طراحی بهینه و مدلسازی عددی توربین بادی بدون پره

سید محمود هاشمی نژاد^۱* ، یاسین معصومی^۲

^۱ استادیار، پژوهشگاه مواد و انرژی، تهران، ایران، ایران، <mark>yasinmasumi1370@gmail.com</mark>

اطلاعات مقاله	چکیدہ
ناریخچه مقاله:	هدف اصلی مقاله حاضر، شبیهسازی عددی برداشت انرژی آیروالاستیک از نوسانات ناشی از جریان عبوری
تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۱/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۱۵ تاریخ انتشار مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۲۲	از یک تیر مرکب عمودی انعطاف پذیر نصب شده بر کف قرار گرفته در امتداد یک استوانه صلب با سطح مقطع دایروی، به عنوان یک پیکربندی ساده از توربینهای بدون پره، میباشد. مکانیزم اصلی برداشت انرژی در این سیستم برمبنای تکه مواد پیزوالکتریک چسبانده شده در ریشه تیر الاستیک می باشد.
کلمات کلیدی:	همچنین، شبیهسازی و تعیین پارامترهای اصلی آئروالاستیک سیستم از طریق یک حلگر عددی کوپله
توربین بدون پره شبیهسازی FSI چند فیزیک، ورق پیزوالکتریک برداشت انرژی از FIV	سازه- سیال گذرا دو سویه بر مبنای روش دینامیک سیالات و جامدات محاسباتی مد نظر میباشد . نتایج به دست آمده نشان می دهد که کاهش جرم استوانه از ۲۰g به ۵g، افزایش ضخامت ورق از ۸mm/۰ به ۸۰GPa و افزایش مدول یانگ از ۵۰GPa به ۸۰GPa می تواند به ترتیب تا ۹۰٪، ۷۰٪ و ۹۰٪ باعث بهبود حداکثر برداشت انرژی در ناحیه قفل شدگی گردد.

Optimum design and numerical modeling of a bladeless wind turbine

Seyyed Mahmoud Hasheminejad^{1*}, Yasin Masoumi²

¹ Assistant Professor, Materials and Energy Research Center (MERC), Tehran, Iran; <u>hashemi@merc.ac.ir</u> ² Postdoc researcher, Iran University of Science and Technology; <u>yasinmasumi1370@gmail.com</u>

ARTICLE INFO

Article History: Received: 17 Apr 2023 Accepted: 06 Nov 2023 Available online: 13 Nov 2023

Keywords: Bladeless turbine FSI multiphysics simulation piezoelectric patch FIV energy harvesting

ABSTRACT

In this paper, a novel high-performance FIV-based aeroelastic bladeless turbine energy harvester that functions based on the piezoelectric mechanism is proposed and numerically implemented. The harvester consists of a circular cylinder fitted at the end of a flexible wall-mounted cantilever plate equipped with a piezoelectric (PZT) patch at its root. The three-dimensional flow field distribution of the piezoelectric-based energy harvesting system is simulated through a partitioned two-way iteratively implicit fully coupled nonlinear transient fluid structure interaction (FSI) scheme implemented in a multiphysics CFD-FEM simulation framework. The obtained results show that by decreasing the mass of the cylinder from 5g to 20g, and increasing the thickness of the base from 0.5mm to 0.8mm and Young's modulus from 50Gpa to 80Gpa, the maximum energy harvesting in the locking zone can improve up to %90, %70, and %90 respectively.

توربین های بدون پره مورد بررسی قرار گرفته است. این نوع توربین شامل ستونی است که در اثر وزش باد میلرزد و از این طریق انرژی الکتریکی تولید میشود. برای این منظور با عبور جریان از روی بدنه توربین، گردابه هایی به صورت تناوبی از دوسمت آن جدا می شوند که باعث ارتعاش آن در جهت عرضی

۱ – مقدمه

جریان س_یال یک منبع انرژی اسـت که با عبور از روی سـازهها می تواند باعث تحریک ار تعاشات (FIV) آن ها شود. از این پدیده می توان در برداشت انرژی از سیال استفاده نمود [۱]. اخیرا بردا شت انرژی نو سانات سیستم نا شی از جریان سیال تو سط

نسبت به جریان می شود. بلافاصله پس از آنکه این سازه ها شروع به لرزش می کنند، نوعی دستگاه تناوبگر حرکات مکانیکی آن را به الکتریسیته تبدیل می کند. در شکل ۱ هندسه واقعی یک نوع توربین بدون پره به همراه مکانیزم اصلی رهایش گردابه ها جهت تحریک فرکانس ارتعاشات سیستم نشان داده شده است.



شکل ۱ – هندسه یک توربین بدون پره به همراه نحوه عبور جریان از روی آن.

مزیت اصلی این سیستمها نسبت به توربینهای بادی متداول مقرون به صرفه بودن، سازگاری با محیط زیست، آلودگی صوتی پایین، ایمنی و قابلیت اطمینان بالا، سادگی طراحی، هزینه ساخت و نگهداری پایین، عمر طولانی، حداقل خرابی های مکانیکی، و همچنین قابلیت نصب و راه اندازی و بهره وری عملیاتی حتی در محيطهايي با ميانگين سرعت باد پايين ميبا شد [٢،٣] . مقرون به صرفه بودن، یکی از مزایای اصلی این سیستمها است. در واقع بازگشت سرمایه در این نوع سیستمها به واسطه طراحی، استفاده از مواد خام و نیاز غیر ضروری به ماشین خانه های معمولی، مکانیسـمهای پشـتیبانی، پروانهها و ژنراتورهای بادی باشـد[۴]. [4]. علاوه بر این، طراحی ساده این توربینهای بدون پره به این معنی است که به منظور کاهش اصطکاک از روغن روان کننده ا ستفاده نمی شود. علاوه بر این، برخلاف نیروگاههای بادی معمولی که می توانند به دلیل وجود پرههای بزرگ و آلودگی صوتی تولید شده، حيات وحش را مختل كنند، اين سيستمها به حيات وحش اطراف آسیبی نمی رسانند و صدای تولید شده آنقدر کم است که آزار دهنده نیست[۵].

اخیرا سونگ و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۵ به برر سی پارامترهایی جهت افزایش برداشت انرژی از توربینهای بدون پره کردند. آنها نتیجه گرفتند که استوانهای با وزن کم و قطر زیاد می تواند راندمان برداشت انرژی را افزایش دهد. دایی و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۶ با چسباندن یک لایه پیزوالکتریک به پایه این

توربینها اقدام به برداشت انرژی از آنها کردند. ژانگ و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۷ به برر سی اثر یک ا ستوانه و ا ستوانه و ورق بر بردا شت انرژی پرداختند. آنها با قرار دادن این دو ا ستوانه در کنار هم باعث افزایش نوسانات و در نتیجه برداشت انرژی بیشتر شدند. سونگ و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۷ به برر سی ا ستفاده از ورق پیزوالکتریک متصل به یک استوانه در بحث برداشت انرژی پرداختند. در این تحقیقات یک سر ورق به تکیه گاه و سر دیگر آن به استوانه متصل شده بود. مجيا و همكاران [١٠] در سال ٢٠١٨ از یک ورق پیزوالکتریک قائم متصل به یک استوانه بلند قرار گرفته در معرض جریان انرژی برداشت کردند. در این تحقیقات آنها با تغییر خصوصیات هندسی سازه به بهینه سازی انرژی برداشت شده ناشی از خمش ورق پیزوالکتریک پرداختند. ثومایی و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۹ ارتعاشات یک توربین بدون پره کوچک را برر سی کردند. در این تحقیق با تغییر سازه سعی شده است به صورت آزمایشگاهی راندمان سیستم بالا رود. فرانسیس و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۲۱ اثر پارامترهای مختلف هندسی بر راندمان توربین های بدون پره و بحث فر کانس و دامنه نوسانات آن را بررسی کردند. دهقانی و همکاران [۴] در سال ۲۰۲۱ با استفاده از روش یادگیری عمیق^۲به بررسی پارامترهای یک توربین بدون پره پرداختند. در نهایت این مقاله رابطهای را برای پیشبینی راندمان این سیستم ارائه داده است. مافتونی و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۲۱ به بررسی دامنه و فرکانس نوسانات و کنترل سیستم با توجه به نیروی پسآ وارد بر سیستم پرداختند. سباب و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۲۱ به بررسی عددی ۲ و ۳ بعدی توربینهای بدون پره پرداختند. در این تحقیقات آنها با شبیه سازی های متعدد راندمان این سیستمها را بررسی کردند. رمدهانی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۲۲ به بهینه سازی طراحی مکانیکی توربین بادی بدون پره برای تامین برق در اندونزی پرداختند. در این تحقیقات با تغییر در شکل و هند سه سازه و همچنین ا صطکاک سیستم سعی بر افزایش راندمان الکتریکی بوده است. یونیس و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۲۲ جمع آوری انرژی ناشی از VIV را با استفاده از یک توربین بدون پره بررسی نمودند. در این تحقیقات با تغییر سطح مقطع هندسه سعى در بهبود راندمان سيستم بوده است.

