع را می‌توان بر اساس الگوریتم اجماع به شرح زیر طراحی نمود:

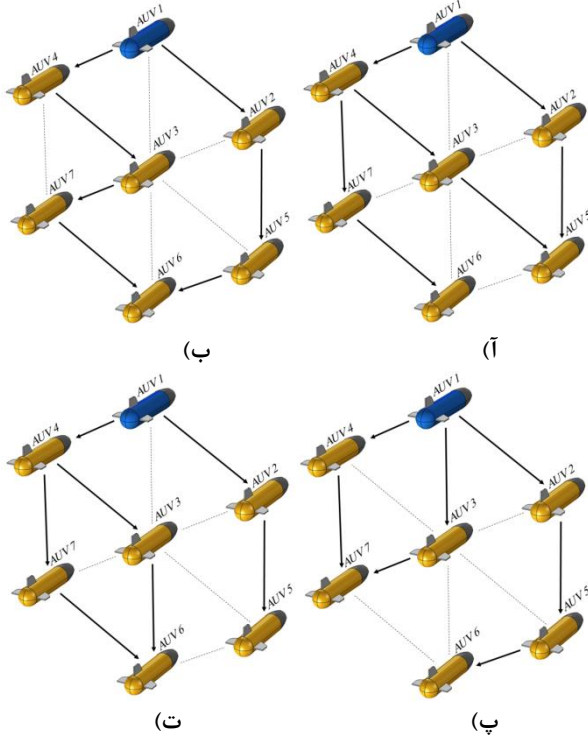
$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} a_{ij}(t) \left(K_{pi} (p_i(t) - p_j(t)) + K_{vi} (v_i(t) - v_j(t)) \right) - c_i(t) \left(K_{pmi} (p_i(t) - p_m(t)) + K_{vmi} (v_i(t) - v_m(t)) \right) \quad (17)$$

محدودیت‌های ارتباطی محدود به آسانی منجر به تأخیر زمانی می‌شود. الگوریتم اجماع با در نظر گرفتن تأخیر زمانی توسط روابط زیر به دست می‌آید:

$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} a_{ij}(t) \left(K_{pi} (p_i(t - \tau_1) - p_j(t - \tau_1 - \tau_2)) + K_{vi} (v_i(t - \tau_1) - v_j(t - \tau_1 - \tau_2)) \right) - c_i(t) \left(K_{pmi} (p_i(t - \tau_1) - p_m(t)) + K_{vmi} (v_i(t - \tau_1) - v_m(t)) \right) \quad (18)$$



شکل ۵- مسیر حرکت مرجع و موقعیت اولیه AUVها



شکل ۶- چهار توپولوژی‌های ارتباطی ممکن در سناریوی اول با آرایش شش ضلعی

۴- سناریو تست

به منظور اعتبارسنجی و اعتبار بخشی به پروتوکل اجماع طراحی شده، دو سناریو تست ذیل پیشنهاد می‌گردد:

۱- سناریو اول: آرایش شش ضلعی و رهگیری مسیر مرجع حلزونی سه بعدی با وجود توپولوژی ارتباطی سوئیچ شونده بین AUVهای پیرو و بدون حضور عامل تاخیر.

۲- سناریو دوم: آرایش شش ضلعی و رهگیری مسیر مرجع حلزونی سه بعدی با وجود توپولوژی ارتباطی سوئیچ شونده بین AUVهای پیرو و با در نظر گرفتن عامل تاخیر.

۴-۱- سناریو اول

در این سناریو هفت AUV با آرایش شش ضلعی و گراف ارتباطی سوئیچنگ، مسیر حلزونی نشان داده شده در شکل ۵ و معادله ۲۰ را دنبال می‌کنند. شکل ۶ و ۷، مجموعه توپولوژی‌های ارتباطی ممکن میان AUVها را نمایش می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، در هر

