



Control of supercavitating submarine using multiple model approach of cavitator hydrodynamic forces

Narjes Ahmadian¹

¹ Assistant Professor, Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Science and Technology of Mazandaran, Behshahr, Iran; n.ahmadian@mazust.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 19 Aug 2025

Last modification: 29 Dec 2025

Accepted: 30 Dec 2025

Available online: 30 Dec 2025

Article type:

Research article

Keywords:

Supercavitation submarine,
adaptive control,
multiple models,
angle of attack,
cavitator

ABSTRACT

Supercavitating underwater vehicles move inside a large gas bubble that surrounds almost the entire hull, significantly reducing drag (hydrodynamic resistance). Due to the significant drag reduction, these submarines are capable of achieving very high speeds underwater, but they require careful design of the cavitator and control systems to maintain stability and maneuverability. The cavitator in the water environment faces variable currents and turbulence, which makes it difficult to accurately control the angle of attack. Any small deviation can lead to large changes in the shape and stability of the cavitation bubble. In this paper, a new stable adaptive control scheme based on Lyapunov theory with a multiple model approach is presented for three submarine operating conditions. Simulation results have shown that the proposed controller, due to its ability to deal with constraints in a targeted manner and being robust to environmental disturbances, was able to cope well with severe changes in the resistive force and prevent the cavitation bubble from disappearing. For quantitative analysis, the proposed method is compared with classical adaptive control. The acceptable tracking performance of the multiple model method compared to conventional adaptive control is clear both in the simulation figures and in the table of mean square error.

ISSN: 2645-8136



DOI:

Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license [<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>]



کنترل زیردریایی سوپر کاویتاسیون با استفاده از رویکرد مدل چندگانه نیروهای هیدرودینامیکی کاویتاتور

نرجس احمدیان^۱

^۱ استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر، ایران، n.ahmadian@mazust.ac.ir

چکیده

وسایل نقلیه زیردریایی سوپر کاویتاسیون درون حباب گاز بزرگی حرکت می‌کنند که تقریباً کل بدنه را احاطه کرده و باعث کاهش چشمگیر کشش (مقاومت هیدرودینامیکی) می‌شوند. این زیردریایی‌ها به دلیل کاهش قابل توجه کشش، قابلیت دستیابی به سرعت‌های بسیار بالا در زیر آب را دارند، اما نیازمند طراحی دقیق کاویتاتور و سیستم‌های کنترل برای حفظ پایداری و مانورپذیری هستند. کاویتاتور در محیط آب با جریان‌های متغیر و اغتشاشات روبه‌رو است که کنترل دقیق زاویه حمله را دشوار می‌کند. هرگونه انحراف کوچک می‌تواند منجر به تغییرات بزرگ در شکل و پایداری حباب کاویتاسیون شود. در این مقاله یک طرح جدید کنترل تطبیقی پایدار بر مبنای تئوری لیاپانوف با رویکرد مدل چندگانه برای سه شرایط کاری زیردریایی ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان داده است که کنترل کننده پیشنهادی به دلیل قابلیت برخورد هدفمند با قیود و مقاوم بودن نسبت به اغتشاشات محیطی توانسته به خوبی از پس تغییرات شدید نیروی مقاوم برآید و مانع از بین رفتن حباب کاویتاسیون شود. به منظور تحلیل کمی، روش پیشنهادی با کنترل تطبیقی کلاسیک مقایسه شده است. عملکرد ردیابی مطلوب روش مدل چندگانه در مقایسه با کنترل تطبیقی مرسوم هم در شکل‌های شبیه‌سازی و هم در جدول مربوط به میانگین مربعات خطا واضح است.

اطلاعات مقاله

ناریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۵/۲۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۴۰۴/۱۰/۰۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۱۰/۰۹

تاریخ انتشار مقاله: ۱۴۰۴/۱۰/۰۹

نوع مقاله: مقاله تحقیقاتی

کلمات کلیدی:

زیر دریایی سوپر کاویتاسیون،

کنترل تطبیقی،

مدل چندگانه،

زاویه حمله،

کاویتاتور

DOI:

حق نشر: © ۲۰۲۵ توسط نویسندگان. این اثر برای انتشار با دسترسی آزاد، تحت شرایط و ضوابط مجوز (CC BY) ارسال شده است.

ISSN: 2645-8136



۱ - مقدمه

پدیده سوپرکاویتاسیون به معنای تشکیل یک حباب بخار بسیار بزرگ و پایدار است که تقریباً کل بدنه وسیله نقلیه زیردریایی را احاطه می‌کند به گونه‌ای که بدنه مستقیماً با آب تماس ندارد و تنها با بخار یا گاز در تماس است. این پدیده منجر به کاهش شدید نیروی کشش (مقاومت هیدرودینامیکی) و بهبود حرکت دینامیکی می‌شود که در نتیجه آن امکان حرکت با سرعت‌های بسیار بالا در زیر آب را فراهم می‌سازد.

به طور دقیق‌تر، سوپرکاویتاسیون هنگامی رخ می‌دهد که فشار موضعی در اطراف جسم به حدی کاهش یابد که بخار آب تشکیل شود و این حباب بخار به اندازه‌ای بزرگ شود که تمام یا بخش عمده‌ای از سطح جسم را بپوشاند. این حباب پایدار است و به شکل یک تونل یا حفره بزرگ در اطراف وسیله ایجاد می‌شود. در این حالت، اصطکاک و مقاومت ناشی از تماس با آب به شدت کاهش می‌یابد و وسیله می‌تواند با راندمان و سرعت بالاتری حرکت کند [۳-۱] این پدیده در مقابل کاویتاسیون محدود یا جزئی قرار دارد که در آن حباب‌ها کوچک‌تر و پراکنده هستند و فقط بخشی از سطح جسم را می‌پوشانند.

کاویتاتور قطعه‌ای در نوک زیردریایی است که ایجاد و نگهداری حباب سوپرکاویتاسیونی را ممکن می‌سازد و نقش کلیدی در پایداری و کنترل حرکت زیردریایی دارد [۴]. به دلیل اینکه مرکز فشار معمولاً جلوتر از مرکز جرم قرار دارد، کنترل و مانورپذیری وسایل سوپرکاویتاسیون چالش‌برانگیز است. شتاب‌گیری و کاهش سرعت زیردریایی باعث تغییرات دینامیکی در پارامترهای حباب سوپرکاویتاسیونی و متغیرهای حرکتی می‌شود. کاویتاتور با ایجاد نیروهای هیدرودینامیکی خاص، به تعادل گشتاورهای ناشی از لیفت کمک می‌کند و نقش مهمی در حفظ پایداری زیردریایی دارد [۵].

کنترل دو متغیر زاویه حمله (Angle of Attack) کاویتاتور و نرخ زاویه پیچش (pitch) در ربات‌های زیردریایی سوپرکاویتاسیون با چالش‌های فنی و دینامیکی متعددی روبه‌رو است. این مشکلات عمدتاً ناشی از شرایط خاص محیطی، غیرخطی بودن دینامیک سیستم و محدودیت‌های کنترلی هستند. در سرعت‌های بالا، تغییرات جزئی در زاویه حمله می‌تواند باعث افزایش شدید نیروی مقاوم و حتی از بین رفتن حباب کاویتاسیون گردد. این موضوع نیازمند واکنش سریع و دقیق سیستم کنترل

