



## Implementing the most efficient sensor placement methods on the ship structural model

Ahmad Izadi<sup>1\*</sup>, Mohsen Sadeghian<sup>2</sup>, Pouya Bagherieh<sup>3</sup>

<sup>1</sup> PHD, Maritime Engineering Department / Amir Kabir University of Technology; [a\\_izadi@aut.ac.ir](mailto:a_izadi@aut.ac.ir)

<sup>2</sup> PHD, Maritime Engineering Department / Amir Kabir University of Technology; [msadeghian2@aut.ac.ir](mailto:msadeghian2@aut.ac.ir)

<sup>3</sup> MSC of Mechanical Engineering/Chamran University; [pouya.behbahani@yahoo.com](mailto:pouya.behbahani@yahoo.com)

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 14 Mar 2025

Last modification: 7 May 2025

Accepted: 17 May 2025

Available online: 18 May 2025

#### Article type:

Research paper

#### Keywords:

Sensor placement

Structural health monitoring

Ship structure

Mode Shape

Effective Independent Method

### ABSTRACT

The damage and failure in engineering structures, especially offshore structures, and hull of ship structures, causes economic losses, human disasters, and environmental problems. Therefore, diagnosing and predicting the occurrence of failure in these structures is vital. In this situation, engineers have introduced the use of structural health monitoring operations as a suitable way to prevent the collapse of the structures. Implementing structural health monitoring operations includes several steps. One of the most important and challenging steps is the placement of sensors on the structure. There are several theoretical methods to find the best positions for placing the sensor on a structure. In this paper, some methods were implemented on the model of fast ship structure and compared the results. For this purpose, first, the vibrational characteristics of the structural model of a ship were extracted by performing modal analysis, and the best-proposed positions for placing the sensors according to different methods obtained. The results show that the "Effective Independent" method is more effective than other methods. Its proposed positions are better distributed throughout the ship's structure, while the proposed positions of other methods in several small areas of the ship structure are concentrated.

ISSN: 2645-8136



DOI: <http://dx.doi.org/10.61186/marineeng.21.45.117>

Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license [<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>]



## پیاده‌سازی روش کارآمد جای‌گذاری حسگر بر روی مدل سازه بدنه شناور

احمد ایزدی<sup>۱\*</sup> , محسن صادقیان<sup>۱</sup>، پویا باقریه<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دکتری مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، [a\\_izadi@aut.ac.ir](mailto:a_izadi@aut.ac.ir)

<sup>۱</sup> دکتری مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، [msadeghian2@aut.ac.ir](mailto:msadeghian2@aut.ac.ir)

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید چمران، [pouya.bahbani@yahoo.com](mailto:pouya.bahbani@yahoo.com)

### چکیده

وقوع خرابی در سازه‌های مهندسی خصوصاً سازه‌های دریایی و سازه بدنه شناورها باعث ایجاد خسارت‌های اقتصادی، جانی و زیست محیطی می‌شود. از این‌رو تشخیص و پیش‌بینی وقوع خرابی در این سازه‌ها بسیار حیاتی و مهم می‌باشد. در این شرایط، مهندسان استفاده از عملیات پایش سلامت سازه را به عنوان راهی مناسب جهت پیشگیری از فروپاشی سازه معرفی نموده‌اند. روند پیاده‌سازی عملیات پایش سلامت سازه شامل چند مرحله است که یکی از مهم‌ترین و چالش‌برانگیزترین مراحل، مربوط به جای‌گذاری حسگرها بر روی سازه است. روش‌های تئوریک متعددی جهت یافتن بهترین موقعیت‌ها برای جای‌گذاری حسگر بر روی یک سازه وجود دارد. در این مقاله، تعدادی از روش‌های مرسوم بر روی یک مدل از سازه شناور پیاده‌سازی شده و نتایج حاصل از آن با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای این منظور، ابتدا مشخصات ارتعاشی مدل سازه یک شناور با انجام آنالیز مودال استخراج شده و در ادامه بهترین موقعیت‌های پیشنهادی جهت جای‌گذاری حسگرها با توجه به روش‌های مختلف به‌دست می‌آید. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که روش مستقل موثر به نسبت سایر روش‌ها، موقعیت‌های پیشنهادی خود را به شکل بهتری در سرتاسر سازه بدنه شناور توزیع کرده است، در شرایطی که موقعیت‌های پیشنهادی سایر روش‌ها در چند ناحیه‌ی کوچک از شناور متمرکز شده‌اند.

