

پارامترهای هیدرودینامیکی جریان اطراف پایه استوانه‌ای و بررسی عددی و تجربی آنها در حالت جریان آشفته

محمدعلی لطف اللهی یقین^{۱*} ، علیرضا مجتبه‌دی^۲

- ۱- دکترای سازه‌های دریائی، دانشیار دانشکده عمران دانشگاه تبریز
۲- دانشجوی دکترای سازه‌های دریائی، دانشکده عمران دانشگاه تبریز

چکیده

استفاده از روش‌های عددی در بررسی ماهیت پدیده‌های طبیعی، حیطه وسیعی از علوم را به خود اختصاص داده است. به منظور بررسی عوامل موثر در مکانیسم پدیده گردابه جاری شونده، ضمن بررسی پارامترهای مربوط به هیدرودینامیک حول پایه‌های استوانه‌ای، با بکارگیری داده‌های تجربی مناسب و روش‌های آنالیز طیفی، به بررسی جریان اطراف پایه‌های استوانه‌ای واقع در معرض جریان یکنواخت آب در حالت جریان آشفته (با مدل نظر قرار دادن نیروهای عرضی اعمالی به آن و فرکанс پدیده گردابه جاری شونده) پرداخته شده است. آنگاه با بررسی نحوه معرفی مناسب پارامترهای لازم برای یک نرم افزار کامپیوتری مورد استفاده در روش‌های مکانیک سیالات محاسباتی، شرایط آزمایشگاهی مذکور مدلسازی شده و سپس نتایج آن با داده‌های تجربی مفروض، مقایسه گردیده و نتیجه‌گیری‌های لازم انجام گرفته است. نهایتاً با به کارگیری نتایج برنامه، به منظور بررسی نحوه ی دست یابی به داده‌هایی که مستقیماً از اندازه گیریهای تجربی مذکور حاصل نگردیده، به بررسی مکان یابی نقطه انشعاب واقع بر پایه استوانه‌ای، اقدام شده است.

کلمات کلیدی: جریان آشفته، عدد استروهال، گردابه جاری شونده، ناحیه دنباله، نقطه جدائی

TECHNICAL NOTES

HYDRODYNAMIC PARAMETER OF FLOW AROUND A CYLINDRICAL PILE AND ITS NUMERICAL AND EXPERIMENTAL MODELING

Mohammad Ali Lotfollahi Yaghin¹, Alireza Mojtabahedi²

1- Associate Prof., Department of Civil Engineering, University of Tabriz
2- Ph.D. student, Department of Civil Engineering, University of Tabriz

Abstract

For investigation of natural phenomenon, numerical simulation has attracted considerable attention from many sciences in the engineering field. In this paper, the parameters of hydrodynamics around cylindrical structures in steady current (specially, vortex-shedding frequency which results oscillating lift force and also Reynolds number) have been described

* نویسنده مسؤول مقاله lotfollahi@tabrizu.ac.ir

then flow regime around specified piles and its characteristics have been investigated by analysis of experimental data and power spectral density (in frequency domain) of the time series of the recorded lift forces which exerted on the piles. Then, the experimental condition of the supposed data, have been modeled numerically by CFD methods and fluent package. Output results which have been obtain form software compared with foregoing experimental data and simulating proceed have been validated. Furthermore, position of the separation point (as a function of Re), has been estimated by output of the fluent.

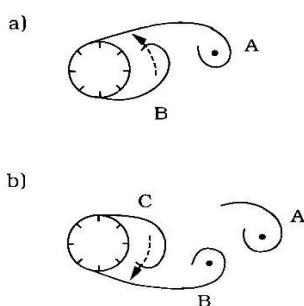
Key words: Separation Point, Strouhal Number, Vortex-Shedding, Wake