است. رفتار دینامیکی سیستم به دلیل کوپل شدید متغیرها و غیرخطی بودن روابط آیرودینامیکی و هیدرودینامیکی، کنترل زاویه حمله را پیچیده می‌کند. از سویی دیگر نرخ تغییر زاویه پیچش باید به سرعت و با دقت بالا کنترل شود تا ربات بتواند مسیر و عمق خود را حفظ کند. اما این نرخ به شدت به دینامیک غیرخطی و اغتشاشات محیطی وابسته است. برای رفع این مشکل طرح‌های کنترلی زیادی در طول سال‌های متممادی پیشنهاد شده است. مطالعات جریان سوپرکاویتاسیون توسط یک کاویتاتور در دهه ۱۹۵۰ به دو روش تجربی و نظری انجام شد [۶]. در سال‌های اخیر، این پدیده با تلاش برای روشن کردن برهم‌کنش یک کاویتاتور با ویژگی‌های جریان سوپرکاویتاسیون، دوباره توجه زیادی را به خود جلب کرده است [۷، ۸]. روش کنترل تطبیقی با استفاده از تکنیک پسگام برای مدل یک وسیله نقلیه سوپرکاویتاسیونی در [۹] اعمال شده است تا شیب ناشناخته نیروی باله نسبت به زاویه حمله را در نظر گیرد. این مقاله، پارامتر اثربخشی باله نسبت به کاویتاتور را که برای محاسبه شیب نیروی باله در مدل معیار فوق‌الذکر استفاده می‌شود، به عنوان یک پارامتر ناشناخته در نظر می‌گیرد. سپس قانون تخمین پارامتر برای این پارامتر اثربخشی باله طراحی و یک کنترل‌کننده پسگام تطبیقی برای مدل سوپرکاویتاسیونی طراحی می‌کند. در این مقاله نیز کرانداری متغیرهای حالت تنها تحت شرایط خاص را از طریق نظریه پایداری لیاپانوف اثبات می‌شود و همه محیط‌های عملیاتی حرکت زیردریایی را شامل نمی‌شود. در [۱۰] استراتژی کنترل مقاوم برای محدود کردن عدم قطعیت کاویتاتور پیشنهاد شده است. پس از آن روش کنترل پیش بین به بررسی تأخیر زمانی متغیر با پارامتر خطی (LPV) سوپرکاویتاسیون پرداخت. این کنترل‌کننده می‌تواند نابرابری‌های ماتریسی خطی (LMI) را به صورت آنلاین حل کند تا راه‌حل بهینه را در یک لحظه معین پیدا کند اما عدم قطعیت زاویه حمله کاویتاتور را نادیده می‌گیرد [۱۱]. در [۱۲] طراحی بهینه شکل بدنه سوپرکاویتاسیون می‌تواند منجر به کاهش قابل توجه مصرف سوخت و افزایش بازدهی عملیاتی شناورها شود اما عدم قطعیت پارامتری در نظر گرفته نمی‌شود. در [۱۳] به بررسی تأثیر حباب‌های میکروسکوپی بر کاهش اصطکاک در جریان turbulent (آشفته) اطراف یک شیء در حال حرکت در آب می‌پردازد ولی نرخ زاویه پیچش را نادیده می‌گیرد.

رویگرد مدل چندگانه سالهاست که برای سیستم‌های عملی که در معرض عدم قطعیت و شرایط کاری گوناگون هستند، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۴]. این روش در مقابل روش کلیدزنی قرار دارد که در آن در هر لحظه فقط یک کنترل کننده فعال می‌شود [۱۵]. کنترل تطبیقی چند مدلی یک استراتژی کنترل تطبیقی پیشرفته است که برای مدیریت سیستم‌هایی با عدم قطعیت‌های قابل توجه یا دینامیک‌های متغیر، با استفاده از مجموعه‌ای از مدل‌های متعدد و کنترل کننده‌های مربوطه به جای تکیه بر یک مدل واحد، طراحی شده است.

در این روش مجموعه‌ای متناهی از مدل‌های ثابت یا تطبیقی برای پوشش ناحیه عدم قطعیت سیستم انتخاب می‌شود. الگوریتم کنترل، خروجی سیستم را رصد می‌کند و آن را با خروجی‌های همه مدل‌ها مقایسه می‌کند تا ارزیابی کند کدام مدل به بهترین شکل رفتار فعلی سیستم را نشان می‌دهد. بر اساس یک معیار عملکرد (مثلاً خطای مدل)، الگوریتم یا به کنترل کننده مربوط به نزدیکترین مدل سوئیچ می‌کند (رویگرد سوئیچینگ)، یا کنترل کننده‌های وزن‌دهی شده بر اساس احتمالات مدل را ترکیب می‌کند (رویگرد ترکیب) یا سوئیچینگ و تنظیم را انجام می‌دهد، که پس از سوئیچینگ، کنترل کننده انتخاب شده برای عملکرد بهتر به صورت تطبیقی تنظیم می‌شود. در این مقاله طرح کنترل تطبیقی چند مدلی با استفاده از تئوری لیاپانوف به منظور ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش یک کاپیتاتور طراحی شده است. هر یک از مدل‌های تطبیقی شرایط عملیاتی خاص حرکت زیردریایی را در مواجهه با عدم قطعیت، در نظر می‌گیرند. در نهایت خروجی کنترل کننده شامل یک ترکیب وزنی از تمام مدل‌های تخمینگر می‌باشد. برخلاف مطالعات قبلی که اغلب کنترل تطبیقی پایه یا طراحی کنترل با مدل ثابت را مدنظر داشتند، در این مقاله برای نخستین بار، رویکرد کنترل تطبیقی چندگانه مبتنی بر نظریه لیاپانوف و به طور خاص برای شرایط عملکرد متغیر زیرآب ارائه شده است. این نوع معماری چندگانه موجب افزایش پایداری و عملکرد مطلوب سامانه در مواجهه با اغتشاشات شدید و تغییرات ناگهانی نیروهای مقاوم می‌گردد و قابلیت پاسخ به شرایط مختلف عملیاتی را دارد. در شرایطی که پارامترهای سیستم با سرعت بالایی دستخوش تغییر می‌شوند، استفاده از چند مدل عملکردی راهکار مناسبی به شمار می‌رود؛ چرا که رویکردهای کلاسیک مبتنی بر یک مدل ثابت [۹-۱۱]، در مواجهه با این تغییرات تند و غیرمنتظره توانایی کافی ندارند. هنگام بروز تغییر شتاب‌دار پارامترها، سیستم وارد محیط‌های تازه و ناشناخته می‌گردد و ناگزیر باید قواعد کنترلی خود را هماهنگ و تطبیق دهد. این نوع دگرگونی‌های ناگهانی سبب بروز خطاهای بزرگ پارامتری می‌شود که اغلب منجر به پاسخ‌های نوسانی و

کاهش کارایی کنترل کننده‌های سنتی در کنترل گذرای سیستم خواهد شد. نوآوری اصلی این مقاله در ترکیب رویکرد مدل چندگانه با کنترل تطبیقی مبتنی بر لیاپانوف، برای اولین بار در زمینه کنترل زیردریایی‌های سوپرکاپیتاسیون، مورد تأکید قرار گرفته است. همچنین، توانایی سیستم در مدیریت همزمان چندین شرایط عملیاتی و عدم قطعیت‌های پارامتری بدون نیاز به کلیدزنی‌های متعدد، به عنوان مزیت کلیدی روش پیشنهادی معرفی شده است.

۲ - معادلات اساسی حاکم

شکل ۱ مثالی از پدیده سوپرکاپیتاسیون را نشان می‌دهد که در آن حباب‌های اطراف بدنه مانع تماس مستقیم آب با بدنه شده و بنابراین منجر به کاهش کشش می‌شوند. از این فرآیند در زیردریایی‌های بسیار سریع و مافوق صوت استفاده می‌شود. شکل ۲ اجزای زیردریایی سوپرکاپیتاسیون را نمایش می‌دهد. وظیفه ایجاد حفره‌های اطراف زیردریایی برعهده کاپیتاتور است. در حالیکه بالک‌های تعبیه شده در انتهای زیردریایی گشتاور و نیروی لازم را در جهت بالا بردن زیردریایی تولید می‌کنند و روی دینامیک طولی و عرضی تاثیرگذارند. علاوه بر این نیرو به تولید پهنای باند لازم جهت دفع اغتشاش کمک می‌کند.



شکل ۱- پدیده سوپرکاپیتاسیون

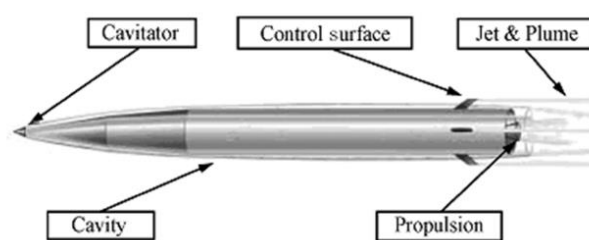
با توجه به این نکته که سوپرکاپیتاسیون به تنهایی نمی‌تواند زیردریایی را به طور مؤثر کنترل و پایدار سازد؛ بنابراین، گشتاور ایجاد شده توسط بالک‌ها و همچنین نیروی بالابر نیز ضروری است. با توجه به اینکه نیروی تولید شده توسط بالک‌ها ورودی‌ای با رفتار غیرمینیمم فاز دارد، مقابله با اغتشاشات با محدودیت‌هایی همراه است و این موضوع موجب کاهش کارایی بالک‌ها می‌شود؛ به طوری که عملکرد ردیابی نیز تحت تأثیر قرار می‌گیرد و با دشواری مواجه می‌شود. برای غلبه بر این مشکل کاپیتاتور وارد عمل می‌شود و با کنترل مناسب مسئله غیرمینیمم فاز بودن را بهبود می‌بخشد. چالش دیگر در کنترل زیردریایی، مدل غیرخطی و پیچیده آن است که جهت رفع این مشکل، در این مقاله از مدل کاهش مرتبه یافته با دو درجه آزادی بهره گرفته می‌شود.