با توجه به مطالبی که گفته شد، هدف اصلی طرح حاضر شبیه سازی عددی بردا شت انرژی آیروالا ستیک از نو سانات ناشی از جریان عبوری از یک تیر مرکب عمودی انعطاف پذیر نصب شده بر کف، که در امتداد یک استوانه صلب با سطح مقطع دایروی قرار گرفته است، به عنوان یک پیکربندی ساده از توربینهای بدون پره میباشد. مکانیزم اصلی برداشت انرژی در این سیستم برمبنای تکههای مواد پیزوالکتریک چ سبانده شده در ری شه تیر الا ستیک

می باشـد. در این تحقیق با تغییر پارامتر هایی همچون چگالی استوانه، سختی و ضخامت پایه نگه دارنده به شبیه سازی و تعیین پارامترهای اصلی هیدروالاستیک سیستم، میدان جریان سهبعدی، و انرژی قابل برداشـت از طریق یک حل گر عددی کوپله سـازه-سیال (FSI) گذرا دو سویه بر مبنای روش CFD-CSD پرداخته شده است. در این راستا، مدل سازی آشفتگی طبق روش میانگین شده است. در این راستا، مدل انتقال تنش بر شی ۵۵ (SST) انجام خواهد شـد. در تحقیق حاضـر تلاش خواهد شـد با تغییر هند سه سیستم، محدوده و مقدار بردا شت انرژی گسترش پیدا کند. امید اسـت با انجام این تحقیق بتوان گام بلندی را در زمینه توسعه انرژیهای تجدیدپذیر در جمهوری اسلامی ایران برداشت.

۲ – روش حل عددی

در این بخش سیستم توربین بدون پره برداشت کننده انرژی ناشی از عبور جریان از روی سازه شامل استوانه دایره ای متصل به یک ميله با يک لايه ورق پيزوالکتريک PZT چسبيده به ريشه تشريح شده است. این شبیه سازیها در محیط نرمافزار تجاری انسیس انجام شده است. همچنین آنالیزهای مربوط به جریان سیال و حرکات سازه به ترتیب در نرمافزارهای Fluent و Mechanical APDL انجام شده و انتقال اطلاعات از طریق ماژول کوپلکننده^۳ (SC) انجام می شود. در شکل ۲ مشاهده می شود که طول و قطر اســـتوانه L_c و D_c و همچنين طول، عرض و ضــخامت پايه توربین با پایین نویس b و ورق پیزوالکتریک با پایین نویس p با h،L و t نشان داده شده است. همچنین مقاومت الکتریکی متصل به پایه پیزو با نماد R_p نمایش داده شـده اسـت. همچنین ابعاد و شرایط مرزی ناحیه محا سباتی نیز در شکل ۲ آورده شده است. همچنین لازم به ذکر است که برای شرط ورودی، جریان با سرعت ثابت و برای شرط خروجی، جریان خروجی در نظر گرفته شده است. اطراف و بالای ناحیه محاسباتی شرط تقارن داشته و کف نیز دیوار بوده است. در شکل ۳ شبکه بندی ناحیه محا سباتی اطراف توربین بدون پره و خود توربین دیده می شود. با توجه به شکل ۳ مشاهده می شود که بر روی توربین بدون پره شبکه بندی منظم چهار وجهی آورده شده است. همچنین ناحیه محاسباتی به صورت منظم و گوه ای شـکل شـبکه بندی شـده اسـت. با این وجود در وجهی از ناحیه محاسباتی که پایه به زمین متصل شده است، شبکه بندی نامنظم مشاده می شود. در این تصویر نمای مربوط به دیواره های اطراف ناحیه محاسباتی، داخل آن و همچنین نمای نزدیک به توربین دیده می شود. مشاهده می شود که در نواحی

³ System coupling

⁴ Moving (deforming) mesh algorithm

که احتمال تغییرات شـدیدتر جریان وجود داشـته اسـت، شـبکه بندی نیز به همان نسبت ریزتر شده است.



شکل ۲ – شماتیک هندسه و دامنه محاسباتی توربین بدون پره.



شکل ۳ - شبکه بندی ناحیه محاسباتی.

به منظور تحلیل مسئله در ناحیه سیال، از معادلات ناویرا ستوکس و پیوستگی استفاده شده است. در محاسبات مربوط به یک مسئله FSI، این معادلات به فرم ALE گسسته سازی می شوند. چراکه با تغییر شکل سازه، ناحیه شبکه بندی شده در سیال نیز تغییر می کند، لذا این ناحیه باید توسط یک الگوریتم شبکه متحرک[†] اصلاح شود [۱۷] . برای برقراری بقا در زمان⁶برای این معادلات جدا سازی شده، حجم جاروب شده تو سط مرزهای حجم کنترل باید به گونهای محاسبه شود که با گسسته سازی زمانی تغییر حجم آن سازگار باشد. همچنین، بر اساس قانون بقای هندسی (GCL)، هر گسسته سازی با توجه به محاسبه منسجم کمیتهای هندسی وابسته به زمان، محدودیت خاص خود را دارد [۸۸]. از این رو معادلات پیوستگی و ناویراستوکس در فرم ALE به صورت زیر نوشته می شوند [۱۹] :

$$\rho_{f} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}_{f} + \rho_{f} [(\mathbf{u}_{f} - \mathbf{u}_{m}) \cdot \nabla] \mathbf{u}_{f} = \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}_{f}) + \rho_{f} \mathbf{b}_{f} \text{ in, } \Omega_{f}$$
(1)
$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{f} = 0 \text{ in } \Omega_{f},$$
(2)

⁵ Conservative in time

⁶ Geometric conservation law

Downloaded from marine-eng.ir on 2025-06-01

$$\begin{split} \rho_{\rm S}\ddot{\mathbf{u}}_{\rm S} &= \nabla \cdot \overline{\sigma}_{\rm S} + \mathbf{f}, & \text{in } \Omega_{\rm S}, & (\mathcal{F}) \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, & \text{in } \Omega_{\rm S}, & (\mathcal{V}) \\ \lambda \in \mathcal{I}_{\rm S}, & \lambda \in \mathcal{I}_{\rm S}$$

$$J_{M_{
m s}}$$
 + $\int_{\Gamma_{
m s}}$ ($\delta {f u}_{
m s}. {f t}_{
m f}$) ${f d}\Gamma_{
m s}$
که در آن q بار الکتریکی در سـطح پیزوالکتر یک، ${f t}_{
m f}$ بیان گ
نیروهای برشی سطح سازه و سیال هستند ($\Gamma_{
m s}$). نیروهای نقطهای
اعمال شده به سیستم به صورت زیر هستند:
 $W_{
m pf} = W_{R_{
m p}} = (\phi/R_{
m P})\delta\phi$ (۱۳)

¹ The dynamic remeshing procedure

- ¹ Stress-equilibrium (momentum conservation)
- ¹ Maxwell's equation

¹ Hamilton's principle of variational meclfanics

$$\sigma_{f} = -pl + \rho_{f}(\nu_{f} + \nu_{ft})[\nabla u_{f} + (\nabla u_{f})^{T}]$$
 (۳)
(۳) در این را ستا معادلات حاکم برای انتقال انرژی جنب شی آ شفتگی،
 k ، و نرخ اتلاف ویژه، ω در ترکیب با معادلات حاکم اصلی حل
شده اند [۲۱] :

$$\rho \frac{\partial(k)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + Y_k + S_k$$
(*)

$$\rho \frac{\partial(\omega)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(\omega u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega + \qquad (\Delta)$$
$$Y_\omega + D_\omega + S_\omega$$

که $\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$ که $G_k = -\rho \overline{u'_l u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$ که $G_k = -\rho \overline{u'_l u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$ حنبش $G_k = G_k$ G_k G_k G_k $G_k = G_k$ G_k G_k $G_k = G_k$ $G_k = G_k$ G_k G_k G_k $G_k = G_k$ $G_k = G_k$ G_k G_k G

یک ماده پیزوالکتر یک دارای میدان های تعاملی الکتریکی و مکانیکی است. حالت پیزوالکتریک را میتوان به اثرات پیزوالکتریک مستقیم (حسگر) و معکوس (محرک) تقسیم کرد. در این را ستا پاسخ مکانیکی ورق جداکننده پیزوالکتریک انعطاف پذیر توسط معادله تنش-تعادل (بقای تکانه)^۲ و پاسخ الکتریکی برای بقای جابجایی الکتریکی، **D** با استفاده از معادله ماکسول^۳ بیان میشود [۲۲] :