و به علت اعتبار داده‌های آن در تحلیلهای این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، معرفی می‌گردد. با تحلیل داده‌های مذکور و همچنین ترسیم توابع چگالی طیفی مربوطه، هیدرودینامیک نمونه‌ها در حالت جریان یکنواخت مورد بررسی واقع شده است. آنگاه با استفاده از نرم افزار *Fluent*, شرایط آزمایشگاهی مذکور با توجه به پارامترهای بدست آمده از آزمایشها، مدلسازی شده و در بازه زمانی لازم، مورد تحلیل قرار گرفته است. در ادامه با به کارگیری نتایج برنامه تلاش گردیده است به پردازش بیشتر داده‌های تجربی موجود اقدام شود و ضمن تایید محیط محاسباتی ایجاد شده به بررسی پارامترهای دیگری که ممکن است حین انجام آن آزمایش از دید پنهان مانده است، پرداخته شود. بنابراین به مکانیابی نقطه انشعاب واقع بر پایه که امکان بررسی مستقیم آنها توسط داده‌های تجربی مذکور میسر نمی‌باشد، اقدام گردیده است. این مطلب را از دو جهت می‌توان مفید دانست، اولاً طرح ریزی مجدد آن آزمایشها قطعاً بسیار دشوار خواهد بود و راهکار مطرح شده را می‌توان به عنوان بهترین گزینه جهت بررسی نکاتی که در طول انجام کار تجربی مد نظر قرار نگرفته اند، بکار برد. از سوی دیگر، با در نظر گرفتن هزینه‌های بسیار بالای حسگرها و ابزارهای لازم برای داده گیری در فرآیند انجام یک آزمایش هیدرولیکی و تحقیقاتی، این راهکار پیشنهاد می‌کند که قبل از انجام آزمایش، با طرح یک سناریوی مناسب، خواسته‌های مسئله بین دو فرآیند عددی و تجربی تقسیم و به هرکدام تخصیص داده شود تا بین ترتیب هزینه‌ها را به مقدار قابل قبولی کاهش داد. نهایتاً با توجه به مراحل مذکور نتیجه گیری‌های لازم انجام گرفته است.

۱- مقدمه روشهای تحلیل عددی ابزاری هستند که در طیف وسیعی از علوم، برای بررسی ماهیت پدیده‌های طبیعی بکار گرفته می‌شوند. مطالعه کیفیت و نحوه شکل‌گیری رژیم‌های جریان حول پایه‌های استوانه‌ای در معرض عبور جریان آب، از جمله مسائل مورد توجه در علوم مهندسی در زمینه‌های مهندسی دریا و هیدرودینامیک سازه‌ها می‌باشد، چرا که بسیاری از اجزای تشکیل دهنده سازه‌های در معرض گذر جریانهای دریائی و رودخانه‌ای، نظیر پایه‌های پلها و قسمتهای مختلف اعضاً تشکیل دهنده سازه‌های دریائی، از لحاظ شکل هندسی دارای چنین صورتی می‌باشند. از جمله پدیده‌های جالب توجه در طبیعت که در شرایط مذکور وقوع می‌یابد، پدیده گردابه‌های جاری شونده می‌باشد. در این پدیده، در جریان گذرنده‌ای که دارای عدد رینولدز بزرگ‌تر از مقدار مشخصی می‌باشد، در حالتی که تمامی پارامترهای مربوط به پایه و جریان دارای تقارن هندسی باشند، جریان گذرنده در پائین دست پایه، به صورت گردابه‌های نامتقارنی، شروع به جاری شدن می‌کند که علت دقیق و عامل اصلی رخداد این پدیده، همچنان به عنوان یکی از مجھولات علوم بشری شناخته می‌شود [۸].

در این مقاله با استفاده توام از داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل‌های عددی، به بررسی جریان اطراف پایه‌های استوانه‌ای واقع در معرض جریان آب و با مدنظر قرار دادن پدیده گردابه جاری شونده که از عوامل اعمال نیروی عرضی بر سازه مربوطه می‌باشد پرداخته شده است [۵]. بدین منظور، ابتدا در یک بخش، اشاره مختصی به پارامترها و مفاهیم هیدرودینامیکی مسئله شده است. سپس آزمایشگاهی معتبر (که در آن قابلیت انجام آزمایشاتی مختلف و با مقیاس بزرگ وجود دارد)

ترسیم شده است، نیرومند می‌گردد. گردش در گردابه A در جهت حرکت عقربه‌های ساعت انجام می‌گیرد، در حالیکه در گردابه B در راستای مخالف حرکت عقربه‌های ساعت می‌باشد. نهایتاً در یک لحظه زمانی گردابه A جاری گردیده و تبدیل به گردابه‌ای آزاد می‌گردد و توسط جریان به سوی پایین دست انتقال می‌یابد. این رویه تا زمانی که یک گردابه جدید در یک سمت استوانه جاری شود ادامه یافته و این جاری شدنها منجر به تداوم رفتاری متناوب بین دو جانب استوانه می‌گردد [۴].