براساس روابط فوق معادلات فضای حالت سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.299 & 1 \\ 109.5 & -1.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.45 & 0.0006 \\ -530.7 & 0.182 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ T_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

در مدل خطی‌شده، دو متغیر حالت اصلی زاویه حمله (برحسب رادیان)، زاویه بین محور طولی وسیله و راستای سرعت نسبی جریان آب و نرخ پیچش (برحسب رادیان بر ثانیه)، تغییر زاویه پیچش وسیله حول مرکز جرم در نظر گرفته شده است. این دو متغیر حالت، دینامیک طولی (حرکت در صفحه قائم) وسیله را توصیف می‌کنند. ورودی‌های مدل عبارت‌اند از: ۱. نیروی پیشران که معمولاً به صورت برداری در انتهای وسیله (دم) اعمال می‌شود و می‌تواند اجزای افقی و عمودی داشته باشد. در این مقاله فرض شده که کنترل گشتاور مورد نیاز برای تعادل وسیله توسط جهت‌دهی پیشران (thrust vectoring) انجام می‌شود. ۲. زاویه کاویتاتور که زاویه‌ای است که کاویتاتور نسبت به محور وسیله می‌گیرد و باعث تولید گشتاور می‌شود. این ورودی به عنوان عملگر کنترلی اصلی برای تغییر مسیر و پایداری وسیله در نظر گرفته شده است. خروجی‌های اصلی مدل عبارت‌اند از: زاویه حمله که همان متغیر حالت اول است و برای تعیین وضعیت حرکتی وسیله نسبت به جریان آب در نظر گرفته می‌شود. خروجی دوم نرخ پیچش یا همان متغیر حالت دوم است که برای سنجش پایداری و کنترل پیچش وسیله نقلیه سوپرکاویتاسیون لحاظ می‌گردد.

دقت کنید که در برخی تحلیل‌ها زاویه پیچش وسیله با انتگرال‌گیری از نرخ پیچش به دست می‌آید و بیانگر وضعیت کلی چرخش است. هدف اصلی طراحی سیستم کنترل برای زیردریایی سوپرکاویتاسیون حفظ عملکرد کل سیستم در مقابل عدم قطعیت‌ها و تغییرات ناشناخته پارامتری در اثر تغییر شرایط عملیاتی است. به گونه‌ای که بتواند زاویه حمله و نرخ صعود را متناسب ورودی‌های زاویه کاویتاتور و نیروی پیشران با تغییرات شرایط کاری تنظیم کند، به طوری که متغیرهای حالت مسیرهای ایده‌آل را به دقت و سرعت دنبال کند و پایداری مجانبی سیستم سرتاسری حفظ شود. به طور کلی، اهداف این مقاله عبارتست از تخمین درست پارامترهای سیستم زیردریایی سوپرکاویتاسیون با به کارگیری رویکرد مدل چندگانه در حضور عدم قطعیت‌های مدل. طراحی کنترل‌کننده‌ی پایدار مبتنی بر لیاپانوف برای انتخاب وزن درستی از مدل‌ها در بانک طراحی شده. اعمال



شکل ۲- اجزای زیردریایی سوپرکاویتاسیون

در حالت کلی، دینامیک حرکت طولی وسیله نقلیه سوپرکاویتاسیون با استفاده از تئوری مکانیک نیوتن و با در نظر گرفتن نیروها و گشتاورهای وارد بر وسیله که شامل سه بخش اصلی نیروها و گشتاورهای ناشی از کاویتاتور، نیروی پیشران و نیروی گرانش است را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{u} = \frac{1}{m} (F_{c_x} + F_{T_x} + F_{g_x} + F_{\delta_x}) - wq \quad (1)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m} (F_{c_z} + F_{g_z} + F_{\delta_z}) + uq \quad (2)$$

پارامترهای فوق در جدول ۱ خلاصه شده‌اند. با تعریف زاویه حمله به شکل، $\dot{\alpha} \approx (\dot{w})/u$ و استفاده از بسط زاویه کوچک می‌توان نوشت:

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{mu} (F_{c_z} + F_{g_z} + F_{\delta_z}) + q \quad (3)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}} (M_{c_y} + M_{\delta_y}) \quad (4)$$

که در آن F_{δ_z} و M_{δ_y} بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F_{\delta_z} = -\rho c_{L\alpha} S_{fin} (u^2 \delta_e + uw - x_{fin} uq) \quad (5)$$

$$M_{\delta_y} = \rho c_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} (u^2 \delta_e + uw - x_{fin} uq) \quad (6)$$

با استفاده از معادلات فوق روابط جدید غیرخطی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{mu} \left(\frac{\partial F_{c_z}}{\partial \alpha} + \frac{\partial F_{\delta_z}}{\partial \alpha} \right) & \frac{1}{mu} \left(\frac{\partial F_{c_z}}{\partial q} + \frac{\partial F_{\delta_z}}{\partial q} \right) + 1 \\ \frac{1}{I_{yy}} \left(\frac{\partial M_{c_y}}{\partial \alpha} + \frac{\partial M_{\delta_y}}{\partial \alpha} \right) & \frac{1}{I_{yy}} \left(\frac{\partial M_{c_y}}{\partial q} + \frac{\partial M_{\delta_y}}{\partial q} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{mu} \left(\frac{\partial F_{c_z}}{\partial \delta_c} \right) & \frac{1}{mu} \left(\frac{\partial F_{\delta_z}}{\partial \delta_e} \right) \\ \frac{1}{I_{yy}} \left(\frac{\partial M_{c_y}}{\partial \delta_c} \right) & \frac{1}{I_{yy}} \left(\frac{\partial M_{\delta_y}}{\partial \delta_e} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ \delta_e \end{bmatrix} \quad (7)$$

شده‌ای به منظور شناسایی مدل زیردریایی سوپرکاویتاسیون انتخاب می‌گردد. معادله دیفرانسیل مدل مرجع و سیستم تحت کنترل را به ترتیب در نظر بگیرید:

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (9)$$

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) \quad (10)$$

که در آن $A_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $B_p \in \mathbb{R}^{n \times p}$ مجهولند و $A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ هریتز است. $B_m \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ، $x_p, x_m \in \mathbb{R}^n$ و $u(t), r(t)$ به ترتیب سیگنال ورودی مرجع و کنترل است. برای شناسایی و تخمین ماتریس‌های مجهول فوق، مدل چندگانه زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}_i(t) = A_m x_i(t) + (A_i(t) - A_m) x_p(t) + B_i u(t) \quad (11)$$

در رابطه فوق $x_i \in \mathbb{R}^n$ ، $A_i(t)$ و $B_i(t)$ به ترتیب تخمین ماتریس‌های A_p و B_p می‌باشند که مربوط به i امین مدل هستند. با تعریف خطای شناسایی به صورت $e_i(t) = x_p(t) - x_m(t)$ ، دینامیک خطا را با تعریف $A_i(t) - A_p = A_x(t)$ ، $B_i(t) - B_p = B_x(t)$ می‌توان نوشت:

$$\dot{e}_i(t) = A_m e_i(t) + A_x(t) x_p(t) + B_x(t) u(t) \quad (12)$$

با کاندید نمودن تابع لیاپانوف را به صورت زیر:

$$V(e_i, A_x, B_x) = e_i^T P e_i + \text{trace}(A_x^T \Gamma_x^{-1} A_x + B_x^T \Gamma_r^{-1} B_x) \quad (13)$$

و انتخاب قوانین تطبیقی به صورت:

$$\begin{aligned} \dot{A}_x(t) &= -\Gamma_x P e_i(t) x_p^T(t) \\ \dot{B}_x(t) &= -\Gamma_r P e_i(t) u^T(t) \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن P مثبت معین با ابعاد $n \times n$ است ($P > 0$) و از حل معادله لیاپانوف $A_m^T P + P A_m = -Q$ محاسبه می‌شود. $\Gamma_r = \Gamma_r^T > 0$ و $\Gamma_x = \Gamma_x^T > 0$ ضرایب بهره‌های تطبیقی هستند که میزان انطباق را مشخص می‌کنند. مشتق تابع لیاپانوف در مسیر رابطه‌ی (۱۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_i, A_x, B_x) &= \dot{e}_i^T P e_i + e_i^T P \dot{e}_i + \\ &2 \text{trace}(\dot{A}_x^T \Gamma_x^{-1} A_x + \dot{B}_x^T \Gamma_r^{-1} B_x) = \\ &(A_m e_i(t) + A_x(t) x_p(t) + B_x(t) u(t))^T P e_i(t) + \\ &e_i^T P (A_m e_i(t) + A_x(t) x_p(t) + B_x(t) u(t)) + \\ &2 \text{trace}(\dot{A}_x^T \Gamma_x^{-1} A_x + \dot{B}_x^T \Gamma_r^{-1} B_x) = \\ &e_i^T (A_m^T P + P A_m) e_i + 2 e_i^T P A_x x_p(t) + 2 e_i^T P B_x u(t) + \\ &2 \text{trace}(\dot{A}_x^T \Gamma_x^{-1} A_x + \dot{B}_x^T \Gamma_r^{-1} B_x) \end{aligned} \quad (15)$$

با استفاده از معادله لیاپانوف می‌توان نوشت:

ورودی‌های کنترل مناسب برای حفظ کران‌داری زاویه حمله و نرخ پیچش. توانایی ردیابی دقیق مسیرهای مطلوب در مواجهه با تغییر شرایط عملیاتی زیردریایی.