### اطلاعات مقاله

ناریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۲۴

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۱۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۲۷

تاریخ انتشار مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۲۸

نوع مقاله:

مقاله پژوهشی

کلمات کلیدی:

جای‌گذاری حسگر

پایش سلامت سازه

سازه بدنه شناور

شکل مود

روش مستقل موثر

DOI: <http://dx.doi.org/10.61186/marineeng.21.45.117>

حق نشر: © ۲۰۲۵ توسط نویسندگان. این اثر برای انتشار با دسترسی آزاد، تحت شرایط و ضوابط مجوز

(CC BY) ارسال شده است.

ISSN: 2645-8136



وقوع آسیب و خرابی در کلیه سازه‌های مهندسی از جمله سازه‌های عمرانی، هوافضایی، مکانیکی و دریایی بسیار محتمل و قریب‌الوقوع است. خرابی‌ها در اثر عوامل مختلفی از جمله حوادث طبیعی مانند طوفان، سیل و زلزله، خستگی، خوردگی، تصادفات و خطای انسانی به‌وقوع می‌پیوندند. وقوع خرابی در سازه‌های مهندسی باعث بروز خسارت‌های اقتصادی، جانی و زیست محیطی می‌شود که در بسیاری از مواقع جبران ناپذیر می‌باشد. پدیده خرابی تحت تاثیر ایجاد ترک و رشد آن در قطعات به‌کار رفته در سازه یکی از مهم‌ترین و شایع‌ترین دلایل خرابی می‌باشد [۱]. به‌طور کلی، احتمال ایجاد و گسترش ترک‌ها در آن دسته از سازه‌هایی که به‌طور مداوم تحت اعمال بارهای مختلفی قرار دارند، بیشتر است. به‌دلیل عوامل ذکر شده و پدیده مخرب خوردگی، تشخیص و پیش‌بینی وقوع خرابی در این سازه‌ها خصوصاً سازه‌های دریایی بسیار حیاتی و حائز اهمیت می‌باشد. سازه بدنه شناورها به‌صورت لحظه‌ای و تکرار شونده تحت تاثیر تنش‌های بسیاری از سوی سیال اطراف خود و سایر عوامل قرار دارند. مقدار تنش‌های لحظه‌ای در شناورهای تندرو به‌دلیل ماهیت خاص کاربری و عملیاتی و حرکت با سرعت بالا، به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر است. از این‌رو، انتظار می‌رود که سازه بدنه شناورها، خصوصاً شناورهای تندرو، از منظر وقوع خرابی، ایجاد ترک و در نهایت بروز پدیده گسیختگی ناگهانی در زمره مستعدترین سازه‌های مهندسی قرار داشته باشند. در نتیجه، برای پیش‌گیری از وقوع خرابی و گسیختگی ناگهانی در سازه بدنه شناورهای تندرو، نیاز به بازرسی و ارزیابی لحظه‌ای حائز اهمیت بسزایی است تا به‌مجرد پدید آمدن نشانه‌هایی از وقوع گسیختگی در سازه بتوان از بروز و یا پیشرفت آن جلوگیری نمود. اجرای این‌گونه بازرسی‌ها و ارزیابی‌های لحظه‌ای توسط عملیات پایش سلامت سازه<sup>۱</sup> (SHM) محقق می‌شود [۲] و مهندسان استفاده از عملیات پایش سلامت سازه را به‌عنوان روشی مناسب جهت پیش‌گیری از خرابی و فروپاشی سازه معرفی نموده‌اند. عملیات پایش سلامت سازه بر مبنای یک فرضیه اساسی بنا نهاده شده است. این فرضیه عنوان می‌کند که ایجاد هر گونه زوال و آسیب در ساختار یک سازه منجر به ایجاد تغییراتی در مشخصات ذاتی سازه می‌شود [۳]. عمده این تغییرات معطوف به توزیع سختی در سازه است که در نتیجه آن، تغییراتی در مشخصات ارتعاشاتی سازه از جمله فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و ضرایب میرایی پدید می‌آید. بدین ترتیب، با اندازه‌گیری و رصد نمودن تغییرات این کمیت‌ها می‌توان به اطلاعات ارزشمندی در زمینه وجود یا عدم وجود آسیب، محل دقیق آسیب، شدت آن و در نهایت مدت زمان باقی‌مانده از عمر سازه دست یافت. یک سیستم پایش سلامت سازه، فرآیند رصد کردن تغییرات کمیت‌های یاد شده را در سه مرحله و