شکل ۱- مکانیسم جاری شدن گردابه. (a): قبل از جاری شدن گردابه A ، گردابه B در طول دنباله کشیده می‌شود، (b): قبل از جاری شدن گردابه B ، گردابه C در طول دنباله کشیده می‌شود.

۴-۲ - عدد استروهال^۱

هنگامیکه فرکانس گردابه جاری شونده با سرعت جریان (U) و اندازه قطر استوانه (D) نرمالیزه شود، عدد استروهال حاصل می‌شود:

$$St = \frac{f_v \cdot D}{U} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، f_v فرکانس گردابه جاری شونده است. عدد استروهال تابعی از عدد رینولدز و زبری سطح استوانه می‌باشد:

$$St = St(Re, ks / D) \quad (2)$$

ks هم ارز زبری ماسه نیکورادره نامیده می‌شود [۹]. شکل ۲ چگونگی تغییرات عدد استروهال با عدد رینولدز را برای استوانه‌های با سطح بدنی صاف نشان می‌دهد [۲].

۲- مفاهیم نظری

۲-۱- تابع چگالی طیفی

به منظور تعریف تابع چگالی طیفی، تابع خود همبستگی به صورت میانگین‌گیری گروهی تولید یک فرآیند تصادفی در زمانهای t_1 و t_2 ، مطابق رابطه ی زیر تعریف می‌شود [۴]:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (3)$$

تابع چگالی طیفی در بازه فرکانسی با استفاده از رابطه تبدیل سری فوریه تابع خود همبستگی تعریف می‌شود: [۱۰]

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4)$$

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

به صورت عملی تر می‌توان چنین عنوان داشت که، نمودار تابع چگالی طیفی نشان دهنده سهم انرژی هر کدام از دامنه‌های امواج سری زمانی سینوسی منظم تشکیل دهنده موج نامنظم حاصل از ترکیب آنها، می‌باشد.

۲-۲- عدد رینولدز

رژیم جریان حول پایه استوانه‌ای در شرایط جریان یکنواخت توسط پارامتر بی بعد عدد رینولدز کنترل می‌شود:

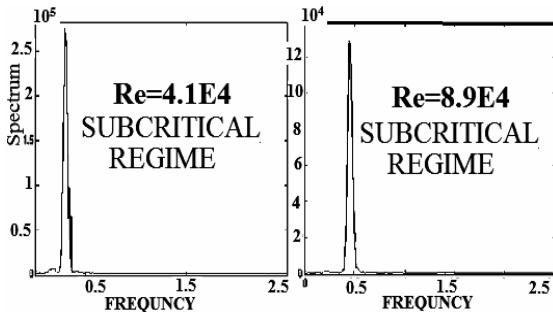
$$Re = \frac{DU}{v} \quad (3)$$

در این رابطه D قطر سیلندر و U سرعت جریان و v ویسکوزیته سینماتیکی سیال می‌باشد [۲].

۳- مکانیسم گردابه جاری شونده

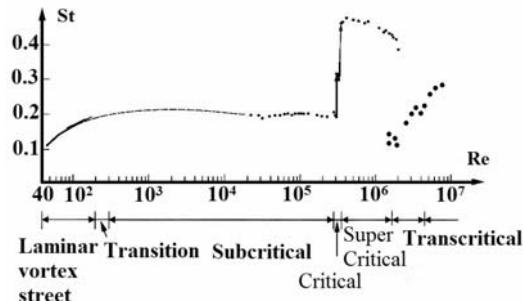
در این پدیده، یکی از گردابه‌های حول پایه، بزرگتر از گردابه دیگری رشد می‌کند. گردابه بزرگتر (گردابه A در شکل ۱-a) برای کشیدن گردابه مقابله (گردابه B در طول ناحیه دنباله، به گونه‌ای که در شکل ۱-b