0

- 9 The second-order scheme
- ¹ The diffusion-based smoothing

⁷ Mesh velocity

⁸ The second-order upwind

$$\mathbf{F}_{c} = \mathbf{K}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{M}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{K}_{c}$$
$$\mathbf{F}_{c} = \mathbf{K}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s} \\ \mathbf{h}_{\phi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s} \\ \mathbf{f}_{\mu} - \mathbf{f}_{u1} + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}_{n} \\ \mathbf{f}_{\phi} \end{bmatrix} \mathbf{K}_{c}$$
$$\mathbf{H}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{H}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu} \mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf{K}_{uu}$$
$$\mathbf$$

$$\begin{split} \mathbf{M}_{uu} &= \rho_{s} \int_{\Omega_{s}} \mathbf{N}_{u}^{\mathsf{T}} \mathbf{N}_{u} d\Omega_{s}, \\ \mathbf{K}_{\phi u} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{B}_{\phi}^{\mathsf{T}} e \mathbf{B}_{u} d\Omega_{s}, \\ \mathbf{K}_{\phi \phi} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{B}_{u}^{\mathsf{T}} e \mathbf{B}_{\phi} d\Omega_{s}, \\ \mathbf{K}_{uu} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{B}_{u}^{\mathsf{T}} e \mathbf{B}_{\phi} d\Omega_{s} + \int_{\Omega_{s}} \mathbf{B}_{u}^{\mathsf{T}} \mathbf{B}_{2} (\sigma_{s})_{n} d\Omega_{s}, \\ \mathbf{f}_{u} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{N}_{u}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{f} d\Omega_{s} + \int_{\Gamma_{s}} \mathbf{N}_{u}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{t} \mathbf{f} d\Gamma_{s}, \\ \mathbf{f}_{u1} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{N}_{u}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{f} d\Omega_{s}, \mathbf{f}_{\phi} &= \int_{\Omega_{s}} \mathbf{N}_{\phi}^{\mathsf{T}} \mathbf{f}_{q} d\Omega_{s}, \\ choose defined a definition definiti$$

² Material constitutive
 ² Tangent modulus

- ² Tangent modulus
- ² Fully coupled nonlinear Newmark time Antegration

0

معادله حاکم بر سازه در حالت وریشن گیری ضعیف⁶له شرح زیر است [۲۵]:

$$\int_{\Omega_{s}} \rho_{s} \delta \mathbf{u}_{s} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{s} \, d\Omega_{s} - \int_{\Omega_{s}} \delta \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{s} \, d\Omega_{s} + \int_{\Omega_{s}} \delta \mathbf{E} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{\Phi} \, d\Omega_{s} + \int_{\Omega_{s}} \delta \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{e}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{E} \, d\Omega_{s} - \int_{\Omega_{s}} \delta \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E} \, d\Omega_{s} + \int_{\Omega_{s}} \delta \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E} \, d\Omega_{s} + \int_{\Gamma_{s}} (\delta \mathbf{u}_{s} \cdot \mathbf{t}_{f}) \, d\Gamma_{s} - (\boldsymbol{\phi}/R_{\mathrm{P}}) \delta \boldsymbol{\phi} = 0 \qquad (1\text{ m})$$

در مرحله بعد، با اتخاذ یک روش توسعه داده شده، که در آن نتایج در هر مرحله از نتایج مرحله قبل به دست میآید، با استفاده از روش ULJ میتوان از این روابط برای حل هندسه با تغییر شکلهای غیرخطی با جابجاییها، چرخشها و کرنشهای بزرگ استفاده نمود [۲۶]. با پیروی از رویکرد به کارگرفته شد [۲۳] ، معادلات شبیهسازی سازه را میتوان از فرمول بندی المانی بر اساس اصل کار مجازی استخراج کرد. از آنجایی که در تنش کوشی تأثیر چرخش جسم صلب وارد نشده است، در نتیجه نرخ جومن تنش کوشی مشخص در معادله تنش کوشری گرا میتوان به عنوان نرخ تنش مشخص در معادله سازنده مورد استفاده قرار داد. بنابراین، برای به د ست آوردن این روابط زمان مند اساسی، (رخ تنش کوشی را میتوان به صورت زیر بیان کرد [۲۷]:

 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s}^{J} + \boldsymbol{\omega} \, \boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{\sigma}_{s} \, \boldsymbol{\omega}^{T} \tag{14}$

 \mathbf{v}_{s} که $\mathbf{w}_{\mathrm{s}} = \frac{1}{2} (\mathbf{\nabla} \mathbf{v}_{\mathrm{s}} - \mathbf{\nabla} \mathbf{v}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}) = \mathbf{\Omega} / \Delta t$ که بردار سـرعت، $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s}$ نرخ جومن تغییر تنش کوشـے و $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s}$ نرخ زمانے تنش کوشیی هسیتند. همچنین دوران چرخشیی الموثر با توجه به بیان شود. علاوه بر این بر مبنای قانون $\frac{1}{2} (\nabla \Delta \mathbf{u}_{s} - \nabla^{T} \Delta \mathbf{u}_{s})$ ماده سازنده[۲۸،۲۹] . تغییر در تنش ناشی از کرنش میتواند به $\mathbf{D}=$ $\mathbf{D}=\mathbf{D}$, $\mathbf{\dot{\sigma}}_{s}^{J}=\mathbf{C}_{\text{FI}}^{J};\mathbf{D}$, $\mathbf{D}_{s}=\mathbf{C}_{s}$ مدول $\mathbf{C}_{\mathrm{EI}}^{\mathrm{J}}$ مدول تغییرات، $\frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v}_{\mathrm{s}} + \nabla \mathbf{v}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}) = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ مماسے، کو $\Delta \epsilon = \mathbf{D} \Delta t$ کرنش افزایشے خواہند ہود. در نتیجه، نرخ تنش کوشی در $t = t_{n+1}$ می تواند به فرم زیر بیان شود: $(\boldsymbol{\sigma}_{s})_{n+1} = (\boldsymbol{\sigma}_{s})_{n} + \mathbf{C}_{EI}^{J} : \Delta \boldsymbol{\epsilon} +$ (1Δ) $\mathbf{\Omega} (\mathbf{\sigma}_{s})_{n} + (\mathbf{\sigma}_{s})_{n} \mathbf{\Omega}^{\mathrm{T}}$ بنابراین در قالب جدا سازی المان محدود، دو معادله تعادلی سازه-ییزو را می توان به شــکل کمیتهای گرهای در قالب ماتریس کلی به صورت زیر نشان داد [۳۰،۳۱] :

$$\mathbf{M}_{c}\ddot{\mathbf{u}}_{c} + \mathbf{K}_{c}\mathbf{u}_{c} = \mathbf{F}_{c} \tag{10}$$

5

6

- ¹ Weak variational
- ¹ Jaumann rate of Cauchy stress
- ¹ Constitutive law

¹ An incrementally objective constitutive formulation

که در مســـــــــــد حاضـــر، میرایی ســـازه ناچیز فرض میشــود بار داخلی به صورت خطی با جابجایی گره متناسب ($C_c = 0$) $\mathbf{F}_{\mathrm{i}}^{n+1}(\mathbf{u}_{\mathrm{c}}^{n+1}) = \mathbf{K}_{\mathrm{c}}\mathbf{u}_{\mathrm{c}}^{n+1}$ نبوده و دارای رابطهای به صـورت است [۳۰،۳۲] . همچنین، اینTIA^{۲۳} از خانواده نیو مارک، به منظور به روز رسانی مکان و سرعت نیاز به تغییرات به صورت زیر دارد [۳۳]:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{u}}_{c}^{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_{c}^{n} + \left[\left(1 - \tilde{\delta} \right) \ddot{\mathbf{u}}_{c}^{n} + \tilde{\delta} \ddot{\mathbf{u}}_{c}^{n+1} \right] \Delta t \\ \mathbf{u}_{c}^{n+1} &= \mathbf{u}_{c}^{n} + \dot{\mathbf{u}}_{c}^{n} \Delta t \\ &+ \left[\left(\frac{1}{2} - \tilde{\alpha} \right) \ddot{\mathbf{u}}_{c}^{n} \right] \\ &+ \tilde{\alpha} \ddot{\mathbf{u}}_{c}^{n+1} \right] \Delta t^{2} \end{split}$$

که $(\widetilde{lpha},\widetilde{\delta})$ پارامترهای یکپارچه سازی نیومارک ه ستند. همچنین فرم خطی ع مل گر را می توان با است فاده از الگوریتم تکراری نیوتون-رافسن [۳۳] پس از معرفی پارامتر مقدار باقی مانده .بیان نمود $\mathbf{R}_{n+1}(\mathbf{u}_{c}^{n+1})$

$$\frac{\mathbf{R}_{n+1}\left(\mathbf{u}_{c}^{(n+1,k)}\right) +}{\frac{\partial \mathbf{R}_{n+1}\left(\mathbf{u}_{c}^{(n+1,k)}\right)}{\partial \mathbf{u}_{c}^{(n+1,k)}} \Delta \mathbf{u}_{c}^{(n+1,k)} = \mathbf{0}$$
(Y.)