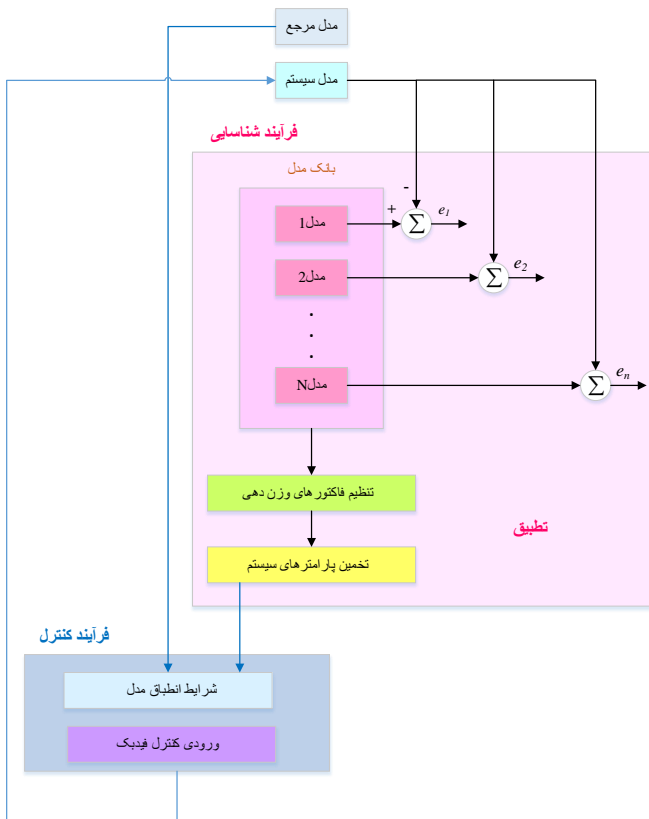
۳- ساختار کنترل کننده

مشکلات کنترل زاویه حمله کاویتاتور و نرخ پیچش آن در یک زیردریایی سوپرکاویتاسیون شامل حساسیت به اغتشاشات محیطی، وابستگی شدید به شرایط سرعت، غیرخطی بودن رفتار دینامیکی و محدودیت‌های فیزیکی کاویتاتور است [۱۰، ۱۱]. از سویی دیگر پاسخ دینامیکی سریع و محدودیت در اعمال سیگنال کنترلی مانند اعمال قیود بر نرخ سیگنال ورودی (مانند محدودیت سرعت عملگرها) باعث می‌شود کنترل نرخ زاویه پیچش با چالش مواجه شود و امکان واکنش سریع به تغییرات ناگهانی کاهش یابد. علاوه بر این کنترل نرخ زاویه پیچش در حضور اغتشاشات و عدم قطعیت‌های محیطی می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم شود، به ویژه اگر حلقه‌های کنترلی به خوبی طراحی نشده باشند. مشکل دیگر در طراحی کنترل کننده برای زیردریایی سوپرکاویتاسیون، کوپل بودن با سایر متغیرها است. نرخ زاویه پیچش با سایر متغیرهای حرکتی مانند چرخش و سمت کوپل دارد و تغییر در یکی می‌تواند بر دیگری تأثیر بگذارد، که نیازمند طراحی کنترل کننده‌های پیشرفته است. در [۱۰] ساختار کنترل مقاوم برای کنترل شرایط محیطی و دینامیکی زیردریایی سوپرکاویتاسیون ارائه شده است. تاخیرهای محاسباتی، عدم قطعیت‌های ساختاری و محدودیت در عملگرها باعث بروز پدیده چترینگ در سیگنال کنترل شده است و کاربرد این روش را در کاربردهای عملی دچار تردید نموده. از سویی دیگر در [۹] روش کنترل تطبیقی کلاسیک به منظور تخمین پارامترهای دینامیکی و مقابله با عدم قطعیت پارامتری پدیده سوپرکاویتاسیون پیشنهاد شده است که در این مقاله نامعینی‌های پارامتری و تغییرات دینامیکی به ترتیب نیروهای بالک‌ها و پارامترهای هیدرو دینامیکی وابسته به سرعت، وضعیت حرکت و شرایط حفره هستند که با تغییر در شرایط محیطی یا سرعت دچار نوسان شده‌اند. مدل‌سازی دقیق این پارامترها از چالش‌های پیش روی روش کنترل تطبیقی در این مقاله بود که به کندی انجام شد و همگرایی سریع پارامتری قربانی جبران نامعینی‌های مدل شد. برای حل این مشکل در مقاله پیش رو یک روش کنترل تطبیقی مبتنی بر رویکرد مدل چندگانه به منظور سرعت بخشیدن به تخمین پارامترهای نامعین مدل پیشنهاد شده است. این روش در مقابل روش کلیدزنی است که در آن در هر لحظه از زمان تنها یک مدل انتخاب می‌شود. در روش پیشنهادی ساختار دقیق وزن دهی

را طوری انتخاب می‌کنیم تا در رابطه زیر صدق کنند:

$$\hat{A}_p(t) - \hat{B}_p(t)K_r^T(t) = A_m, \hat{B}_p(t)K_r^T(t) = B_m \quad (24)$$

برای درک بهتر مراحل توضیح داده شده در بالا در شکل ۳ بلوک دیاگرام روش پیشنهادی به تفکیک تمامی فرآیندهای شناسایی، تخمین پارامترها و کنترل مشخص شده است. در فرآیند شناسایی ابتدا مدل‌های چندگانه تخمین زده می‌شوند سپس به هر یک از این مدل‌ها وزنی اختصاص داده می‌شود. هر یک از این مدل‌ها وزن داده شده در تخمین سیستم اصلی به کار گرفته می‌شوند و در نهایت ورودی کنترل کننده را تشکیل می‌دهند.



شکل ۳: مراحل شناسایی، ارزیابی مدل‌ها و کنترل در طرح تطابق مرتبه دوم

۴- نتایج شبیه‌سازی

نیروها و گشتاورهای هیدرودینامیکی برای یک کایتاتور به عنوان تابعی از زاویه حمله و عدد کایتاسیون در نظر گرفته می‌شوند. عدم قطعیت ضرایب هیدرودینامیکی مثل ضرایب لیفت و کشش منجر به ایجاد عدم قطعیت و تغییر در عدد کایتاسیون می‌شود. در این مقاله ما سه حالت نامی، ۵۰ درصد عدم قطعیت در کاهش پارامترهای زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش و نیز ۵۰ درصد افزایش در این دو متغیر را بعنوان حالت‌های عدم قطعیت‌دار بررسی می‌کنیم. نتایج شبیه‌سازی به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

$$\dot{V}(e_i, A_x, B_x) = -e_i^T Q e_i + [2e_i^T P A_x x_p(t) + 2tr(\hat{A}_x^T \Gamma_x^{-1} A_x)] \quad (16)$$

$$+ [2e_i^T P B_x u(t) + 2trace(\hat{B}_x^T \Gamma_r^{-1} B_x)]$$

به کمک تعریف اپراتور trace:

$$e_i^T P A_x x_p(t) = trace(A_x x_p(t) e_i^T P) \quad (17)$$

$$e_i^T P B_x u(t) = trace(B_x u(t) e_i^T P)$$

با جاگذاری معادله (۱۷) در معادله (۱۶) خواهیم داشت:

$$\dot{V}(e_i, A_x, B_x) = -e_i^T Q e_i \leq 0 \quad (18)$$

رابطه (۱۸) تضمین می‌کند که خطای شناسایی $e_i(t)$ و خطاهای $A_x(t)$ و $B_x(t)$ به طور کراندار یکنوا هستند. علاوه بر این پارامترهای مدل‌های شناسایی $A_i(t)$ و $B_i(t)$ ها نیز کراندار یکنوا خواهند شد. از سویی دیگر $e_i \in L^2$ و با توجه به آن کراندار می‌شود. به کمک تئوری لم باربالات: $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$. در نتیجه می‌توان اثبات کرد خطای $e_i(t)$ زیر به صفر همگرا می‌شود:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_p(t)\| = 0 \quad (17)$$