نمونه‌های استوانه‌ای زبر و با قطر ۲۱ سانتیمتر، برای دو مقدار متفاوت عدد رینولدز، ترسیم شده‌اند (شکل ۵). در این شکل، طیف نیروها به صورت نوار باریک بوده و دارای پیکی برجسته و تیز می‌باشد. این حالت نشان دهنده این نکته است که با توجه به رژیم جریان مربوطه (رژیم مادون بحرانی) جاری شدن گردابه‌ها با می‌منظم که به خوبی قابل تعریف می‌باشد، روی می‌دهد [۲]. افزون بر این، با توجه به شکل (۵) و با مقایسه دو طیف موجود در آن و مقادیر اعداد رینولدز مربوطه، می‌توان نتیجه گرفت که در بازه رژیم جریان داده‌ها، افزایش عدد رینولدز باعث می‌شود که جاری شدن گردابه‌ها با قدرت و شدت بیشتری انجام گیرد و مقدار فرکانس حاکم نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۵-تابع چگالی طیفی نوسانات نیروی عرضی،
نمونه زبر با قطر ۲۱ سانتیمتر با دو عدد رینولدز متفاوت

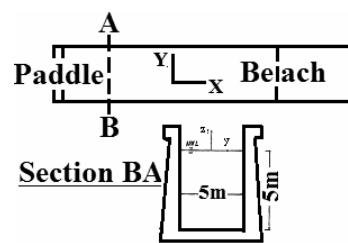
۴-بررسی پدیده گردابه جاری شونده
برای محاسبه مقادیر عدد استروهال، باید مقادیر فرکانس گردابه جاری شونده مشخص گردد که مستقیماً از فایلهای اطلاعاتی آزمایش مذکور، قابل دسترس نمی‌باشد. بعنوان نتیجه‌های از پدیده جاری شدن گردابه‌ها، توزیع فشار حول استوانه به هنگام انجام روش جاری شدن متتحمل تغییراتی نوسانی می‌شود که ارتعاشات متناوبی را در مولفه‌های نیروهای وارد بر استوانه ایجاد می‌کند. نیروی عرضی وارد بر استوانه در فرکانسی برابر با فرکانس ارتعاشات گردابه جاری شونده نوسان می‌کنند، که از این موضوع در این مقاله برای محاسبه فرکانس جاری شدن و به تبع آن عدد استروهال استفاده گردیده است [۲]. به منظور بررسی پدیده گردابه جاری شونده به استخراج جدول عدد



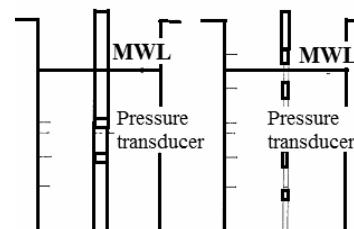
شکل ۲- مقدار عدد استروهال برای یک استوانه

۳- کلیات مربوط به آزمایشها

$$ks/D = 0/038$$



شکل ۳- طرح شماتیک کانال موج دلتا



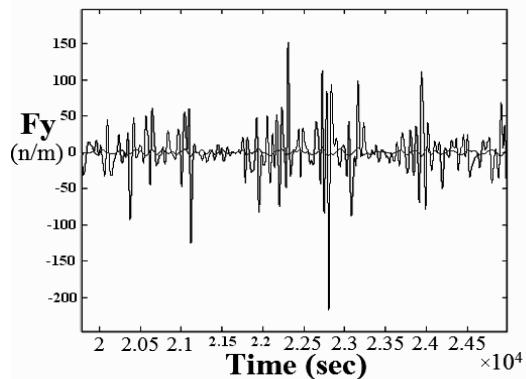
شکل ۴- نمایش شماتیک نصب هر دو استوانه داخل کانال

۴- بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی

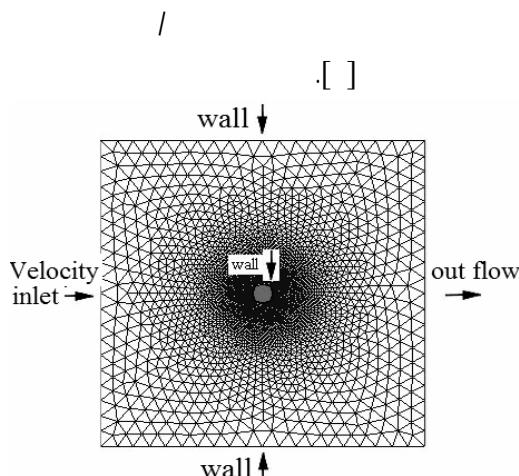
۴-۱- تابع چگالی طیفی نیروهای عرضی
برای انجام بررسیهای مربوط به هیدرودینامیک نمونه‌ها، تابع چگالی طیفی نیروهای عرضی برای