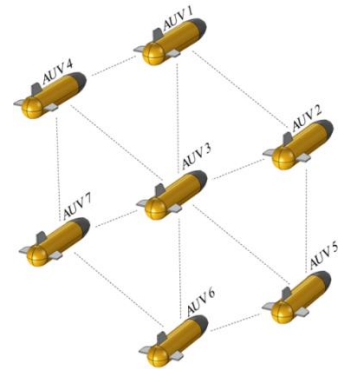
جدول ۲- وضعیت و سرعت اولیه AUVها

	وضعیت اولیه	سرعت اولیه
AUV1	$[50 \ 0 \ 0 \ -\pi/9 \ \pi/2]$	$[0.5 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV2	$[56 \ -1 \ -6 \ -\pi/18 \ \pi/4]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV3	$[44 \ -2 \ 6 \ \pi/18 \ 2\pi/3]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV4	$[60 \ -10 \ -4 \ \pi/9 \ \pi]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV5	$[40 \ -8 \ 2 \ -\pi/18 \ 0]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV6	$[45 \ -8 \ 2 \ -\pi/18 \ 0]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$
AUV7	$[49 \ -8 \ 2 \ -\pi/18 \ 0]$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]$

مستقیم یا غیرمستقیم وجود داشته باشد. این شرط، دستیابی همه‌ی عوامل به مسیر مرجع را تضمین می‌نماید. در ادامه، کنترل اجماعی AUVهای چندگانه با ساختار سوئیچنگ و در دو حالت مختلف در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی می‌شود. در این شبیه‌سازی‌ها، هفت AUV با آرایش شش ضلعی و گراف ارتباطی سوئیچنگ، یک مسیر حلزونی شکل را دنبال می‌کنند. شکل ۴ نحوه‌ی قرار گرفتن AUVها در آرایش شش ضلعی و شکل ۵ مسیر حرکت و موقعیت اولیه آنها را نمایش می‌دهد. مسیر مرجع، یک مسیر حلزونی (مارپیچ) شکل سه‌بعدی است که با معادلات ۲۰ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} x(t) &= 50 \cos(0.002\pi t), y(t) = 50 \sin(0.002\pi t), \\ z(t) &= -0.03t \end{aligned} \quad (20)$$

زوایای $\theta(t)$ و $\psi(t)$ نیز به‌صورتی در نظر گرفته می‌شوند که AUVها بر مسیر حرکت مماس باشند. جدول ۲ نیز وضعیت و سرعت اولیه‌ی AUVها را مشخص می‌کند.



شکل ۴- نحوه‌ی قرار گرفتن AUVها در آرایش شش ضلعی

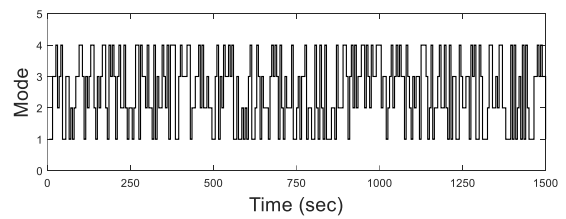
دارای تفاضل ثابت و در راستای محورهای θ و ψ با یکدیگر برابر است.

شکل ۱۱، مسیر سه بعدی حرکت AUVها را توصیف کرده و به طور شهودی تر، کل فرآیند اجماع، شکل دهی و رهگیری مسیر مرجع را نمایش می دهد. همان طور که در این شکل دیده می شود، AUV راهبر مسیر مرجع را دنبال کرده و شش AUV به آن همگرا می شوند و سپس با آن همراه می گردند. بنابراین، با استفاده از این شکل می توان دریافت که با به کارگیری روش کنترل اجماع پیشنهادی، گروه AUVها با حفظ آرایش خود مسیر مورد نظر را در حالت سه بعدی دنبال کرده و به مقصد رسیده اند. در این حالت می توان گفت که مأموریت اجماع، شکل دهی حرکت و رهگیری مسیر مرجع AUVها به پایان رسیده است.