شرط سازگاری هندسی برای اندرکنش سیال-سازه نشان میدهد که میدان های تنش نرمال و سرعت در سطح مشترک سیال-سازه باید پیوسته باشند. شرایط برهمکنش در سطح مشترک بین سیال و سازه به فرم برداری در ادامه بیان شده است [۳۴] :

$$\mathbf{u}_{\mathrm{f}} = \dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{s}}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{f}} \cdot \mathbf{n} = \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{s}} \cdot \mathbf{n}$$
(11)

که n بردار عمود یکه به سمت بیرون است.

در مرحله بعد، روش اتصال ضعیف تقسیم بندی شده، آکه می تواند از دقت زمانی مرتبه دوم با پایداری بالاتر برخوردار باشـد [۳۵] ، برای اتصال حل کننده های CSD و CFD و حل مسئله شبيه سازي مشترك FSI استفاده مي شود. جزئيات اين الگوريتم به شـرح زیر اسـت [۳۶٬۳۷] . معادلات حاکم بر جابجایی سـازه و جریان سیال با حل کنندههای CSD و CFD به طور متناوب در زمان حل می شوند. به منظور حل مسئله، تغییرات سازه در سطح مشترک سازه - سیال به عنوان یک شرط مرزی برای سیال (و بالعکس) در نظر گرفته می شـود، و تا زمانی که معیار همگرایی برآورده شود این فرایند تکرار می شود. در این سطح مشترک، مبادله اطلاعات بر اساس روش های انتقال اطلاعات صورت می گیرد. از آنجایی که سازه و شبکههای سیال در سطح مشترک با یکدیگر همتا نیستند، درونیابی ضروری است. در اینجا، یک رویکرد اتصال ضمنی دو سو یه منطبق بر تکرار^{۲۵}به عنوان

² General Grid interface

- ² Smart bucket mapping algorithms
- ² Mono-morph piezoelectric

² Time integration algorithms



شــبكهبندى عمومى سـطح مشـتركَّ (GGI) و الگوريتمهاى

نگاشت هوش...مند^۷(SBMA) برای انتقال داده بین حل گرها

ا ستفاده شده است. این رویکرد برای مدل سازی تغییر شکلهای بزرگتر که در آن تغییر شکل سازه به شدت تحت تأثیر میدان

سیال قرار می گیرد، مناسب است [۳۸] . روند حل این الگوریتم در

۳ – صحت سنجی و بررسی استقلال

در این بخش، روش محاسباتی حاضر با چندین نتیجه موجود از مقالات مختلف مقایسـه شـده اسـت. شـكل ۵ بخش الف نشـان میدهد که نتایج حاضر با نتایج آزمایشـگاهی [۳۹] تطابق نسـبتا مناسبی دارد. در این شکل دامنه نوسانات استوانه در اعداد رینولدز مختلف $Re \leq 140$ آورده شده است. همچنین در شکل ۵ بخش الف ناحیه قفل شـدگی فرکانسـی که همان ناحیه تطابق فرکانس رهایش گردابه ها با فرکانس طبیعی توربین است را نشان می دهد. در شکل ۵ بخش ب پاسخ زمانی جابجایی نوک یک ورق $T^* = tf = tf$ بر حسب ز مان $Y_{
m tip}/D, X_{
m tip}^* = X_{
m tip}/D$ $k = \infty$ N/m c = 0 N/m.s) با پارامترهای ورودی t/T $E/\rho_f U_{\infty}^2 = \rho_s/\rho_f = 10, \ L = 3.5D; \ Re = 100$ آورده شده است. با توجه به شکل، نتایج ($\nu = 0.4$ ،1400; حاضر و نتایج تورک و هرون [۴۰] بسیار به هم نزدیک هستند. $Y_{
m tip}$ شکل ۵ بخش ج پا سخ زمانی دامنه نو سانات نوک یک ورق یک ســرگیردار مونومورف پیزوالکتر یک^مُغروق در ســ یال با $(L = 200D; h = 2D; \rho_f = 200D; h = 2D;$ $p_f = 200D; h = 200D;$ 1.18 Kg/m^{3} ; $\rho_s = 1800 \text{ Kg/m}^3$; E =2 Gpa ; $\nu = 0.29$; $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 1.062 \times$ 10^{-10} F/m; $e_{31} = 3.13 \times 10^{-2}$ C/m²; $e_{32} = 0.36 \times 10^{-2}$ C/m², $e_{33} = -5.9 \times 10^{-2}$ C/m²)

² The partitioned weak coupling strategy ⁴

0.2

۰^е.

مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به شکل، نتایج به دست آمده از این شبیه سازی سازه تطابق کاملا مناسبی با نتایج کانکو و همکاران و همچنین رمجوودا و همکاران [۴۱, ۴۱] دارد.

present

Lock-in region 120 Re

present

Ramegowda et al. (2017) Kaneko et al. (2018)

present Turek and Hron (2006)

0.1

شده در جدول ۱ مشخص شده در $(L_{
m c}+L_{
m b}),\Delta{
m M}=0.00025{
m m}$ ادامه مورد ا ستفاده قرار گرفته ا ست. لازم به ذکر ا ست که در این حالت مقدار کمتر +y از ۱۸ بوده است [۴۲].

جدول ۱ – بررسی دامنه استقلال از پارامترهای شبکه و اندازه دامنه

محاسباتی و گام زمانی.							
Time step							
Δt	0.01s	0.005s	0.0025s	0.00125s			
<i>Y</i> *(mm)	6.65 (9.0%)	6.32 (3.6%)	6.15 (0.8%)	6.10			
fr (Hz)	4.73 (6.3%)	4.61 (3.4%)	4.42 (0.7%)	4.45			
Domain size							
L_0	$0.5(L_c+L_b)$	$0.75(L_c+L_b)$	(L_c+L_b)	$2(L_c+L_b)$			
<i>Y</i> *(mm)	5.62(8.3%)	5.90(3.7%)	6.15 (0.3%)	6.13			
fr (Hz)	4.16 (6.0%)	4.28 (3.4%)	4.40 (0.7%)	4.43			
Mesh resolution							
$\Delta \mathbf{M}$	0.0024m	0.0012m	0.0006m	0.0003m			
<i>Y</i> *(mm)	5.12 (16.5%)	5.81 (5.3%)	6.10 (0.5%)	6.13			
fr (Hz)	4.66 (5.7%)	4.58 (3.8%)	4.40 (0.2%)	4.41			

۳ – روش حل و نتایج عددی

در جدول ۲ اطلاعات هند سی مربوط به هند سه توربین بدون پره آورده شده است.

جدول ۲ - مشخصات هندسی توربین بدون پره. استوانه پايە لايه پيزوالكتريک $D_c=40$ $L_p=28$ $L_b=80$ طول قطر طول mm mm mm $L_{c} = 80$ $h_b=17$ $h_p=14$ طول عرض عرض mm mm mm ρ_b=27.9 $t_{p} = 0.3$ $t_{\rm b} = 0.65$ چگالی ضخامت ضخامت kg/m³ mm mm

مـقـاومـت الكتريكى	R _p =250 kΩ	چگالی	$\substack{\rho_b=2700\\kg/m^3}$	چگالی	$\substack{\rho_p=5440\\kg/m^3}$
چگالی هوا	$ ho_a=1.2$ kg/m ³	مدول يانک	E _b =69.5 Gpa	مدول يانک	E _p =30.3 Gpa
		1.11	· 1 · 1	1.0	

در شکل ۶ نتایج مربوط به بردا شت انرژی از این توربین بدون پره در سـرعت های مختلف آورده شـده اسـت. با توجه به شـکل ۵ مشخص است که با افزایش سرعت عبوری از روی استوانه رفته رفته فرکانس گردابههای رها شده از پشت استوانه بر فرکانس سیستم منطبق شده و در نتیجه جابجاییهای استوانه و انرژی برداشت شده از لایه پیزوالکتریک افزایش یافته است.