توسط سه زیر سیستم انجام می‌دهد. ابتدا حسگرها داده‌های مورد نیاز برای انجام محاسبات را از روی سازه جمع‌آوری می‌نمایند (سیستم اندازه‌گیری). سپس داده‌های جمع‌آوری شده توسط حسگرها، ذخیره شده و به یک سیستم جهت پردازش منتقل می‌شوند (سیستم پردازش). در نهایت، نتایج به‌دست آمده از پردازش داده‌ها، توسط یک سری الگوریتم‌های تشخیصی بررسی شده و سلامت سازه ارزیابی می‌شود (سیستم ارزیابی سلامت سازه) [۴]. با توجه به این‌که خروجی حاصل از سیستم پایش سلامت سازه بر مبنای داده‌های حاصل از سیستم اندازه‌گیری است، می‌توان مهم‌ترین و اثرگذارترین مرحله از اجرای یک سیستم پایش سلامت سازه را به پیاده‌سازی صحیح سیستم اندازه‌گیری بر روی سازه، مرتبط دانست. اساساً، در یک سیستم اندازه‌گیری، حسگرها نقش محوری را ایفا کرده و شاکله اصلی سیستم را تشکیل می‌دهند. از این‌رو، کلیت طراحی یک سیستم اندازه‌گیری مرتبط با نحوه‌ی جای‌گذاری و چینش حسگرهای اندازه‌گیری بر روی سازه است. با این تفاسیر، می‌توان ادعا نمود که جای‌گذاری حسگرها بر روی سازه و نحوه چینش آن‌ها یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین مراحل پیاده‌سازی عملیات پایش سلامت سازه است. این موضوع تبدیل به انگیزه‌ای برای محققان جهت انجام پژوهش در این زمینه گردیده است. به‌طور کلی، در یک سیستم پایش سلامت سازه هرچه تعداد حسگرها بیشتر باشد، احتمال شناسایی بهتر مشخصات ارتعاشاتی سازه بالاتر می‌رود. از سویی، وجود برخی ملاحظات اقتصادی و سخت‌افزاری محدودیت‌هایی را در جای‌گذاری تعداد بالای حسگرها بر روی یک سازه ایجاد می‌کند. در نتیجه، تعداد حسگرهای به‌کار رفته در یک سیستم پایش سلامت سازه باید به اندازه‌ای باشد که در کنار پوشش‌دادن مناسب مشخصات ارتعاشی سازه، محدودیت‌هایی را از منظر اقتصادی و سخت‌افزاری ایجاد نکند. برای تحقق این امر، نیاز است که موقعیت‌های بهینه‌ای از سازه جهت جای‌گذاری حسگرها انتخاب شوند تا به‌واسطه آن، دو شرط عنوان شده (پوشش دادن مناسب مشخصات ارتعاشی و رعایت ملاحظات اقتصادی و سخت‌افزاری) برقرار شوند.

تعیین موقعیت‌های بهینه جهت جای‌گذاری حسگرهای اندازه‌گیری بر روی سازه، از اصلی‌ترین و مهم‌ترین چالش‌های موجود در فرآیند پیاده‌سازی عملیات پایش سلامت سازه است، که از آن تحت عنوان "مسئله جای‌گذاری حسگر" نیز یاد می‌شود. به‌طور کلی، روش‌های تئوریک متعددی جهت پاسخ‌دهی به این مسئله (یافتن موقعیت‌های بهینه برای حسگرها) وجود دارد که روش‌های انرژی جنبشی مودال<sup>۱</sup>، ضرب المان‌های بردار ویژه<sup>ii</sup>، نمودار مجموع شکل مود<sup>v</sup>، باقیمانده نقاط تحریک<sup>v</sup> و روش مستقل موثر<sup>vi</sup> از کارآمدترین روش‌ها هستند. هر کدام از این روش‌ها موقعیت‌های پیشنهادی خود را بر مبنای اصول متفاوتی ارائه می‌دهند که این