که در آن $\|\cdot\|$ نرم اقلیدسی (نرم دو) است. علاوه بر این اگر ورودی مرجع $r(t)$ تحریک پایا (PE) باشد، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_x(t) = A_p, \lim_{t \rightarrow \infty} B_x(t) = B_p \quad (18)$$

در نتیجه خطاهای شناسایی به صفر همگرا شده و پارامترهای $A_x(t)$ به A_p و $B_x(t)$ به B_p همگرا می‌شوند. در رویکرد مدل چندگانه هر مدل باید وزن دهی شود. با تعریف بردار وزنی بصورت زیر:

$$\chi = [\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_{n+1}]^T \quad (19)$$

$$= [(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n), \chi_{n+1}]^T = [\bar{\chi}^T, \chi_{n+1}]^T$$

دینامیک تخمین وزن دهی به شکل زیر خواهد بود:

$$\dot{\bar{\chi}}(t) = -\bar{E}^T(t) \bar{E}(t) \bar{\chi}(t) + \bar{E}^T(t) \alpha(t) \quad (20)$$

$$= -\bar{E}^T(t) [\hat{\alpha}(t) - \alpha(t)]$$

بنابراین سیستم اصلی که مجموع مدل‌های وزن‌دهی شده است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

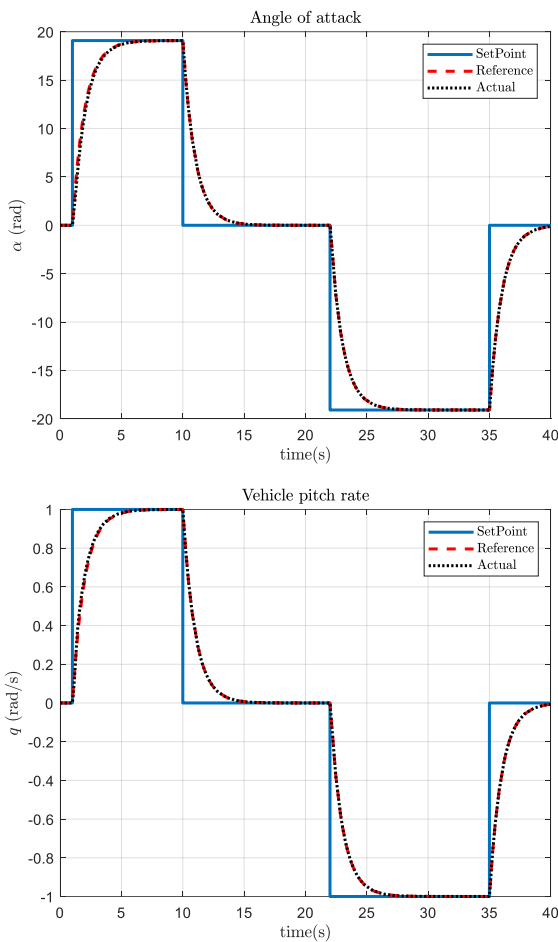
$$\dot{\hat{x}}_p(t) = \hat{A}_p(t) \hat{x}_p(t) + \hat{B}_p(t) u(t) \quad (21)$$

$$\hat{A}_p(t) = \sum_{i=1}^{n+1} \hat{\chi}_i(t) A_i(t), \hat{B}_p(t) = \sum_{i=1}^{n+1} \hat{\chi}_i(t) B_i(t) \quad (22)$$

قانون کنترلی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u(t) = -K_x^T(t) x_p(t) + K_r^T(t) r(t) \quad (23)$$

زیردریایی سوپرکاویتاسیون که در اثر تغییرات هیدرودینامیکی عدد کاویتاسیونی و ضرایب لیفت و کشش حمله به سرعت تغییر می‌کند، رویکرد مدل چندگانه انتخابی بجاست. به طوری که عملکرد مطلوب ردیابی در کمتر از ۵ ثانیه بدست آمده است. شکل ۱۲ تلاش کنترلی کاویتاسیون را نشان می‌دهد که با صرف هزینه کنترلی مطلوبی توانسته به اهداف موردنظر دست یابد. در تمامی تصاویر شبیه‌سازی نشان داده شده است که رویکرد مدل چندگانه نه تنها بازه‌ی گسترده‌ای از عدم قطعیت را مدلسازی و تحمل می‌کند، بلکه دقت و سرعت همگرایی‌اش در تصاویر مربوط به عملکرد ردیابی به وضوح دیده می‌شود.

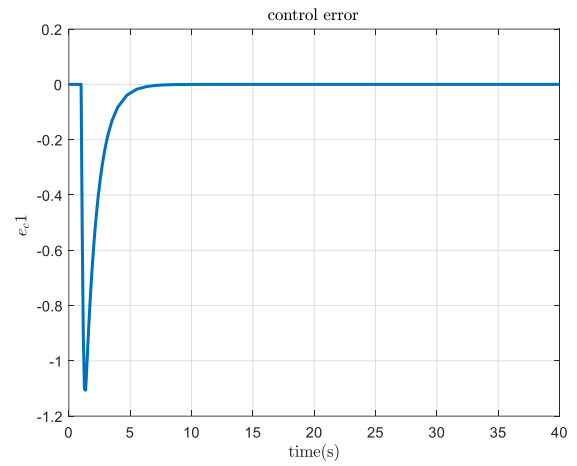
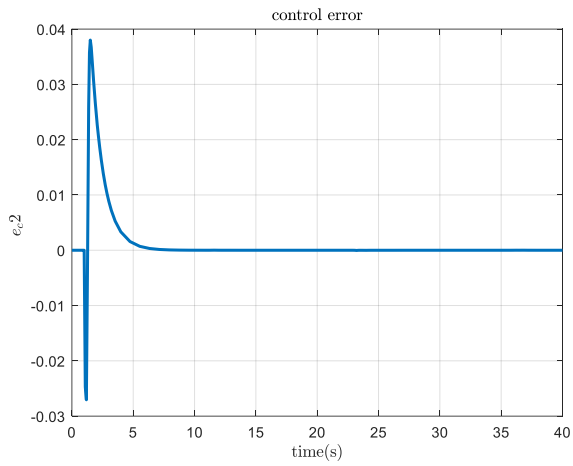


شکل ۴- ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت اول

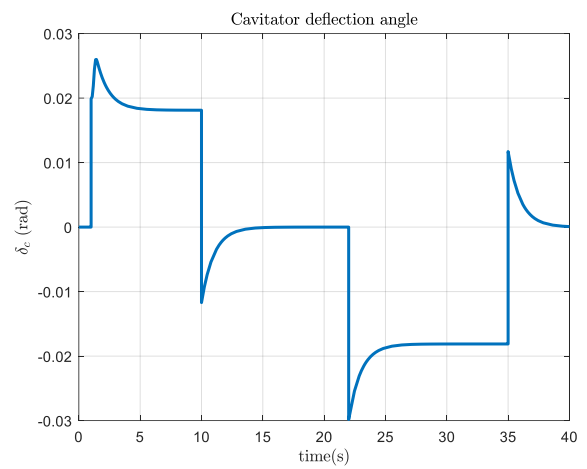
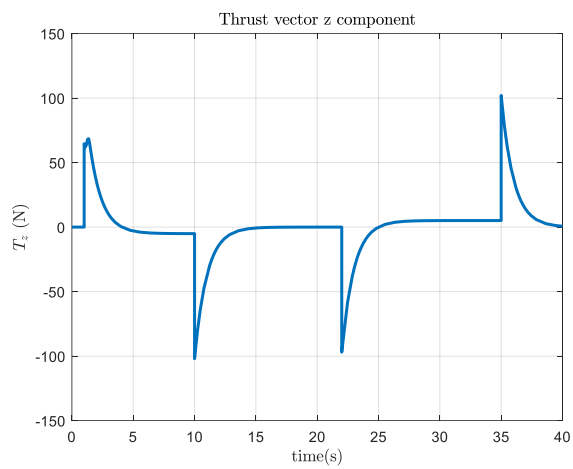
حالت اول: زیردریایی در حالت نامی است و عدم قطعیت ناشی از اثرات تغییر در ضرایب هیدرودینامیکی در نظر گرفته نشده‌اند. شکل ۴ پاسخ سیستم به روش کنترلی پیشنهادی با رویکرد مدل چندگانه را نشان می‌دهد. در این حالت اثرات تغییر ضرایب لیفت و کشش وارده بر سیستم لحاظ نشده‌اند. همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است، روش مورد نظر در همان لحظات اولیه شروع حرکت زیردریایی عملکرد ردیابی مطلوبی دارد و پس از گذشت ۵ ثانیه توانسته خود را با وضعیت جدید مطابقت دهد. شکل ۵ خطای ردیابی این حالت را به تصویر می‌کشد. همانطور که از این تصویر مشخص است، خطای ردیابی در ۵ ثانیه ابتدایی قابل توجه است و پس از آن به همگرایی مطلوب می‌رسد. شکل ۶ به ترتیب زاویه انحراف کاویتاتور (برحسب رادیان) و نیروی پیشران زیردریایی سوپرکاویتاسیون (برحسب نیوتن) را نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود سیگنال‌های کنترل روش پیشنهادی بسیار هموار است و فاقد نوسان است. علاوه بر این نسبت به مورد مشابه در [۱۶] با صرف تلاش کنترلی کمتری عملکرد ردیابی مطلوب بدست آمده است. مقاله [۱۶] عمدتاً بر تحلیل تأثیر شکل و ابعاد کاویتاتور بر رفتار دینامیکی تمرکز دارد، در حالی که مقاله حاضر الگوریتم کنترل تطبیقی چندمدلی با هدف پایداری و مقابله با اغتشاشات محیطی را معرفی می‌کند.