مدل انجام گرفته است. شبکه بکار رفته از نوع بی‌سازمان و شکل سلولها به صورت مثلثی انتخاب گردیده است. مناسب بودن کیفیت شبکه‌بندی مورد تائید نرم افزار *Fluent* نیز واقع شده‌اند. آنگاه در *Fluent* نرم

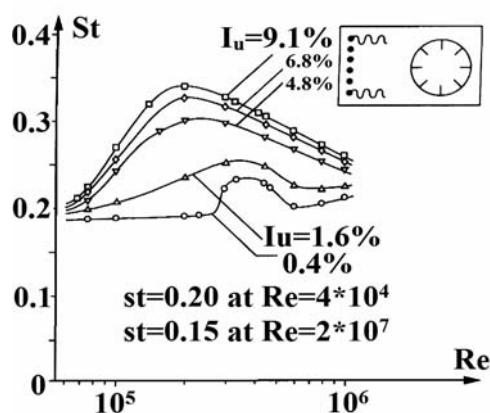
رینولدز و عدد استروهال با استفاده از تحلیل داده‌های خام آزمایش‌های مذکور برای استوانه‌های با سطوح بدنه صاف و زبر اقدام گشته است (جدول ۱). در شکل ۶، نمودار سری زمانی قسمتی از داده‌های نیروی عرضی، نشان داده شده است.

لغزش^۳

شکل ۶- سری زمانی نوسانات نیروی عرضی



شکل ۷- مدل هندسی محیط و شبکه‌بندی آن.



شکل ۸- شدت اغتشاش با توجه به عدد استروهال به عنوان تابعی از عدد رینولدز [۳]

$$\nu = 1/0.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

۵- مدلسازی عددی شرایط آزمایش

به منظور ایجاد مدل هندسی مربوط به نمونه مورد آزمایش از برنامه *Gambit* استفاده گردیده است. با توجه به عرض ۵ متری کanal آزمایشگاه و قطر استوانه‌ها، مطابق شکل ۷ مدلسازی و شبکه‌بندی

جدول ۱- عدد رینولدز و فرکانس نوسانات نیروی عرضی برای دو نمونه استوانه صاف و زبر

صف					$\frac{ks}{D} = 0.038$				
D	u	Re	f _v	فرکانس نیروی عرضی	D	u	Re	f _v	فرکانس نیروی عرضی
قطر استوانه	سرعت جریان	قطر رینولدز	عدد رینولدز	فرکانس نیروی عرضی	قطر استوانه	سرعت جریان	عدد رینولدز	فرکانس نیروی عرضی	فرکانس نیروی عرضی
۰/۲۱	۰/۲	$4/1 \times 10^4$	۰/۱۹۸	۰/۲۱	۰/۲	$4/1 \times 10^4$	۰/۲۱۹	۰/۲۱۹	۰/۲۱۹
۰/۲۱	۰/۴۶	$9/6 \times 10^4$	۰/۴۳۸	۰/۲۱	۰/۴۳	$8/9 \times 10^4$	۰/۴۷۱	۰/۴۷۱	۰/۴۷۱
۰/۵	۰/۲۱	$1/0.4 \times 10^5$	۰/۰۸۴	۰/۵	۰/۲	1×10^5	۰/۰۹۲	۰/۰۹۲	۰/۰۹۲
۰/۵	۰/۴۰۵	2×10^5	۰/۱۷	۰/۲۱	۰/۹۲	$1/9 \times 10^5$	۱/۰۵۲	۱/۰۵۲	۱/۰۵۲
۰/۲۱	۰/۹۸	$2/0.4 \times 10^5$	۰/۹۶	۰/۵	۰/۳۹	$1/9.3 \times 10^5$	۰/۱۸۷	۰/۱۸۷	۰/۱۸۷
۰/۵	۰/۹۶	$4/7 \times 10^5$	۰/۴۰۳	۰/۵	۰/۹۶	$4/7 \times 10^5$	۰/۴۷۷	۰/۴۷۷	۰/۴۷۷