$$MKE_{pq} = \Phi_{pq} \sum_k M_{pk} \Phi_{kq} \quad (2)$$

در این رابطه  $MKE_{pq}$  بیانگر انرژی جنبشی متعلق به درجه آزادی  $p$  ام در شکل  $q$  ام است. از طرفی،  $\Phi_{pq}$  و  $\Phi_{kq}$  همان درایه‌ها-یی از ماتریس کلی شکل  $q$  ام بوده که متناظر با درجات آزادی مربوطه در شکل  $q$  ام هستند. در نهایت،  $M_{pk}$  نیز معرف درایه-ای از ماتریس جرم مدل المان محدود است که در ردیف  $p$  ام و ستون  $k$  ام قرار دارد [۹]. به‌طور کلی، روش  $MKE$  نمایی از توزیع دینامیکی را برای درجات آزادی در نظر گرفته شده بر روی سازه ارائه می‌دهد. به‌عبارتی، روش  $MKE$  موقعیت‌هایی از سازه را شناسایی می‌کند که امکان ثبت بیشترین مشخصات دینامیکی سازه را دارند. این موضوع بیانگر یکی از مزایای مهم روش  $MKE$  است. روش  $MKE$  بر مبنای همین مزیت، پاسخ‌دهی مناسبی به مسئله جای‌گذاری حسگر دارد و بر همین اساس از جایگاهی ویژه در پایش سلامت سازه برخوردار است [۱۱].

### ۲-۳- روش ضرب المان‌های بردار ویژه (ECP)

روش ضرب المان‌های بردار ویژه (ECP) به محاسبه قدر مطلق ضرب بردار ردیفی ماتریس شکل مود پرداخته و سعی دارد تا از جای‌گذاری حسگرها در نقاط گره سازه جلوگیری به‌عمل آورد [۱۲]. رابطه (۳) شاخص تعریف شده برای این روش را بیان می‌کند:

$$ECP_i = \prod_{k=1}^m |\Phi_{ik}| \quad (3)$$

در این رابطه  $ECP_i$  معرف مقدار ECP برای درجه آزادی  $i$  ام،  $m$  نشان‌دهنده تعداد شکل مودهای مهم و عملگر  $\prod$  دلالت بر ضرب متوالی المان‌ها دارد. روش ECP موقعیت آن‌دسته از درجات آزادی را که دارای مقدار ECP بالاتری نسبت به سایرین هستند، به‌عنوان موقعیت‌های مناسب جهت جای‌گذاری حسگرها معرفی می‌کند [۱۳]. اصولاً، اگر یکی از درجات آزادی در یکی از شکل مودها نقش یک گره را ایفا کند، آن‌گاه درایه مربوط به ستون آن شکل مود دارای مقدار صفر (یا بسیار نزدیک به صفر) می‌شود. در نتیجه، باتوجه به رابطه (۳) مقدار شاخص ECP برای چنین درجه آزادی، صفر (یا بسیار نزدیک به صفر) خواهد شد. لذا، این درجه آزادی شانس برای انتخاب شدن به‌عنوان موقعیت حسگر نخواهد داشت. این موضوع پرده از یک مزیت مهم این روش برمی‌دارد. بر مبنای این مزیت، روش ECP از جای‌گذاری حسگرها در گره‌های ایجاد شده در شکل مودهای انتخابی و یا در نزدیکی آن‌ها جلوگیری می‌کند.

موضوع خود می‌تواند زمینه‌ساز بروز تفاوت در نتایج آن‌ها باشد. در این شرایط، نیاز است تا با مقایسه نتایج به‌دست آمده از این روش‌ها در یک سازه، بتوان به نقدهایی کارگشا در خصوص عملکرد آن‌ها دست یافت و چارچوبی را جهت ارزیابی صحت نتایج آن‌ها تدوین نمود. در دو دهه اخیر تحقیقات بسیاری در مورد معرفی و ارزیابی استراتژی‌های جای‌گذاری بهینه حسگر در سازه‌های مختلف صورت پذیرفته است [۵-۸]. در این مقاله مسئله جای‌گذاری حسگر بر روی مدلی از سازه یک شناور تندرو مطرح شده و نتایج حاصل از پیاده-سازی روش‌های یاد شده بر روی این سازه بدنه شناور با یکدیگر مقایسه می‌گردند.