حالت دوم: سیستم در معرض عدم قطعیت‌های متاثر از اثرات هیدرودینامیکی به ویژه عدد کاویتاسیونی و زاویه حمله کاویتاتور قرار دارد و در بدترین شرایط این اثرات، زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش را به میزان ۵۰ درصد کاهش می‌دهند. در این حالت عملکرد ردیابی روش مدل چندگانه در شکل ۷ نشان داده شده است. ردیابی مطلوب پس از گذشت ۷ ثانیه در این حالت بدست آمده است. خطای ردیابی روش کنترل پیشنهادی در شکل ۸ نشان داده شده است. ردیابی دقیق و سریع روش مورد مطالعه و سیگنال کنترل هموار با توجه به شکل ۹ در این حالت نیز مزیت این روش را آشکار می‌سازد. در این حالت نیز زیردریایی توانسته با صرف نیروی پیشران کمتری (بیشینه نیروی پیشران ۱۰۰ نیوتنی) نسبت به مورد مشابه [۱۶] به اهداف کنترلی دست پیدا کند.

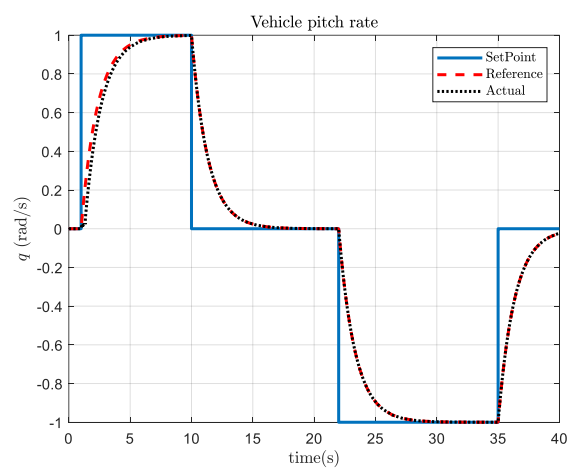
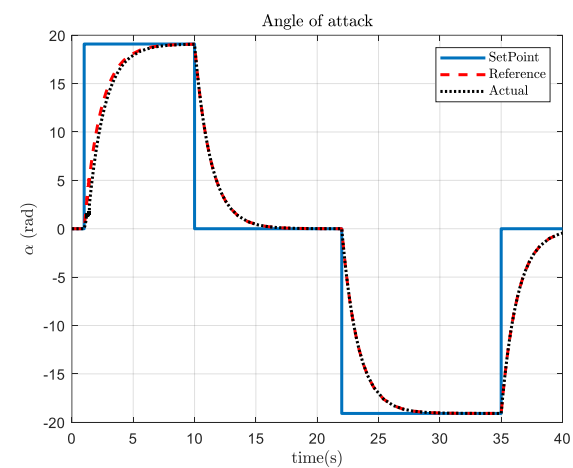
حالت سوم: اثرات هیدرودینامیکی در زاویه حمله بالا زاویه انحراف کاویتاتور و نرخ زاویه پیچش را به میزان ۵۰ درصد افزایش می‌دهند. شکل ۱۰ عملکرد ردیابی رویکرد مدل چندگانه را نشان می‌دهد و شکل ۱۱ نیز خطاهای ردیابی این ساختار را به تصویر می‌کشد. همانطور که در دو حالت قبلی نیز مشاهده شد، در این حالت نیز می‌توان نتیجه گرفت که برای مسائلی مثل کنترل



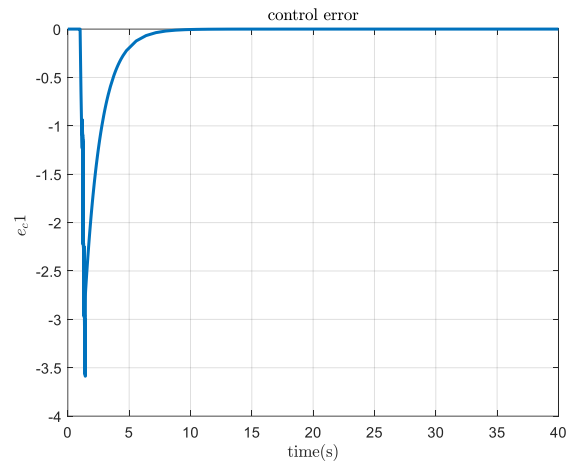
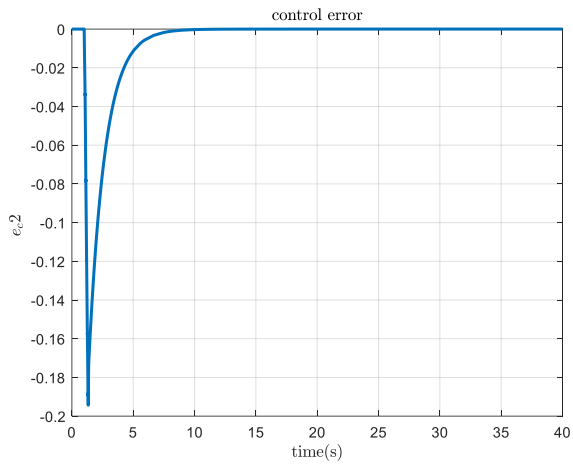
شکل ۵- خطاهای ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت اول



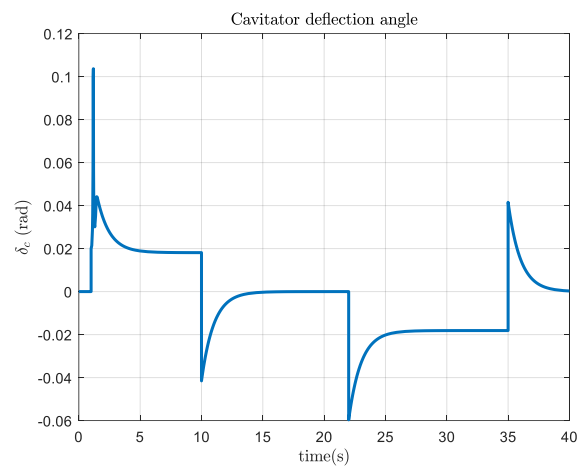
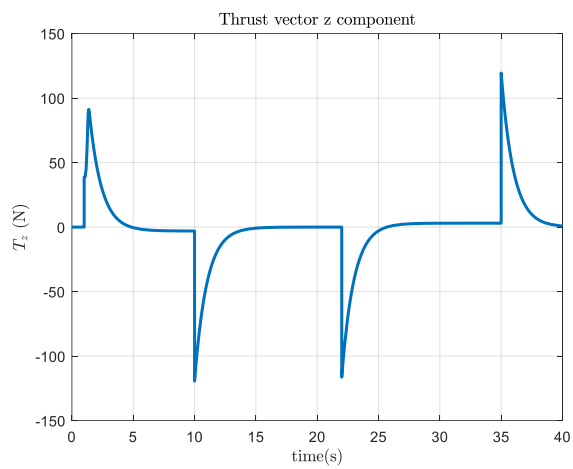
شکل ۶- ورودی‌های کنترل (زاویه انحراف کابیناتور و نیروی پیش رانش) در حالت اول