شكل ۵ – صحت سنجى مدل استفاده شده با مقالات معتبر. جدول ۱ بحث استقلال از شبکه، دامنه و گام زمانی را مورد بررسی قرار داده است. در این راستا حداکثر جابجایی عرضی (mm) ۲^{*} و فرکانس نوسـانات fr (Hz) فرکانس نوسـانات frبررسی قرار گرفته است. این حالت مربوط به ستون ۵ (آخر) نتایج بوده است. با این وجود مشاهده می شود که اختلاف آن با نتایج

مربوط به ســتون ۴ چندان زیاد نیسـت. بنابراین به منظور کاهش $\Delta t = 0.0025$ s, $L_0 = `` + a$ هزينه محاسبات، نتايج مربوط به ستون

0.3

0.2Time(s) الف)

ج)

0.5

0.4

Anagnostopolus and Bearman (1992)



در شکل ۷ نتایج مربوط به حداکثر جابجایی در راستای طولی و عرضی، فرکانس نو سانات و حداکثر توان بردا شت شده در سرعت های مختلف و برای جرم های مختلف استوانه آورده شده است. با توجه به شکل ۶ مشخص است که در هر حالت برای جرم استوانه، ابتدا نوسانات آن کم بوده و با نزدیک شدن فرکانس رهایش گردابه ها به فرکانس طبیعی سیستم، نهایتا استوانه به شدت بیشتری نوسان داشته است. با افزایش بیشتر سرعت و خارج شدن از شرایط قفل شــدگی فرکانسیی (جایی که فرکانس رهایش گردابه ها و فركانس طبيعي سيستم بر هم منتطبق مي شوند. شكل ۵ بخش الف)، مجددا نو سانات ا ستوانه کاهش دا شته ا ست. همچنین این نوسانات استوانه باعث خم شدن پایه متصل به آن شده و تنشی که از این طریق به لایه پیزوالکتریک چسبیده به آن وارد می شود، تبديل به ولتاژ الكتريكي شده است. با متصل كردن مقاومت به دو سر این لایه پیزوالکتریک، توان الکتریکی تولید شده از این طریق را می توان برداشت و ذخیره سازی نمود. همچنین مشاهده می شود که در ناحیه قفل شدگی فرکانس نوسانات مقداری کاهش پیدا کرده و مجددا افزایش یافته است. با توجه به شکل ۷ مشخص است که به طور کلی با افزایش جرم، نو سانات استوانه به خصوص در راستای عرضی کاهش یافته است. در واقع مشاهده می شود که برای تغییر جرم از ۵g به ۲۰g در حدود ۷۵٪ جابجایی عرضی و کاهش در میزان جابجایی باعث کاهش در انرژی برداشت شده تو سط پیزوالکتریک نیز شده است. با ملاحظه شکل ۷ م شخص است که این افزایش جرم باعث کاهش ۹۰٪ حداکثر جذب انرژی در ناحیه قفل شدگی بوده است. همچنین مشاهده می شود که در حدود ۴۰٪ فرکانس نو سانات نیز کاهش یافته است. علاوه بر این، افزایش جرم استوانه باعث شده است که قفل شدگی در سرعت های پایین تری رخ دهد. در واقع با این افزایش جرم ناحیه قفل شدگی در حدود ۵۰٪ به سمت سرعت های پایین تر کشیده شده

است. با افزایش جرم، فرکانس طبیعی سیستم کاهش خواهد یافت. در نتیجه آن، با افزایش سرعت و فرکانس رهایش گردابه ها، این دو فرکانس در سرعت های پایین تری بر هم منطبق خواهند شد. لذا رهایش ناحیه قفل شدگی و حداکثر میزان جابجایی و برداشت انرژی در سرعت های پایین تری رقم خواهد خورد. همچنین وزن کمتر باعث خواهد شد که برای نوسانات عرضی استوانه انرژی كمترى مورد نياز باشد، در نتيجه دامنه نوسانات آن بيشتر افزايش يافته است. علاوه بر اين، وزن كمتر باعث شده است كه سيستم تحریک پذیرتر بوده و در نتیجه در ناحیه سرعتی بیشتری دامنه نوسانات شدت گرفته و ناحیه قفل شدگی عریض تر شود. بنابراین، در ساخت توربین بدون پره، هر چه قدر که وزن استوانه کاهش یابد، شدت و دامنه رخداد نوسانات افزایش خواهد یافت. با این وجود پایه نگهدارنده استوانه باید به نحوی طراحی شود که توان تحمل این نوسانات را از نظر شکست خستگی و تنش لهیدگی داشته باشد. همچنین مشاهده شد که کاهش وزن باعث می شود که ناحیه قفل شدگی در سرعت های بالاتری رخ دهد. بنابراین با توجه به سرعت بادی که در محدوده ا ستفاده از این توربین وجود دارد، محدودیت کاهش وزن استوانه وجود خواهد داشت. یعنی اگر سرعت باد غالب در ناحیه در حدود ۲/۵m/s با شد، بهتر ا ست که وزن سازه استوانه در حدود ۱۰g طراحی شود. بنابراین مشاهده می شود که لازم است در موقع ساخت به همه این عوامل توجه شود.



سکل ۷ – بررسی آنراک تعییر جرم استوانه بر جابجایی ها، در کاس و توان برداشت شده از توربین بدون پره. در شکل ۸ نتایج مربوط به تغییر ضخامت پایه متصل به استوانه بر

پارامترهای حداکثر جابجایی طولی و عرضی، فرکانس نوسانات عرضی و حداکثر توان برداشت انرژی آورده شده است. با توجه به شکل ۸ مشخص است که در همه حالات نتایج مربوط به قفل شدگی از یک رفتار مشخص و تقریبا یکسان پیروی کرده اند. هر چه قدر که ضخامت ورق کمتر بوده است، فرکانس طبیعی آن Downloaded from marine-eng.ir on 2025-06-01]

در شکل ۹ اثرات تغییر سختی پایه توربین بدون پره بر جابجایی های طولی و عرضی، توان و فرکانس آورده شده است. با توجه به شکل ۹ م شخص ا ست که افزایش سختی باعث افزایش حداکثر نوسانات عرضی و همچنین توان برداشت شده اما در سرعت های بالاتر می شود. در این راستا با تغییر مقدار مدول یانگ از ۵۰Gpa به ۸۰Gpa مشاهده می شود که میزان جابجایی عرضی در حدود ./۳۵٪ افزایش یافته است (ناحیه قفل شدگی به سرعت های بالاتر منتقل شده و در نتیجه جریان با انرژی بی شتری سازه را تحریک کرده است.). همچنین مشاهده می شود که توان برداشت شده در این حالت در حدود ۹۰٪ و فرکانس نوسانات در حدود ۴۰٪ افزایش یافته است. علاوه بر این مشاهده می شود که با کاهش مقدار مدول یانگ، محدود قفل شدگی به سرعت های پایین تری (از ۲/۶m/s به ۲/۱m/s) منتقل شـده و پهنای آن نیز کاهش یافته اسـت. با کاهش این پارامتر، سختی فنریت سازه کم خواهد شد. بنابراین با اعمال نیروی کمتری (سرعت پایین تر) جسم شروع به نوسان می کند. همچنین با افزایش ضخامت، در سرعت های پایین نو ساناتی دیده نشده است. اما با افزایش سرعت، حسا سیت سیستم در نزدیکی ناحیه قفل شدگی (شکل ۵ بخش الف) افزایش یافته و در نتیجه پهنای این ناحیه افزایش یافته است. نیروهای وارده بر سازه در این سرعت ها در کنار افازیش مقاومت سرازه در برابر خمش باعث اعمال تنش بیشــتر به لایه پیزوالکتریک شـده که خود این م سئله عاملی برای افزایش توان بردا شت شده می شود. بنابراین مشخص است که با افزایش مدول یانگ، امکان برداشت انرژی افزایش خواهد یافت (اما در سرعت های بالاتر). بنابراین محدودیت سرعت باد در منطقه و همچنین شکست ناشی از تنش های اعمالی باعث خواهد شـد که در انتخاب مدول یانگ پارامترهای دیگری نیز علاوه بر برداشت توان مورد بررسی قرار گیرد. در نتیجه بررسی همه این عوامل با همدیگر می تواند نتیجه مناسبی را برای انتخاب مناسب مدول یانگ این ورق به همراه داشته باشد.



کاهش یافته و در نتیجه تحریک پذیری آن بی شتر شده و بنابراین سیستم در سرعت های پایین تری وارد ناحیه قفل شدگی فرکانسی شده است. به نحوی که با افزایش ضخامت از ۵mm/ به ۰/۸mm سرعتی که در آن حداکثر نوسانات ناحیه قفل شدگی رخ داده است از ۲m/s به ۲/۷m/s رسیده است. با افزایش ضخامت مقاومت در برابر حرکت افزایش پیدا کرده، و جابجایی ها به سرعت های بالاتر و با دامنه بی شتر منتقل شده ا ست. در این راستا مشاهده می شود که این افزایش ضخامت باعث افزایش ۲۸٪ جابجایی عرضی و ۲۸٪ جابجایی طولی شده است. همچنین مشاهده می شود که به علت افزایش جابجایی ها، ورق، خمش بیشتر و درنتیجه تنش بیشتری در ورق پیزوالکتریک حاصل شده و بنابراین توان استخراجی از آن در حدود ۷۰٪ افزایش یافته است. علاوه بر این مشاهده می شود که افزایش ضخامت سختی فنریت سیستم را افزایش و در نتیجه فرکانس آن را بالا برده است. بنابراین می توان مجددا نتیجه گرفت که افزایش ضــخامت ورق می تواند نتیجه بهتری از نظر برداشت انرژی اما در سرعت های بالاتری به همراه داشته باشد. همچنین در ضخامت های کم احتمال شکست افزایش یافته و بنابراین نیاز به استفاده از مصالح مقاوم تر با صرف هزينه بيشتر وجود دارد. همچنين به منظور طراحي مناسب بايد بررسی نمود که محدوده سرعت باد در منطقه ای که قرار است این برداشت کننده مورد استفاده قرار بگیرد چه میزان است. هرچه قدر که سرعت باد رایج در منطقه ای بیشتر باشد، بالطبع باید به منظور كاليبره كردن ناحيه قفل شـدگي با آن، ضـخامت ورق پايه نيز افزایش پیدا کند. بنابراین مجموعه این عوامل در کنار هم می توان دید مناسبی را برای انتخاب بهترین ضخامت پایه ورق به همراه داشته باشد



فرکانس و توان برداشت شده از توربین بدون پره.