۲-۴- سناریو دوم

سناریو دوم از منظر تعداد اعضای تشکیل دهنده گروه، اجماع، شکل دهی حرکت و رهگیری مسیر مرجع همانند سناریو اول است. منتها در این سناریو تأثیر تأخیر عملگرها بر همگرایی سیستم بررسی شده است. به منظور بررسی دینامیک مدل نشدهی عملگرها، فرض می شود که هر یک از آنها دارای ۲ S تأخیر بوده و شبیه سازی ها تکرار می شود. شکل ۱۲ مسیر حرکت AUVها در این شبیه سازی را نمایش می دهد. مشاهده می شود که تأخیر عملگرها، زمان همگرایی عاملها را شادایدا تحت تأثیر قرار می دهد.

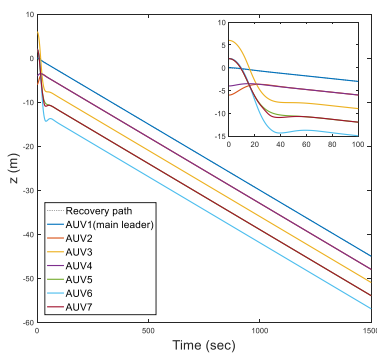
چهار ساختار ارتباطی، AUV1 راهبر اصلی بوده و مستقیماً به مسیر مرجع دسترسی دارد.



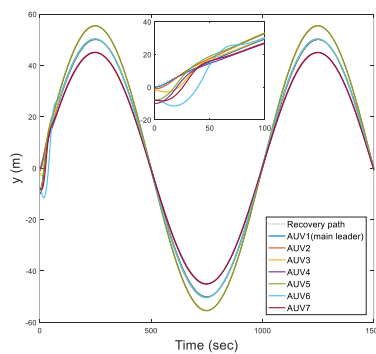
شکل ۷- نمودار تغییر حالت توپولوژی ارتباطی AUVها در سناریوی اول

با اجرای شبیه سازی در محیط سیمولینک نرم افزار متلب، شکل ۸ موقعیت و وضعیت AUVها را در خلال فرآیند اجماع را توصیف می کند. در این شبیه سازی مشاهده شد که حداکثر خطای ردیابی مسیر برای AUV راهبر و AUVهای پیرو به ترتیب برابر 0.102 m و 0.450 m است. همچنین، نوسانات و حالات گذرای موقعیت AUV راهبر و AUVهای پیرو به ترتیب در مدت زمان ۷۰ S و ۱۰۰ S میرا می شود. علاوه بر این، ملاحظه می شود که اگرچه موقعیت AUVها در راستای محورهای x ، y و z با یکدیگر برابر نیست، اما فاصله و جهت AUVها یکسان بوده و بنابراین، شرط کنترل اجماعی برقرار مانده است.

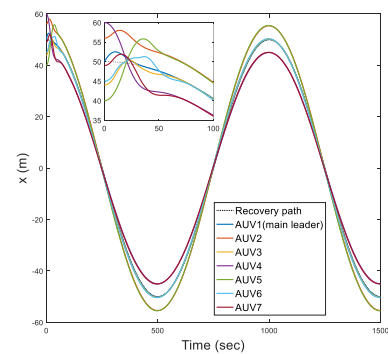
در شکل ۹، مؤلفه های مختلف سرعت AUVها و در شکل ۱۰، سیگنال های کنترلی آنها در خلال روند بازبایی نشان داده شده است. ملاحظه می شود که سرعت در مدت زمانی کمتر از ۱۰۰ S به یک مقدار ثابت همگرا شده و نوسانات آن میرا می شود. همچنین دیده می شود که سرعت AUVها در راستای محورهای x ، y و z



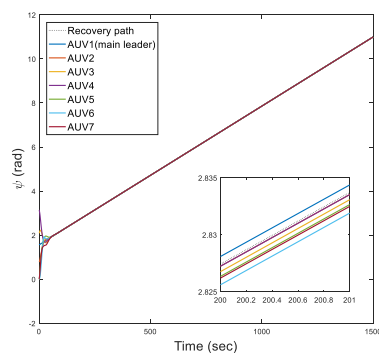
(پ)



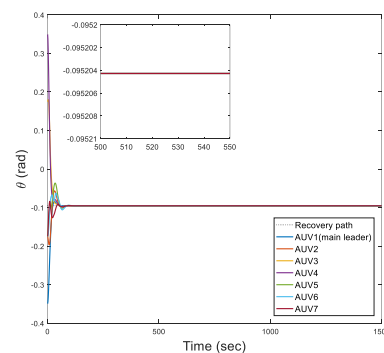
(ب)