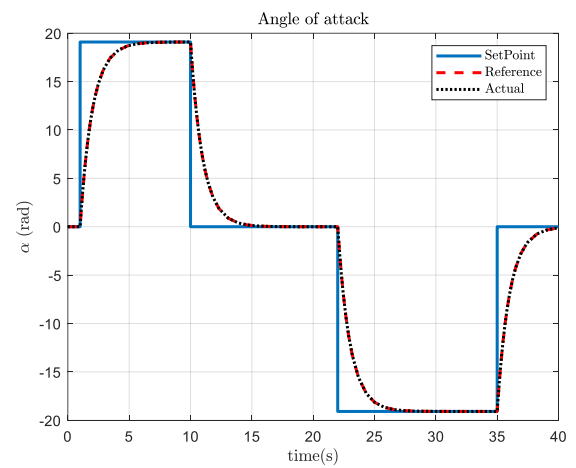
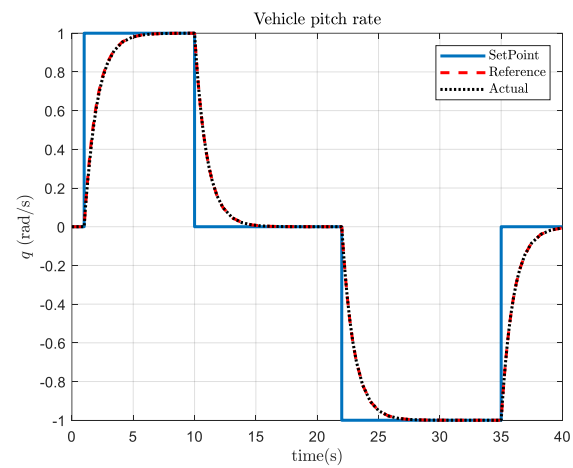
شکل ۷- ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت دوم



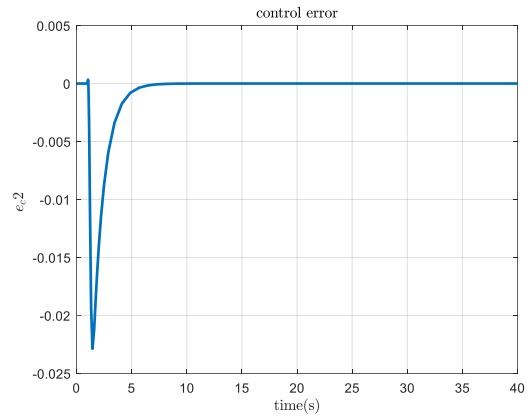
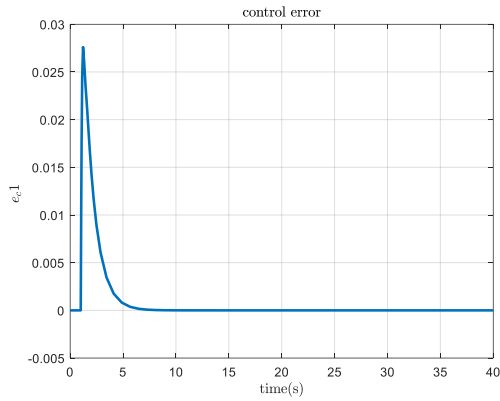
شکل ۸- خطاهای ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت دوم



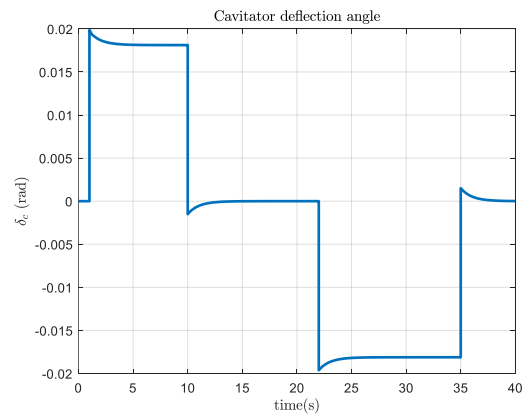
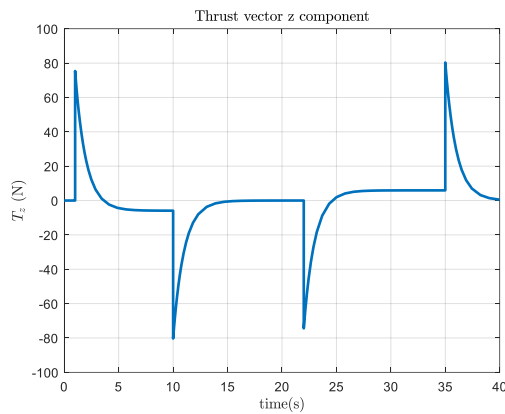
شکل ۹- ورودی‌های کنترل (زاویه انحراف کاویتاتور و نیروی پیش رانش) در حالت دوم



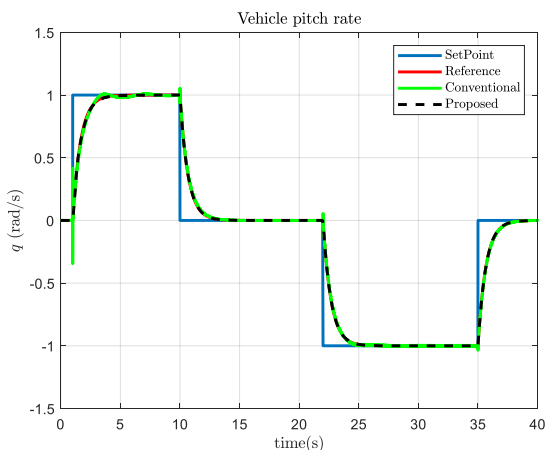
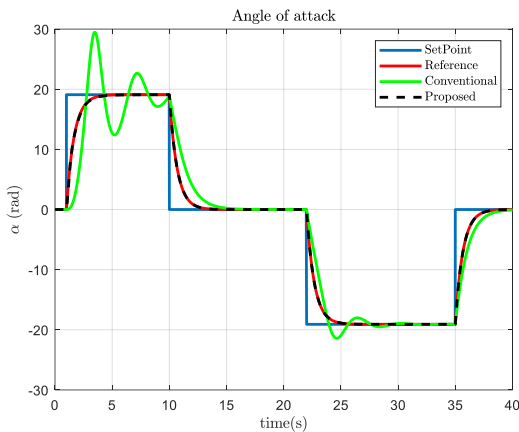
شکل ۱۰- ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت سوم



شکل ۱۱- خطاهای ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش در حالت سوم



شکل ۱۲- ورودی‌های کنترل (زاویه انحراف کاویتاتور و نیروی پیش رانش) در حالت سوم



شکل ۱۳- مقایسه عملکرد ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش

به منظور مقایسه عملکرد چندگانه تطبیقی با روش کنترل تطبیقی کلاسیک، یک سناریو مقایسه‌ای انجام شده است. شکل ۱۳ عملکرد ردیابی روش پیشنهادی و روش مرسوم کنترل تطبیقی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۱۳ نشان داده شده است زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش با استفاده از رویکرد چندگانه بخوبی از مقادیر مرجع خود را دنبال می‌کنند درحالی که روش کنترل تطبیقی مرسوم همراه با نوسان و خطای ردیابی قابل ملاحظه است. سیگنال‌های ورودی زاویه انحراف کاویتاتور و نیروی پیش رانش نیز در این حالت در شکل ۱۴ نشان داده شده است. سیگنال کنترل روش مرسوم همراه با چترینگ و نوسان است و نتوانسته بخوبی از پس تغییرات پارامترهای سیستم بربیاید. درحالیکه روش پیشنهادی با سیگنال‌های کنترل هموارتر اهداف کنترلی را برآورده ساخته است. به منظور مشاهده بهتر این نوسانات این شکل زاویه انحراف کاویتاتور حول زمان ۲۶ ثانیه بزرگنمایی شده است. برای مقایسه کمی این روش در جدول ۲ میانگین مربعات خطای دو روش آورده شده است.

۹- بیانیه ناشر

هرگونه دیدگاه و اطلاعات بیان شده در این نشریه متعلق به نویسندگان است و لزوماً دیدگاه‌های ناشر را منعکس نمی‌کند.