در شکل ۱۰ تاریخچه نو سانات توان و جابجایی عرضی و تولیدی نوک استوا نه برای سر عت های ۲/۳۰m/s، ۲/۳۵m/s ، و ۲/۴۰m/s (حداکثر نوسانات در ناحیه قفل شدگی) آورده شده است. با توجه به این نتایج مشخص است که نوسانات عرضی استوانه و بالطبع توان بردا شت شده از سیستم رفته رفته افزایش یافته است. در این را ستا، با عبور جریان از روی ا ستوانه به تدریج گردابه های رها شده از پشت استوانه باعث اعمال نیرو به بدنه آن شده و توربین را به نوسان در خواهند آورد. بعد از گذشت مدت زمانی این حرکت ها به حالت پایا رسیده و یک سری نوسان با دامنه و فرکانس مشخص در سیستم پدید خواهد آمد. همچنین مشاهده می شود که نوسانات عرضی استوانه به یک سمت تمایل بیشتری داشته است. این عدم تقارن در نتایج به علت قرار گیری ورق پیزوالکتریک در یک سمت پایه است. همچنین مشاهده می شـود که این عدم تقارن در جایی که حداکثر سـرعت وجود دارد بیشتر بوده است. علاوه بر این مشاهده می شود که با شروع حل، به علت اعمال نیروهای فشاری وارده از طرف جریان به استوانه، سیستم سریعا در جهت جریان انحراف پیدا کرده و با فرکانسی دو برابر نو سانات عرضی شروع به ارتعاش خواهد کرد. در این را ستا مشاهده می شود که نوسانات جابجایی در راستای محور x در حدود ۱/۴۰ نوسانات در راستای محور ۷ بوده است. همچنین مشاهده می شود که نوسانات در این راستا تقریبا با جابجایی ثابت در همین راستا هم مقدار بوده است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که قرار دادن ورق پیزوالکتریک به منظور برداشت انرژی در راستای محور x نسبت به محور y چندان قابل توجه نیست. چرا که دامنه جابجایی ها چندان شدید نیست. اما در صورت استفاده از برداشت كننده انرژي الكترو مغناطيسي، از أنجا كه فركانس نوسانات نيز در میزان بردا شت انرژی موثر ا ست، می تواند در میزان انرژی ذخیره شده نهایی موثر باشد. همچنین یکی دیگر دلایل نوسانات کم و خمش کم تیر در را ستای محور x، به اختلاف ضخامت پایه در دو راستای محور x و y بر می گردد. در واقع با کاهش ضخامت در راستای محور x و یا دایره ای در نظر گرفتن سطح مقطع میله نگه دارنده، می توان از ارتعاشات در راستای محور x نیز بیشتر بهره برداری نمود. همچنین با ملاحظه توان برداشت شده از لایه پیزوالکتریک مشاهده می شود که فرکانس نوسانات برابر با فرکانس جابجایی در را ستای محور x ا ست. همچنین برای U=2.35m/s مشاهده می شود که در هر دوره تناوب در حدود ۱۲۰۰µw و یا در هر ثانیه ۱۰۰۰۰۴ توان را می توان برداشت کرد. همچنین لازم به ذکر است که این مقدار برداشت انرژی از اتصال یک

مقاومت به بدنه لایه پیزوالکتریک بردا شت شد. بنابراین با مت صل کردن مقاومت الکتریکی به نقاط دیگری از این لایه پیزوالکتریک می توان میزان برداشت انرژی را از هر توربین افزایش داد. علاوه بر آن، همانگونه که بیان شد می توان بردا شت انرژی را از ارتعا شات در راستای محور X نیز داشت. همچنین در کف این استوانه نیز می توان مواد پیزو قرار داده و از تنش به وجود آمده در آنجا برق استخراج نمود. در کنار بردا شت انرژی از پیزوالکتریک، با توجه به مطالبی که مطرح شد می توان برداشت کننده الکترومغناطیسی را نیز اضافه نمود و به این ترتیب سطح برداشت انرژی را افزایش داد. به نظر می ر سد که با ادغام و ترکیبی همه این بردا شت کننده ها بتوان تا بیش از ۱۰ برابر نیز سطح برداشت انرژی را از مقادیر بیان



در ادامه برای U=2.4m/s نتایج مربوط به کانتورهای سرعت، فشار و خطوط جریان در زمان های ,t=2.21s, 2.26s, 2.31s 2.36s (محل گذر از خط تقارن و قله نوسانات در راستای محور y) آورده شده است. در این راستا کانتورهای U_z ،U_y ،U_x و p در صفحه x-y و در فاصله z=0.15m از کف آورده شده است. همچنین فشار بر روی سطح استوانه در صفحه های x- x-z ،x-z، y و ایزومتریک آورده شده است. با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می شود که U_x در هر لحظه با زمان در حال تغییر است. در جلو استوانه با برخورد جریان سیال، رفته رفته سرعت جریان کاهش یافته و بر روی ا ستوانه ناحیه سکون جریان دیده می شود. در دو سمت استوانه فشار توليد شده در ناحيه سكون به سرعت تبديل شده و بنابراین بیشترین مقادیر Ux در این نواحی بوده است. همچنین در پشت استوانه به علت خلاء تشکیل شده جریان به سمت آن کشیده شده و جدایش و برگشت جریان در این نواحی دیده می شود. با توجه به شکل مشاهده می شود که این رگشت جریان در حدود زاویه ۱۲۰ درجه رخ داده است. همچنین مشاهده



های منتخب.



شکل ۱۲- کانتور سرعت Uy برای سرعت ورودی U=2.4m/s در زمان های منتخب.



شکل ۱۳- کانتور سرعت Uz برای سرعت ورودی U=2.4m/s در زمان های منتخب.

در شــكل ۱۴ كانتور فشــار p و خطوط جریان در زمان های t=2.21s, 2.26s, 2.31s, 2.36s قله نو سانات در را ستای محور y) آورده شده ا ست. در این شكل مشاهده می شود كه ناحیه سكون در جلو استوانه با نوسان عرضی آن مقداری جابجا شـده اسـت. این جابجایی نیز خود عاملی برای افزایش نوسانات خودتحریک استوانه بوده است. همچنین در دو سمت استوانه كه بیشترین سرعت جریان وجود دا شت، مشاهده می شود كه كمترین میزان فشار نیز در همین ناحیه ا ست. با این وجود به خاطر حركت عرضی استوانه، استوانه در هر جهتی كه حركت داشته، مداری از افت فشـار در همان سـمت كاهش یافته ا ست. همچنین مشاهده می شود كه ناحیه افت فشار و در نتیجه می شود که اثرات مربوط به این رخداد در پشت ا ستوانه تا دامنه نسبتا زیادی ادامه داشته است. علاوه بر این مشاهده می شود که تغییرات غالب U_x ناشیے از جریان ورودی بودہ و در نقاط مورد مطالعه تنها کشیدگی لایه های بررشی به سمت مثبت و منفی محور y دیده می شود. همچنین مشاهده می شود که استوانه به هر سمتی که حرکت داشته است، ناحیه افزایش سرعت در آن جهت y بیشــتر بوده اســت. در شــکل Uy ۱۲ در زمان های t=2.21s, 2.26s, 2.31s, 2.36s (محل گذر از خط تقارن و قله نوسانات در راستای محور y) آورده شده است. با توجه به شکل ۱۲ مشـخص اسـت که سـرعت در راسـتای y تا ۱/۳ سـرعت در راستای محور x نیز بوده است. یعنی انحراف جریان توسط هندسه و حرکت های عرضی استوانه باعث شده است که جریان در نزدیکی استوانه در راستای محور y شدت گیرد. در این راستا م شاهده می شود که بی شترین مقدار سرعت در حدود زاویه ۴۵ درجه نزدیک استوانه رخ داده است. همچنین لایه های برشی تشکیل شده در پشت استوانه نیز باعث تغییر جهت جریان در پشت استوانه به سمت محور y و در نهایت رهایش گردابه ها بوده است. مشاهده می شود که با حرکت استوانه در راستای محور ۷، مقدار و ناحیه سرعت در دو سمت استوانه در حال تغییر است. به نحوی که استوانه به هر سمتی که حرکت داشته است، افزایش سرعت جریان نیز به همان سمت بوده است. در شکل Uz ۱۳ در زمان های t=2.21s, 2.26s, 2.31s, 2.36s (محل گذر از خط تقارن و قله نوسانات در راستای محور y) آورده شده است. با توجه به شــکل ۱۳ مشـخص اسـت که به طور کلی میزان سـرعت در راستای محور z از سرعت جریان در راستای محور y کمتر بوده است. همچنین با توجه به اینکه صفحه x-y در نظر گرفته شده نزدیک به نوک استوانه است (در فاصله z=0.15m از کف) در نتيجه مقادير مثبت سرعت به خاطر ناحيه افت فشار بالاى استوانه همواره بیشتر بوده است. در این شکل مشخص است که جریان از ناحیه سکون جلو استوانه به سمت بالا حرکت کرده و از دو سمت آن در را ستای پایین به پشت ا ستوانه وارد می شود. همچنین به علت برگشت جریان در پشت استوانه، این جریان در ناحیه پشت از پایین به بالا حرکت می کند. مشاهده می شود که با گذشت زمان تغییر خاصی در آرایش لایه های برشی تشکیل شده به وجود نیامده و تنها مقادیر تغییر داشته است. همچنین در این تصویر رهایش گردابه ها در پشت استوانه نیز دیده می شود. یعنی گردابه ها به صورت اریب در صفحه y-z تشکیل شده و در راستای محور x رها می شوند.