(آ)

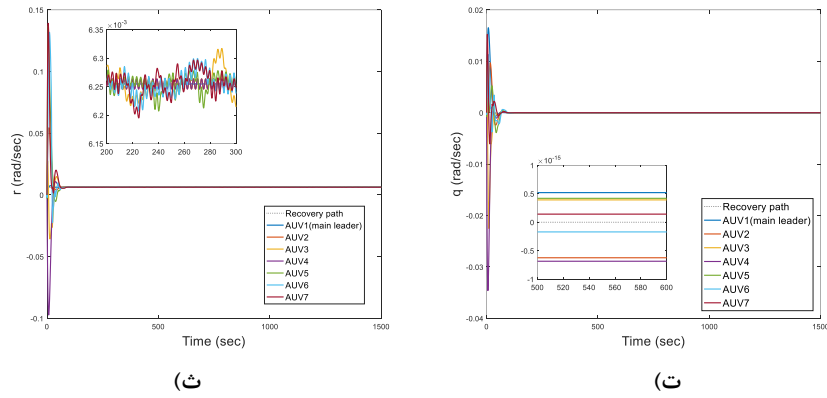
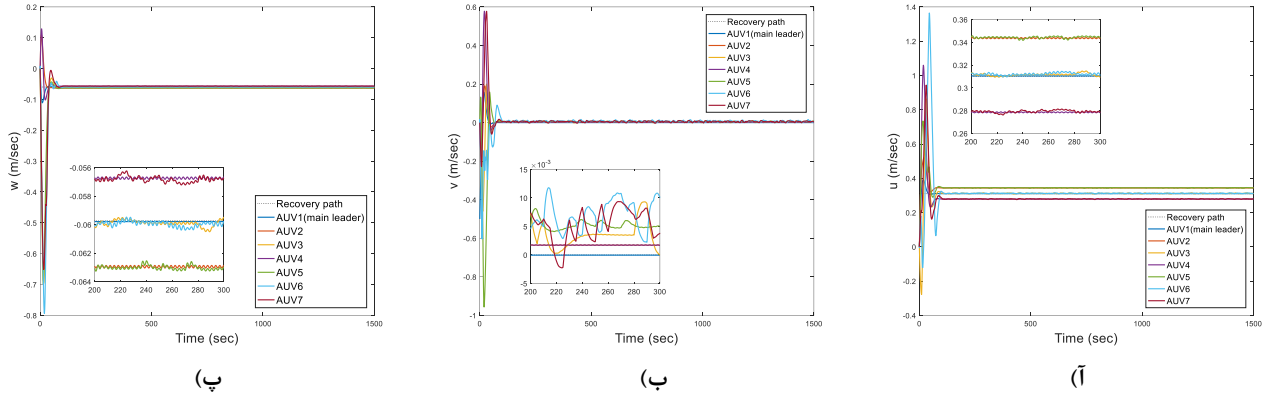


(ث)