جدول ۱ - پارامترهای به کاررفته در مدل زیردریایی

سوپر کاویتاسیون [۱۶]

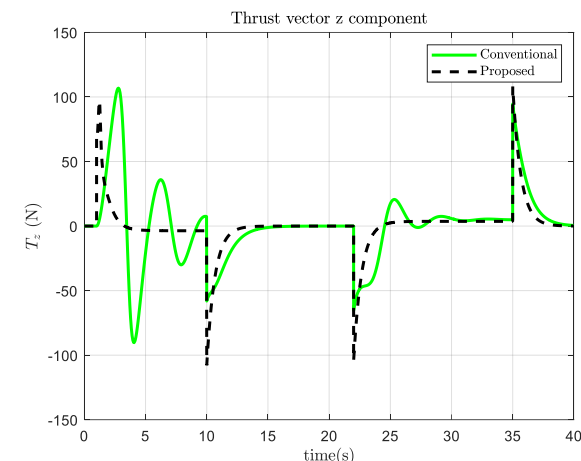
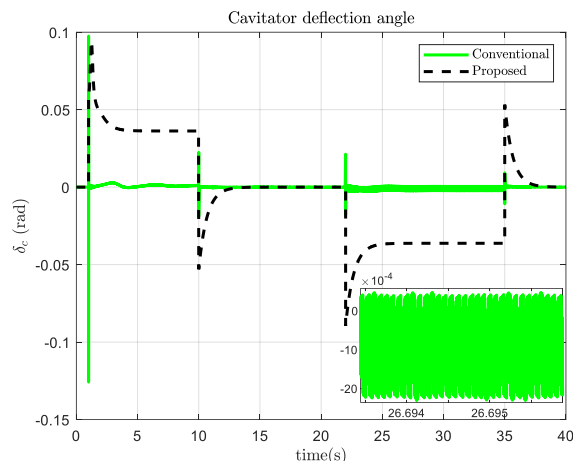
مقیاس	توصیف	متغیر
$N.m$	گشتاور کاویتاتور در راستای محور y	M_{c_y}
$N.m$	گشتاور بالک‌ها	M_{δ_y}
N	نیروی کاویتاتور در راستای محور z	F_{c_z}
N	نیروی جاذبه	F_{g_z}
N	نیروی بالک‌ها	F_{δ_z}
kg	جرم	m
$kg.m^2$	ممان اینرسی	I_{yy}
m/s	پارامتر سرعت طولی جسم در چارچوب بدنه در جهت محور مختصات x	u
m/s	پارامتر سرعت طولی جسم در چارچوب بدنه در جهت محور مختصات y	w
rad/s	مشتق زاویه پیچش (مشتق چرخش حول محور مختصات y) وسیله نقلیه	q
rad	زاویه حمله	α
m	فاصله مرکز جرم از بالک	x_{fin}
kg/m^3	چگالی سیال	ρ
m^2	مساحت بالک	S_{fin}
-	ضریب ثابت وابسته به تغییرات لیفت به زاویه حمله	$c_{L\alpha}$

جدول ۲ - جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) خروجی‌های سیستم

روش کنترل	زاویه حمله	نرخ زاویه پیچش
کنترل تطبیقی کلاسیک	۳/۳۸۷۴	۰/۰۰۹۴۶۵۶
عملکرد چندگانه	۰/۰۶۳۱۹۳	۰/۰۰۳۳۱۰۳

۶- مراجع

- Xu, H., Wang, C., Wei, Y. and Cao, W., (2023), *On the nonlinear hydrodynamic characteristic of a ventilated supercavitating vehicle with high Froude number*, Ocean Engineering, Vol. 268, p.113457. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113457>.
- Daijin, L., Fengjie, L., Yazhen, S., Jianjun, D. and Kai, L., (2020), *A novel hydrodynamic layout of front vertical rudders for maneuvering underwater supercavitating vehicles*, Ocean Engineering, Vol. 215, p.107894. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107894>.
- Li, Y., Wang, C., Wei, Y., Cao, W., Lu, J., Xia, S. and Xu, H., (2023), *On water-entry cavity evolution models and maneuvering motion of supercavitating*



شکل ۱۴- مقایسه ورودی‌های کنترل (زاویه انحراف کاویتاتور و نیروی پیش رانش)

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یکی از چالش‌های کنترلی منحصر به فرد مرتبط با وسایل نقلیه سوپر کاویتاسیون شناسایی و بررسی شد. هدف، ارائه مدلی از شرایط غیرخطی بود که بتوان از آن برای پیوند فیزیک به دینامیک مشاهده شده در شبیه‌سازی استفاده کرد. عدم قطعیت‌های مربوط به تغییر در زاویه انحراف کاویتاتور و نرخ زاویه گام بعنوان شرایط شبیه‌سازی مختلف لحاظ شده اند. سه حالت مختلف نامی، ۵۰ درصد کاهش متغیرهای حالت و ۵۰ درصد افزایش آن‌ها بعنوان بازه عدم قطعیت در نظر شده اند. تصاویر شبیه‌سازی در هر سه حالت به خوبی عملکرد مناسب رویکرد مدل چندگانه را نشان داده است. علاوه بر این کاهش تلاش کنترلی نسبت به موارد مشابه برای کنترل همین مدل از برتری‌های این روش محسوب می‌شود. این مقاله اثبات کرده است که با صرف هزینه‌های کنترلی در زاویه انحراف کاویتاتور و نیروی پیش رانش می‌توان به عملکرد ردیابی سریع و دقیق دست یافت. مقدار میانگین مربعات خطا سرعت و دقت همگرایی مجانبی روش پیشنهادی را نسبت به کنترل تطبیقی کلاسیک تا بیش از سه برابر در ردیابی زاویه حمله و نرخ زاویه پیچش نشان می‌دهد.

۶- بیانیه دسترسی به داده‌ها

داده‌های پشتیبان‌کننده یافته‌های این مطالعه در متن مقاله و پیوست‌های آن گنجانده شده‌اند.

- engines. Journal of the Franklin Institute, Vol. 359(10), pp.4727-4750. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.05.001>.
- 15- Panda, S.K. and Subudhi, B., (2022). *A review on robust and adaptive control schemes for microgrid*. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, Vol. 11(4), pp.1027-1040. <https://doi.org/10.35833/MPCE.2021.000817>.
- 16- Mokhtarzadeh H., Balas, G. and Arndt, R., (2012). *Effect of cavitator on supercavitating vehicle dynamics*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 37(2), pp.156-165. <https://doi.org/10.1109/JOE.2011.2177689>.
- vehicle. Physics of Fluids, Vol. 35(7). <https://doi.org/10.1063/5.0158099>.
- 4- Zou, W., Liu, T., Shi, Y. and Wang, J., (2021). *Analysis of motion characteristics of a controllable ventilated supercavitating vehicle under accelerations*. Journal of Fluids Engineering, Vol. 143(11), p.111204. <https://doi.org/10.1115/1.4051216>.
- 5- Kamali, H.A., Erfanian, M.R. and Pasandidehfard, M., (2024). *Experimental and numerical analysis of cavitator angle effects on artificial cavitation characteristics under low ventilation coefficients, with prediction using optimized random forest and extreme gradient boosting models*. Ocean Engineering, Vol. 309, p.118446. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.118446>.
- 6- O'neill, J.P., (1954). *Flow around bodies with attached open cavities* (No. E247).
- 7- Pham, D., Hong, J.W., Hilo, A.K. and Ahn, B.K., (2022). *Numerical study of hot-gas ventilated supercavitating flow*. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, Vol. 14, p.100470. <https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2022.10047>.
- 8- Kamali, H.A., Pasandidehfard, M., and Kadivar, E., (2024). *Analyzing the influence of dimensions of the body behind the cavitator on ventilated cavitation*. Physics of Fluids, Vol. 36, <https://doi.org/10.1063/5.0207797>.
- 9- Mao, X. and Wang, Q., (2015). *Adaptive control design for a supercavitating vehicle model based on fin force parameter estimation*. Journal of Vibration and Control, 21(6), pp.1220-1233. <https://doi.org/10.1177/1077546313496263>.
- 10- Goel, A., (2005). *Robust control of supercavitating vehicles in the presence of dynamic and uncertain cavity*. University of Florida ProQuest Dissertations & Theses, 3192387.
- 11- Yun-tao, H., Zhen, X., & Tao, B. (2020). *Predictive Control of Supercavitating Vehicle Based on Time Delay Characteristics*. Journal Huazhong University of Science&Technology, Vol. 48(7), pp. 52-57. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3046517>.
- 12- Zou, W., Liu, T., & Shi, Y. (2021). *Optimization of the maximum range of supercavitating vehicles based on a genetic algorithm*. Ocean Engineering, Vol. 239, 109892. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109892>.
- 13- Li, Y., Wang, C., Wei, Y., Cao, W., Lu, J., Xia, S., & Xu, H. (2023). *On water-entry cavity evolution models and maneuvering motion of supercavitating vehicle*. Physics of Fluids, Vol. 35(7). <https://doi.org/10.1063/5.0158099>.
- 14- Du, X., Shi, Y., Yang, L.H. and Sun, X.M., (2022). *A method of multiple model adaptive control of affine systems and its application to aero-*