شده، آنگاه با استفاده از داده‌های نرم‌افزار، تغییرات نیروی فشاری در این نقطه بدست آمده و فرکانس نوسان مقدار فشار حول صفر بعنوان فرکانس گردابه جاری شونده استفاده گردیده است [۲]. جدول ۲ این فرکانسها را برای دو حالت بدنه زبر و صاف ارائه می‌دهد. نتایج حاصل که در جدول ۲ ارائه شده است با نتایج حاصل از تحلیل داده‌های تجربی در جدول ۱ دارای همخوانی می‌باشد.

جدول ۲- فرکانسها نوسان نیروهای عرضی

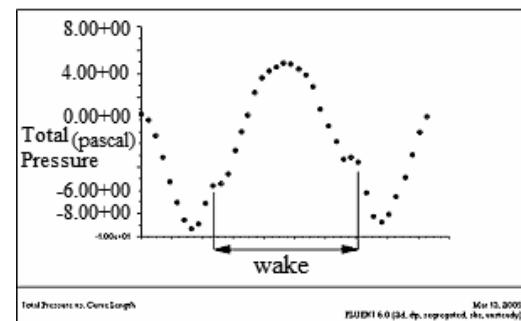
نمونه با سطح صاف		
Re	f _v (نرم افزار)	f _v (آزمایش)
2×10^5	۰/۱۷۵	۰/۱۷
$4/1 \times 10^4$	۰/۲	۰/۱۹۸
$9/6 \times 10^4$	۰/۴۵	۰/۴۳۸
نمونه با سطح زبر		
Re	f _v (نرم افزار)	f _v (آزمایش)
$1/9 \times 10^5$	۱/۰۵	۱/۰۵۲
$4/1 \times 10^4$	۰/۲۲۵	۰/۲۱۹
$8/9 \times 10^4$	۰/۴۷۵	۰/۴۷۱

۳-۵- مکان یابی نقطه جدائی با استفاده از مدل کامپیوتراًی حاصل، به مکان یابی نقطه جدائی که توسط داده‌های تجربی بیان شده قابل بررسی نمی‌باشد، پرداخته شده است. بدین منظور، با توجه به توضیحات، ناحیه‌ی دنباله تعیین گردیده و به مکان یابی نقطه انشعاب اقدام شده است (جدول ۳).

برنامه برای تحلیل در مدت زمان یک ثانیه و با گامهای ۰/۰۲۵ ثانیه برابر با گامهای قرائت حسگرهای آزمایش مذکور، تنظیم گردید.

۴-۱- خروجیهای نرم افزار

در هر یک از گامها، نمودار فشار^۴ مطابق با شکل ۹ ترسیم و فرکانس نوسان مقدار حداقل فشار بعنوان فرکانس گردابه جاری شونده استفاده شد. آنگاه تعداد گامهای موجود در یک نوسان کامل تخمین زده شد، و با علم به اینکه هر گام معادل ۰/۰۲۵ ثانیه می‌باشد، زمان تناوب یک سیکل کامل نوسانات محاسبه و با معکوس نمودن آن، مقدار فرکانسها بدست آمد. در شکل ۹ ناحیه دنباله نیز نشان داده شده است [۱۱].



شکل ۹- توزیع فشار حول نمونه و تعیین موقعیت ناحیه دنباله

۴-۲- محاسبه فرکانس گردابه جاری شونده

برای محاسبه فرکانس گردابه، نقطه‌ای در راستای زاویه 20° از محور واقع بر جهت عرضی کانال (شکل ۱۰، $\phi_s = 70^\circ$) بر روی محیط خارجی بدنه استوانه تعریف

حوزه مطالعاتی داده‌های تجربی، با استفاده از مدلسازی عددی نشان داده شده است.

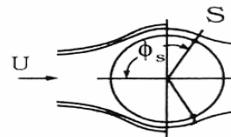
ϕ_s بیانگر زوایه این نقاط در دستگاه مختصات واقع بر مرکز استوانه می‌باشد (شکل ۱۰).