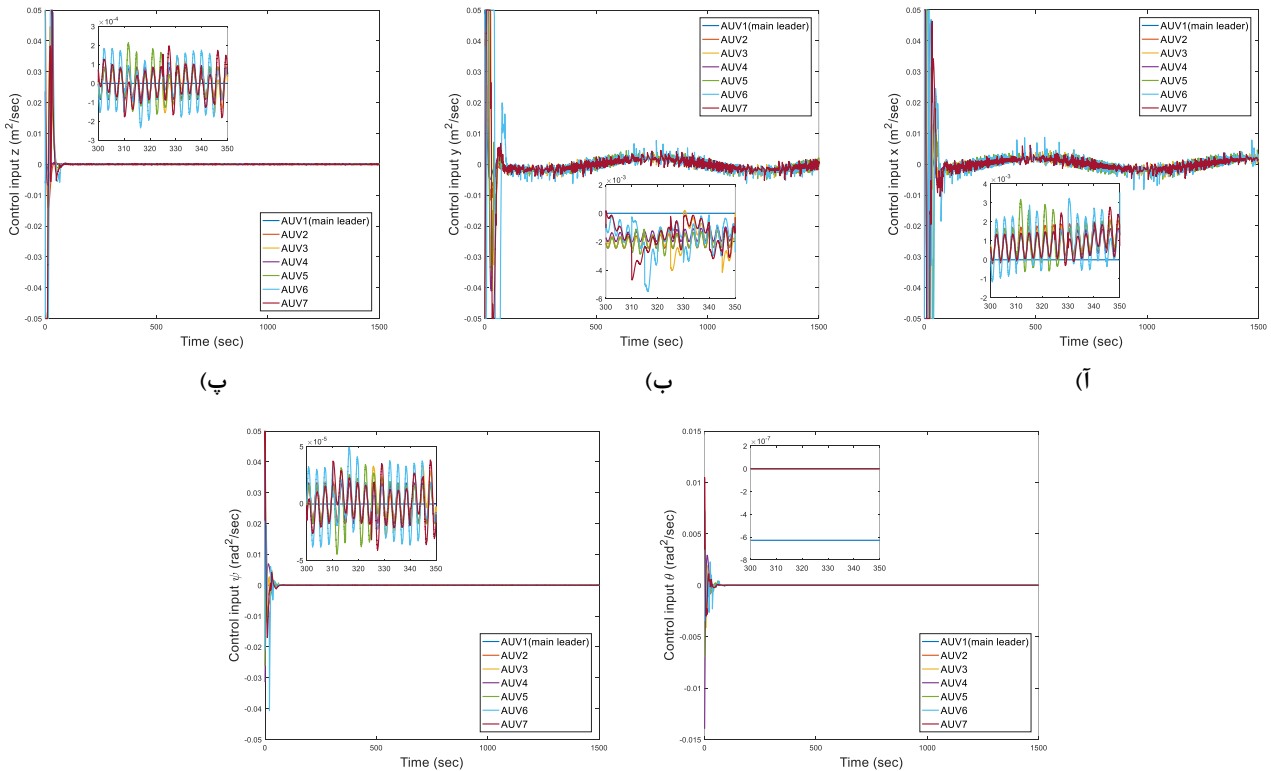


(ت)

شکل ۸- موقعیت و وضعیت AUVها در سناریوی اول



شکل ۹- مؤلفه‌های مختلف سرعت خطی و زاویه‌ای AUVها در خلال کنترل اجماعی

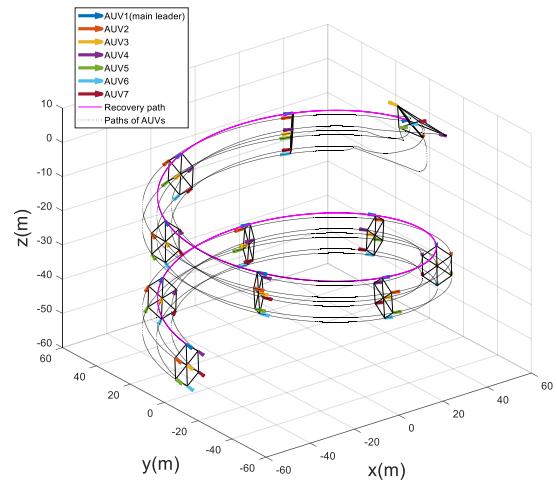


(ث)

(ت)

شکل ۱۰- مؤلفه‌های مختلف سیگنال کنترل AUVها در خلال کنترل اجماعی

سوئیچینگ	۷۰	۰/۱۰۲	۱۰۰	۰/۴۵۰
بدون تأخیر				
سوئیچینگ با	-	-	۲۰۰	۱/۲
تأخیر				



اعمال تأخیر، خطای ردیابی مسیر و زمان همگرایی AUVها را افزایش داده است.