آن برگشت جریان در پشت استوانه وجود داشته است. در نتیجه این اتفاقات مشاهده می شود که خطوط جریان به سمت پشت استوانه منحرف شده و یک سری حباب های چرخشی در پشت استوانه تشکل شده و در ادامه در جریان رها شده است. در این راستا حباب های تشکیل شده در راستای مثبت و منفی محور Y به ترتیب ساعت گرد و پادساعت گرد بوده است.



شکل ۱۴– کانتور فشار و خطوط جریان برای سرعت ورودی U=2.4m/s در زمان های منتخب.

در شکل ۱۵ فشار بر روی سطح استوانه در زمان های , 1221s در شکل ۱۵ فشار بر روی سطح استوانه در زمان های , 2.21s در محل گذر از خط تقارن و قله نوسانات در راستای محور ۷) در صفحه های X-y-z ، X-z و ایزومتریک آورده شده است. در این شکل علاوه بر توزیع فشار بر روی توربین بدون پره، نوسانات و خمش های آن نیز دیده می شود. مشاهده می شود که نوسانات در راستای محور ۷ شدید تر از محور X بوده می شود که نوسانات در کنار جریان عبوری از روی استوانه باعث مده است. این نوسانات در کنار جریان عبوری از روی استوانه باعث می شود که حداکثر فشار در جلو ا ستوانه و مرکز بوده و در بالا و شده است. در گوشه یایین آن فشار کاهش یافته است. در گوشه می شود که حداکثر فشار در جلو ا ستوانه و مرکز بوده و در بالا و پایین آن فشار افزایش یافته است. امکان افزایش مرکز بوده و در بالا و پایین آن فشار افزایش یافته است. مرکز تنش و رشد ترک وجود خواهد داشت. همچنین این بحث مرکز تنش و رشد ترک وجود خواهد داشت. همچنین این بحث خواهد بود.

در شــکل ۱۶ توزیع ولتاژ بر روی بدنه لایه پیزوالکتریک در زمان های t=2.21s, 2.26s, 2.31s, 2.36s (محل گذر از خط تقارن و قله نوسانات در راستای محور y) در صفحه x-z آورده شده است. با توجه به شکل ۱۶ مشخص است که بیشترین میزان ولتاژ در پایه ورق تولید شده است. همچنین دیده می شود که در هنگام

قله و قعر نوسانات استوانه بیشترین میزان تولید ولتاژ وجود داشته است. مشاهده می شود که با دور شدن از کف، میزان ولتاژ تولیدی نیز کاهش یافته است. عدم تقارن موجود در میزان ولتاژ منفی و مثبت به خاطر قرار گیری لایه پیزوالکتریک در یک سمت پایه ا صلی توربین بوده است. همچنین مشاهده می شود که به علت جابجایی ورق در راستای محور X، تقارن کاملی در میزان ولتاژ در این راستا وجود ندارد. از این شکل می توان برداشت کرد که امکان ذخیره انرژی از کف و از نقاط دیگر ورق نیز وجود دارد. بنابراین با بررسی امکان سنجی برداشت انرژی از نقاط دیگر می توان استفاده از این سیستم را مقرون به صرفه تر کرد.



شکل ۱۵- کانتور فشار بر روی سطح توربین سرعت ورودی در زمان های منتخب. U=2.4m/s



U=2.4m/s در زمان های منتخب.

۲ – نتیجه گیری

ا ستفاده از انرژی جریان عبوری از روی یک ا ستوانه نو سانی تحت عنوان توربین بدون پره یکی از روش های جدید و جذاب برداشت انرژی محسوب می شود که اخیراً توجه زیادی را در جامعه مکانیک سیالات به خود جلب کرده ا ست. در این را ستا یک شبیه سازی برهمکنش سیال-سازه (FSI) در تعامل با ورق پیزوالکتریک PZT بررسی شده است. در این مقاله نتایج کلیدی زیر دیده شده است.

- در این تحقیق مشاهده شد که با افزایش سرعت عبوری از روی استوانه رفته رفته فرکانس گردابههای رها شده از پشت استوانه بر فرکانس سیستم منطبق شده و در نتیجه جابجاییهای استوانه و انرژی برداشت شده از لایه پیزوالکتریک افزایش یافته است.
- به طور کلی با افزایش جرم از ۵g به ۲۰g در حدود ۷۵٪ جابجایی عرضی و ۴۰٪ جابجایی طولی کاهش یافته است. همچنین این افزایش جرم کاهش ۹۰٪ حداکثر جذب انرژی در ناحیه قفل شدگی بوده است. همچنین مشاهده می شود که در حدود ۴۰٪ فرکانس نوسانات نیز کاهش یافته است. همچنین ناحیه قفل شدگی در حدود ٪ ۸۰ به سمت سرعت های پایین تر کشیده شده و ناحیه قفل شدگی نیز عریض تر شده است. بنابراین، در ساخت توربین بدون پره، هر چه قدر که وزن استوانه کاهش یابد، شدت و دامنه رخداد نوسانات افزایش خواهد یافت.
- با افزایش ضخامت ورق از ۸mm/۰ به ۸mm/۰ سرعتی که در آن حداکثر نوسانات ناحیه قفل شدگی رخ داده است از ۲m/s به ۲/۷m/۶ رسیده است. افزایش ضخامت در سرعت های بالاتر باعث افزایش ۲۸٪ جابجایی عرضی و ۲۸٪ جابجایی طولی و همچنین ۷۰٪ توان ا ستخراجی

از آن شده است (ناحیه قفل شدگی به سرعت های بالاتر منتقل شده و در نتیجه جریان با انرژی بیشتری سازه را تحریک کرده است.). بنابراین می توان نتیجه گرفت که افزایش ضـخامت ورق می تواند نتیجه بهتری از نظر بردا شت انرژی اما در سرعت های یالاتر به همراه دا شته باشد.

- افزایش مدول یانگ از ۵۰۰۰۰ به ۵۰۰۰۰ به ۸۰۰۰۰ میزان حداکثر جابجایی عرضی را در سرعت های بالاتر محدوده قفل شـدگی خود در حدود ۳۵٪ افزایش داده است. همچنین مشاهده می شود که توان برداشت شده در این حالت در حدود ۹۰٪ فرکانس نوسانات در حدود ٪ ۴۰ افزایش یافته اسـت. علاوه بر این با کاهش مدول یانگ محدود قفل شدگی به سرعت های پایین تری (از یانگ محدود قفل شدگی به سرعت های پایین تری (از کاهش یافته است. بنابراین مشخص است که با افزایش مدول یانگ، امکان برداشت انرژی افزایش خواهد یافت (اما در سرعت های بالاتر).
- مشاهده شد که نوسانات جابجایی در راستای محور x در حدود ۱/۴۰ نوسانات در راستای محور y بوده است. همچنین نوسانات در این راستا تقریبا با جابجایی ثابت در همین راستا هم مقدار بوده است. بنابراین می توان نتيجه گرفت که قرار دادن ورق پيزوالکتريک به منظور y برداشت انرژی در راستای محور x نسبت به محور چندان قابل توجه نیست. اما در صورت استفاده از برداشت کننده انرژی الکترو مغناطیسی، می تواند در میزان انرژی ذخیره شده نهایی موثر باشد. با متصل كردن مقاومت الكتريكي به نقاط ديگرى از اين لا يه پیزوالکتر یک می توان میزان برداشت انرژی را از هر توربین افزایش داد. همچنین در کف این ا ستوانه نیز می توان مواد پیزو قرار داده و از تنش به وجود آمده در آنجا برق استخراج نمود. به نظر مي رسيد كه با ادغام و ترکیبی همه این برداشت کننده ها بتوان تا بیش از ۱۰ برابر سطح بردا شت انرژی را از مقادیر بیان شده در این نمودار افزایش داد. بنابراین با بررسی امکان سینجی برداشت انرژی از نقاط دیگر می توان استفاده از این سیستم را مقرون به صرفه تر کرد.
- مشاهده شد که هر چه طراحی سیستم به نحوی با شد که خمش در پایه آن بیشتر شود، امکان بردا شت انرژی از آن نیز افزایش خوا هد یا فت. با این وجود احتمال شکست نیز به همان میزان افزایش یافته و بنابراین نیاز به استفاده از مصالح مقاوم تر با صرف هزینه بیشتر وجود