## ۲- روابط تئوری

### ۲-۱- مدل ریاضی برای جای‌گذاری حسگر در سیستم پایش سلامت سازه

مسئله جای‌گذاری حسگرها بر روی سازه را می‌توان با استفاده از مختصات مستقل معادلات حاکم بر مسئله بررسی نمود. فرم کلی این معادلات به‌صورت زیر است [۹، ۱۰]:

$$\begin{cases} \ddot{q}_i + M_i^{-1} C_i \dot{q}_i + M_i^{-1} K_i q_i = M_i^{-1} \Phi B_0 u \\ y = \Phi q + \varepsilon \end{cases} \quad (1)$$

در این رابطه  $q_i$  بیانگر مختصات مودال  $i$  ام و همچنین المان (درایه) شماره  $i$  ام از بردار مختصات مودال  $q$  در معادله‌ی دوم از رابطه (۱) است. علاوه بر این،  $M_i$ ،  $K_i$  و  $C_i$  به‌ترتیب معرف ماتریس مودال جرم، سختی و میرایی المان  $i$  ام هستند. از سویی،  $\Phi$  ماتریس شکل مود است که در آن ستون  $i$  ام نشان‌دهنده شکل مود جرم (درجه آزادی)  $i$  ام است.  $B_0$  یک ماتریس موقعیت است که از درایه‌های یک (متناظر با محرک‌ها) و صفر (بدون محرک) تشکیل شده است. این ماتریس موقعیت بردار نیروی  $u$  را مشخص می‌کند. بالانویس‌های  $-1$  و  $T$  به‌ترتیب بیان‌کننده معکوس و ترانپوز یک ماتریس است.  $y$  یک ماتریس برداری ستونی است که بیان می‌کند، کدام موقعیت‌های سازه احتمالاً باید اندازه‌گیری شوند. همچنین،  $\varepsilon$  یک نویز سفید گاوسی ثابت با مقدار میانگین صفر و واریانس  $\Psi_0^2$  بوده که میزان عدم قطعیت در اندازه‌گیری را توصیف می‌کند.

### ۲-۲- مدل روش انرژی جنبشی مودال (MKE)

روش انرژی جنبشی مودال، شکل ارتقاء یافته‌ای از روش بازرسی بصری است. در این روش ابتدا شکل مودهای مهم یک سازه مشخص شده و سپس بر مبنای آن‌ها موقعیت‌هایی از سازه که دارای بیشترین مقدار دامنه نوسانات هستند، جهت جای‌گذاری حسگر انتخاب می‌شوند. این موقعیت‌ها در این روش به‌کمک شاخص تعریف شده در رابطه (۲) تعیین می‌گردند.

#### ۴-۲- روش نمودار مجموع شکل مود (MSSP)

روش نمودار مجموع شکل مود (MSSP) به صورت گرافیکی میزان مشارکت درجات آزادی در پاسخ کلی سازه را نشان می‌دهد. در این روش درایه‌های شکل مود متناظر با موقعیت حسگر (یک ردیف از ماتریس شکل مود) در یک نمودار رسم شده و قدر مطلق مجموع آن‌ها برای هر ردیف محاسبه می‌شود. بر همین اساس، می‌توان شاخص MSSP را به فرم ریاضی زیر بیان کرد:

$$MSSP_i = \sum_{k=1}^m |\Phi_{ik}| \quad (۴)$$

در این رابطه  $MSSP_i$  معرف مقدار MSSP درجه آزادی  $i$  ام سازه است. در این روش موقعیت آن دسته از درجات آزادی سازه که دارای مقدار MSSP بالایی هستند، به عنوان موقعیت‌های مناسب برای جای گذاری حسگر انتخاب می‌شوند.

#### ۵-۲- روش باقیمانده نقاط تحریک (DPR)

روش باقیمانده نقاط تحریک به منظور تعیین موقعیت‌های مناسب برای تحریک یک سازه در آزمایش‌های مودال ارائه شده است. با این وجود، به علت شباهت میان مشخصه‌های موقعیت‌های پیشنهادی برای تحریک سازه و جای گذاری حسگر بر روی سازه، می‌توان از این روش در پاسخ‌دهی به مسئله جای گذاری حسگر استفاده کرد. معیار در نظر گرفته شده برای این روش به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$DPR = \Phi \otimes \Phi \Lambda^{-1} \quad (۵)$$

در این رابطه  $\Lambda$  ماتریس قطری مقادیر ویژه بوده و عملگر  $\otimes$  دلالت بر ضرب درایه به درایه ماتریس‌ها دارد. این روش مشخص می‌کند که در یک درجه آزادی مشخص چه میزان از یک مود مشخص تحریک شده است [۱۳]. بر اساس این روش، آن دسته از درجات آزادی که نسبت به سایرین دارای DPR بالایی هستند، برای جای گذاری حسگر بر روی سازه پیشنهاد می‌شوند.