۵- نتیجه گیری

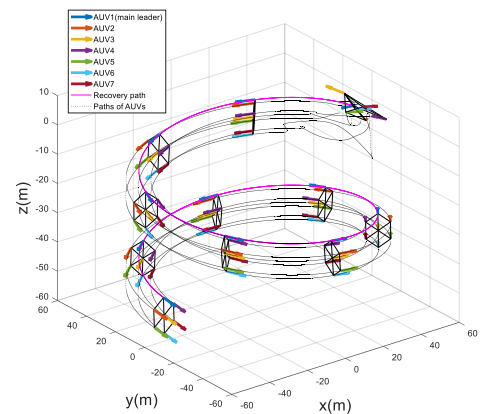
در این مقاله، کنترل اجماع گروهی از AUVها با توپولوژی ارتباطی سوئیچ شونده همراه با تأخیر زمانی عملگرها، بمنظور طراحی آرایش هندسی حرکت شش ضلعی و رهگیری یک مسیر حلزونی سه بعدی مورد مطالعه قرار گرفت. به این منظور، از یک عامل انتگرال گیر مرتبه دوم برای مدلسازی ریاضی AUVهای راهبر و پیرو استفاده شده و بکمک نظریه گرافها و ماتریسهای مجاورت، درجه، لاپلاسیان و مقادیر ویژه آنها ارتباطات عاملها با یکدیگر مدلسازی می‌گردد. سپس پروتوکل اجماع بگونه‌ای طراحی می‌گردد که موقعیت AUVها را به یک آرایش هندسی شش ضلعی همگرا نماید و ضمن حفظ آن مسیر مرجع رهگیری شود. به منظور بررسی صحت و قابلیت همگرایی پروتوکل اجماع پیشنهادی، دو سناریو تست با پیچیدگی مختلف تعریف گردید. نتایج نشان می‌دهد که روش کنترل اجماع پیشنهادی، قابلیت همگرا نمودن AUVها به یک آرایش شش ضلعی پیرامون AUV راهبر را دارد. در این روش اجماع، اگرچه موقعیت AUVها در راستای محورهای x ، y و z با یکدیگر برابر نیست، اما فاصله و جهت AUVها یکسان بوده و بنابراین، شرط کنترل اجماعی برقرار مانده است. به عبارت دیگر، اجماع برای دست‌یابی به یک آرایش مشخص انجام شده است و بنابراین، می‌توان این روش را نوعی کنترل شکل‌دهی- اجماعی دانست. علاوه بر این، مشاهده شد که تأخیر کم پیشرانها تأثیر چندانی بر عملکرد اجماعی AUVها ندارد، اما افزایش این زمان به‌ویژه در ساختار سوئیچینگ می‌تواند زمان همگرایی و مسیر حرکت AUVها را شدیداً تحت تأثیر قرار دهد.

پیوست یک:

جدول ۴: برخی از ضرایب مهم مورد استفاده در مدل دینامیکی شش درجه آزادی ربات مد نظر.

توضیحات	مقدار	پارامتر
مرکز جرم	0.0 mm	X_g
مرکز جرم	0.0 mm	Y_g
مرکز جرم	15 mm	Z_g

شکل ۱۱- مسیر حرکت سه بعدی AUVها با آرایش شش ضلعی و رهگیری مسیر مرجع در سناریو اول



شکل ۱۲- مسیر حرکت AUVها با آرایش شش ضلعی در بازه زمانی [۱۵۰۰-۰] ثانیه و با اعمال دو ثانیه تأخیر در عملگرها (سناریو دوم)

۳-۴- مقایسه نتایج

در جدول ۳، زمان همگرایی و خطای ردیابی مسیر AUVها با آرایش شش ضلعی و ساختار سوئیچینگ، در دو حالت بدون تأخیر و با تأخیر باهم مقایسه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود،

جدول ۳- زمان همگرایی و خطای ردیابی مسیر AUVها در آرایش شش ضلعی

AUVهای پیرو		AUV راهبر	
مدت زمان همگرایی	مدت زمان همگرایی	مدت زمان همگرایی	مدت زمان همگرایی
بیشینه خطا (m)	بیشینه خطا (m)	بیشینه خطا (m)	بیشینه خطا (m)
(s)	(s)	(s)	(s)