کلید واژگان

- 1-Strouhal Number
- 2-Root-Mean-Square
- 3-No Slip Boundary Condition
- 4-Turbulence Intensity
- 5-Total Pressure

۷- مراجع

- 1-Achenbach E, (1968). "Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross – flow up to $Re = 5 \times 105$." J. Fluid Mech., 34 (4): 625-639.
- 2-Mutlu S. & and Fredsoe B. (1997). "Hydrodynamics around cylindrical structures." World Scientific.
- 3-Cheung J.C.K. and Melbourne W.H. (1983). "Turbulence effects on some aerodynamic parameters of A circular cylinder at supercritical reynolds numbers." J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 14: 399-410.
- 4-Gerrard J.H. (1989). "The Mechanics of the Formation Region of Vortices Behind Bluff Bodies." J. Fluid Mech., 25:401-413.
- 5-Halkyard J. (2005). "Benchmarking of truss spar vortex induced motions driven from CFD with experiments." 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, June 12-17, Halkidiki, Greece.
- 6-Heinecke, E. and Achenbach, E. (1981). "On Vortex Shedding from Smooth and Rough Cylinders in the Range of Reynolds Numbers 6×10^3 to 5×10^6 ." J. Fluid Mech.
- 7-Mackwood, P.R., (1993). "Wave and Current Flows Around Circular Cylinders at Large Scale." LIP Project 10D, PP. 27.
- 8-Miau J., Leu, T.S. and Liu, T. W. (1997). "On vortex shedding behind a circular disk. Experiments in fluids", 225-233.
- 9-Nikuradse J., (1933). "Stromungsgesetze in Rauhen Rohren." Arb.Ing. Wes. No. 361.
- 10-Ochi M.K., (1990). "Applied Probability and Stochastic Process in Engineering and Physics Sciences." John Wiley & Sons, Inc., New-York.



شکل ۱۰- موقعیت زوایه ϕ_s نسبت به پایه استوانه‌ای.

نتایج جدول ۳ با کارهای تجربی [۱]، دارای همخوانی بوده و قابل تأیید می‌باشند.

جدول ۳ - موقعیت نقاط جدائی با توجه به عدد رینولدز

(عدد رینولدز $\times 10^{-4}$)	۴/۱	۹/۶	۱/۰۴	۲	۳
ϕ_s^0 (نرم افزار)	۸۰	۷۵	۷۵	۸۵	۹۵
ϕ_s^0 (آخبارخ)	۸۳	۷۷	۷۷	۸۶	۹۸

با بررسی تابع چگالی طیفی داده‌های تجربی نشان داده شد که زیری بدنه‌ی استوانه می‌تواند به عنوان عاملی موثر، در افزایش فرکانس گردابه جاری شونده دخیل باشد. همچنین، در محدوده اعداد رینولدز مربوط به آزمایشهای مذکور (رژیم مادون بحرانی)، پدیده گردابه جاری شونده به حالتی منظم انجام می‌گیرد. با ترسیم تابع چگالی طیفی نیروهای عرضی، تاثیر سرعت در پدیده گردابه جاری شونده واقع در رژیم جریان مربوطه (رژیم مادون بحرانی)، به صورت افزایش مقدار انرژی و بیشتر شدن فرکانس پیک حاکم مربوط به تابع رسم شده، مشاهده می‌شود.

با توجه به توافق عملکرد نرم افزار و نتایج آزمایشهای مذکور، مناسب بودن فرض این نکته که فشار و نیروی عرضی حاصل از پدیده گردابه جاری شونده در فرکانسی برابر با فرکانس جاری شدن گردابه‌ها نوسان می‌کنند، مورد تأیید و اثبات قرار گرفته است. آنگاه مراحل انجام رویه‌ای برای انتخاب مناسب پارامترها به منظور مدلسازی عددی مربوط به آزمایش مذکور و توسط نرم افزار Fluent ارائه گردیده است. نهایتاً با بررسی مکان یابی نقطه انشعاب، توانائی بسط

Cylinder Measured by Two- and Three-Component PIV.” Flow, Turbulence and Combustion., 185-204.

11-Perrin, R., (2005). “Near-Wake Turbulence Properties in the High Reynolds Number Incompressible Flow Around a Circular