- 24. Behjat, B. and M. Khoshravan, *Geometrically nonlinear static and free vibration analysis of functionally graded piezoelectric plates.* Composite Structures, 2012. **94**(3): p. 874-882.
- Allik, H. and T.J. Hughes, *Finite element method for piezoelectric vibration*. International journal for numerical methods in engineering, 1970. 2(2): p. 151-157.
- Kojić, M. and K.-J. Bathe, Studies of finite element procedures— Stress solution of a closed elastic strain path with stretching and shearing using the updated Lagrangian Jaumann formulation. Computers Structures, 1987. 26(1-2): p. 175-179.
- Espath, L., et al., A NURBS-based finite element model applied to geometrically nonlinear elastodynamics using a corotational approach. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2015. 102(13): p. 1839-1868.
- McMeeking, R.M. and J. Rice, *Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformation*. International Journal of Solids Structures, 1975. 11(5): p. 601-616.
- Sokhanvar, S., J. Dargahi, and M. Packirisamy, *Hyperelastic modelling and parametric study of soft tissue embedded lump for MIS applications*. The International Journal of Medical Robotics Computer Assisted Surgery, 2008. 4(3): p. 232-241.
- 30. Kohnke, P., *Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications.* Ansys Inc, release, 2009. **12**.
- Malgaca, L., Integration of active vibration control methods with finite element models of smart laminated composite structures. Composite Structures, 2010. 92(7): p. 1651-1663.
- Subbaraj, K. and M. Dokainish, A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics—II. Implicit methods. Computers Structures, 1989. 32(6): p. 1387-1401.
- Jacob, B.P. and N.F.F. Ebecken, An optimized implementation of the Newmark/Newton-Raphson algorithm for the time integration of non-linear problems. Communications in Numerical Methods in Engineering, 1994. 10(12): p. 983-992.
- Kaneko, S., et al., Numerical study of active control by piezoelectric materials for fluid-structure interaction problems. 2018. 435: p. 23-35.
- Jean-Mark, V., et al., Strong coupling algorithm to solve fluidstructure interaction problems with a staggered approach. Report, Open Engineering SA, 2009.
- 36. Richter, T., *Numerical methods for fluid-structure interaction problems.* Institute for Applied Mathematics, University of Heidelberg, Germany, 2010.
- Hou, G., J. Wang, and A. Layton, *Numerical methods for fluid-structure interaction—a review*. Communications in Computational Physics, 2012. 12(2): p. 337-377.
- Benra, F.-K., et al., A comparison of one-way and two-way coupling methods for numerical analysis of fluid-structure interactions. Journal of applied mathematics, 2011. 2011.
- Anagnostopoulos, P., P.J.J.o.F. Bearman, and Structures, *Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds numbers*. 1992. 6(1): p. 39-50.
- Turek, S. and J. Hron, Proposal for numerical benchmarking of fluidstructure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow, in Fluid-structure interaction. 2006, Springer. p. 371-385.
- 41. Ramegowda, P.C., et al. A finite element approach for a coupled numerical simulation of fluid-structure-electric interaction in mems. in COUPLED VII: proceedings of the VII International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering. 2017. CIMNE.
- 42. Narendran, K., et al. Hydrodynamic Study of Flow Past Cylinders with Different Diameters at High Reynolds Number. in Proceedings of the Fourth International Conference in Ocean Engineering (ICOE2018). 2019. Springer.

دارد. همچنین تغییر در ناحیه قفل شـدگی فرکانسـی با تغییرات اعمال شده نیز باعث می شود که علاوه بر بحث امکان مقاومت سـازه در مقابل شـکسـت به محدودیت سرعت جریان باد در آن ناحیه نیز توجه شود.

- 1. Lian, J., et al., Analysis on flow induced motion of cylinders with different cross sections and the potential capacity of energy transference from the flow. 2017. 2017.
- Asre, C.M., V.K. Kurkute, and N.J. Kanu, *Power generation with the application of vortex wind turbine*. Materials Today: Proceedings, 2022. 56: p. 2428-2436.
- 3. Balakrishnan, S. and R. Arun, *N, VB (2019)*. Design, Analysis and Prototype of Vortex Bladeless Wind Turbine: p. 7305-7308.
- 4. Dehghan Manshadi, M., et al., *Predicting the Parameters of Vortex Bladeless Wind Turbine Using Deep Learning Method of Long Short-Term Memory.* Energies, 2021. **14**(16): p. 4867.
- 5. Villarreal, D.Y. and V.B. SL, *VIV resonant wind generators*. Vortex Blade-less SL https://vortexbladeless.com, 2018.
- 6. Song, R., et al., *A study of vortex-induced energy harvesting from* water using PZT piezoelectric cantilever with cylindrical extension. Ceramics International, 2015. **41**: p. S768-S773.
- Dai, H., et al., Orientation of bluff body for designing efficient energy harvesters from vortex-induced vibrations. Applied Physics Letters, 2016. 108(5): p. 053902.
- Zhang, L., et al., Improving the performance of aeroelastic energy harvesters by an interference cylinder. Applied Physics Letters, 2017. 111(7): p. 073904.
- Song, J., et al., Performance of a circular cylinder piezoelectric wind energy harvester fitted with a splitter plate. Applied Physics Letters, 2017. 111(22): p. 223903.
- Jia, J., et al., Modeling and analysis of upright piezoelectric energy harvester under aerodynamic vortex-induced vibration. Micromachines, 2018. 9(12): p. 667.
- 11. Thomai, M.P., et al. *Experimental analysis of vortex induced vibration in the bladeless small wind turbine.* in *Gas Turbine India Conference.* 2019. American Society of Mechanical Engineers.
- Francis, S., V. Umesh, and S. Shivakumar, *Design and Analysis of Vortex Bladeless Wind Turbine*. Materials Today: Proceedings, 2021.
 47: p. 5584-5588.
- Maftouni, N., M. Dehghan Manshadi, and S.M. Mousavi, *The effect* of drag force on the body frequencies and the power spectrum of a bladeless wind turbine. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2021. 45(4): p. 604-611.
- Sabab, M.W. and S. Mohd, Aerodynamic Characteristic Of Vortex Bladeless Wind Turbine: A Short Review. Research Progress in Mechanical and Manufacturing Engineering, 2021. 2(1): p. 177-186.
- 15. Ramadhany, M.F., et al., *Optimization of Mechanical Design* Bladeless Wind Turbine for Electricity Fulfilment in Nusa Tenggara Timur, Indonesia. arXiv preprint arXiv:2205.02786, 2022.
- Younis, A., et al., Design and Development of Bladeless Vibration-Based Piezoelectric Energy–Harvesting Wind Turbine. Applied Sciences, 2022. 12(15): p. 7769.
- Degroote, J., et al., Simulation of fluid-structure interaction with the interface artificial compressibility method. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2010. 26(3-4): p. 276-289.
- Lesoinne, M., C. Farhat, and engineering, Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. Computer methods in applied mechanics, 1996. 134(1-2): p. 71-90.
- Wang, H., Q. Zhai, and J. Zhang, Numerical study of flow-induced vibration of a flexible plate behind a circular cylinder. Ocean Engineering, 2018. 163: p. 419-430.
- Wang, H., et al., Wake-induced vibrations of an elastically mounted cylinder located downstream of a stationary larger cylinder at low Reynolds numbers. Journal of Fluids Structures, 2014. 50: p. 479-496.
- 21. ANSYS, I., ANSYS FLUENT user's guide. Release 18.2. 2017.
- Ramegowda, P.C., et al., *Hierarchically decomposed finite element* method for a triply coupled piezoelectric, structure, and fluid fields of a thin piezoelectric bimorph in fluid. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2020. 365: p. 113006.
- 23. Bathe, K.-J., Finite Element Procedures. 2006: Klaus-Jurgen Bathe.

DOR: 20.1001.1.17357608.1402.19.40.3.1