	<i>Tracking of High-order Multi-agent Systems with Time Delays and Disturbances,</i> IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021.	۴	X_b	0.0 mm	مرکز حجم
		۵	Y_b	0.0 mm	مرکز حجم
		۶	Z_b	0.0 mm	مرکز حجم
[9]	X. Zhang, and C. Li, "Finite-time stability of nonlinear systems with state-dependent delayed impulses," Nonlinear Dynamics, vol. 102, no. 1, pp. 197-210, 2020.	۷	I_{XX}	27.32 Kg.m ²	ممان اینرسی
		۸	I_{YY}	23.458 Kg.m ²	ممان اینرسی
		۹	I_{ZZ}	23.458 Kg.m ²	ممان اینرسی
[10]	W. Zhang, J. Zeng, Z. Yan, W. Tian, and Y. Zhang, "Coordinated Control for Multiple Autonomous Underwater Vehicles Recovery System with Time Delay." pp. 1-7.	۱۰	"	1.534 m/sec.	سرعت سرج
[11]	A. ur Rehman, M. Rehan, M. Riaz, M. Abid, and N. Iqbal, "Consensus tracking of nonlinear multi-agent systems under input saturation with applications: A sector-based approach," ISA transactions, vol. 107, pp. 194-205, 2020.				
[12]	G. Zong, H. Ren, and H. R. Karimi, "Event-triggered communication and annular finite-time H ∞ filtering for networked switched systems," IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 51, no. 1, pp. 309-317, 2020.				
[13]	T. T. J. Prestero, "Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle," Massachusetts institute of technology, 2001.				
[14]	E. Taheri, M. H. Ferdowsi, and M. Danesh, "Design boundary layer thickness and switching gain in SMC algorithm for AUV motion control," Robotica, vol. 37, no. 10, pp. 1785-1803, 2019.				
[15]	Z. Yan, Z. Yang, L. Yue, L. Wang, H. Jia, and J. Zhou, "Discrete-time coordinated control of leader-following multiple AUVs under switching topologies and communication delays," Ocean Engineering, vol. 172, pp. 36.۲۰۱۹, ۳۷۲-۱				
[16]	W. Zhang, J. Zeng, Z. Yan, S. Wei, J. Zhang, and Z. Yang, "Consensus control of multiple AUVs recovery system under switching topologies and time delays," IEEE Access, vol. 7, pp. 119965-119980, 2019.				

۶ - مراجع

[1]	J. Yang, M. Fečkan, and J. Wang, "Consensus Problems of Linear Multi-agent Systems involving Conformable Derivative," Applied Mathematics and Computation, vol. 394, pp. 125809, 2021.
[2]	L. Shi, and D. Xie, "Leader-following consensus of second-order multi-agent systems with time-varying delays and arbitrary weights," Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 42, no. 16, pp. 3156-3167, 2020.
[3]	C. Deng, and G.-H. Yang, "Leaderless and leader-following consensus of linear multi-agent systems with distributed event-triggered estimators," Journal of the Franklin Institute, vol. 356, no. 1, pp. 309-333, 2019.
[4]	H. Zhao, S. Xu, and D. Yuan, "An LMI approach to consensus in second-order multi-agent systems," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 9, no. 6, pp. 1111-1115, 2011.
[5]	M. Park, O. Kwon, J. H. Park, S. a. Lee, and E. Cha, "Randomly changing leader-following consensus control for Markovian switching multi-agent systems with interval time-varying delays," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 12, pp. 117-131, 2014.
[6]	Y. Shang, "Consensus seeking over Markovian switching networks with time-varying delays and uncertain topologies," Applied Mathematics and Computation, vol. 273, pp. 1234-1245, 2016.
[7]	X. Hu, Z. Zhang, C. Li, and L. Li, "Leader-following Consensus of Multi-agent Systems via a Hybrid Protocol with Saturation Effects," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 19, no. 1, pp. 124-136, 2021.
[8]	Z. Zhang, S.-M. Chen, and Y. Zheng, "Fully Distributed Scaled Consensus