#### ۶-۲- روش مستقل موثر (EI)

روش مستقل موثر (EI) یکی از اثرگذارترین و رایج‌ترین روش‌های موجود در حوزه‌ی پایش سلامت سازه است [۱۵]. بنیان روش EI بر مبنای یک اصل اساسی بنا نهاده شده است. این اصل بیان می‌دارد که اندازه‌گیری‌های صورت گرفته از روی یک سازه زمانی دارای اطلاعات مفیدی هستند که شکل مودهای برآمده از آن اندازه‌گیری‌ها، نسبت به یکدیگر مستقل خطی باشند. در واقع، موقعیت حسگرها بر روی سازه باید به گونه‌ای باشد که شکل مودهای به دست آمده از نتایج حسگرها نسبت به یکدیگر مستقل شوند. در این راستا، روش EI سعی دارد تا با تعریف یک شاخص

( $E_D$ )، استقلال بین دو و یا چند شکل مود ساده شده را بررسی کرده و میان شکل مودها تفاوت ایجاد کند. به منظور حفظ استقلال خطی میان شکل مودهای به دست آمده از حسگرهای اندازه‌گیری، باید اختلاف میان مختصات مودال درجات آزادی کمینه شود. برای تعریف شاخص به کار رفته در روش EI نیز از همین موضوع استفاده شده است و با بهره‌گیری از تئوری تخمین و به کمک آنالیز حساسیت مختصات مودال، به بررسی خطای تخمین مختصات مودال پرداخته می‌شود. به طور خلاصه، می‌توان عنوان نمود که در روش مستقل موثر وظیفه شاخص  $E_D$  معطوف به بررسی استقلال خطی میان شکل مودها می‌شود. با توجه به فرم بیان خروجی اندازه‌گیری در معادله (۱) می‌توان مقدار این شاخص را برای یک برآوردگر ناریب  $v_i$  کارآمد به صورت معادله (۶) تعریف کرد:

$$\begin{aligned} E[(q - \hat{q})(q - \hat{q})^T] & \quad (۶) \\ = \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial q} \right)^T [\Psi_0^2]^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial q} \right) \right]^{-1} & = \left[ \frac{1}{\Psi_0^2} \Phi^T \Phi \right]^{-1} \\ = A^{-1} & \end{aligned}$$

در شرایطی که  $A$  بیانگر ماتریس اطلاعات فیشر  $v_i$  (FIM) بوده و  $\Psi_0^2$  نشان‌دهنده واریانس معمولی از اندازه‌گیری گوسی ایستایی نویز سفید  $\varepsilon$  در معادله (۱) است. همچنین،  $E$  مقدار مورد انتظار را نشان داده و در نهایت،  $\hat{q}$  بردار یک برآوردگر ناریب کارآمد از  $q$  است. قابل توجه است که در رابطه (۶) اندازه‌گیری‌ها دارای میزانی نویز هستند. در یک حالت کلی از اندازه‌گیری‌ها با مقادیر مختلف نویز، ممکن است واریانس  $\Psi_0^2$  یک ماتریس ثابت نبوده و یک ماتریس قطری از آن باشد. ترم دوم در سمت چپ رابطه (۶) بیانگر همان خطای تخمین مختصات مودال است. از سویی، با توجه به رابطه (۶) می‌توان کمینه شدن این ترم را به بیشینه شدن ماتریس اطلاعات فیشر مربوط دانست. به منظور بیشینه‌سازی ماتریس اطلاعات فیشر از دترمینان یا تریس آن ماتریس استفاده می‌شود. در این شرایط، واریانس کوواریانس مربوط به خطای تخمین مختصات مودال می‌تواند به حداقل برسد. بدیهی است که مقدار  $A$  در بهترین حالت از تخمین بردار  $q$  بیشینه خواهد شد. عملاً، این تحلیل با حل مسئله مقدار ویژه زیر آغاز می‌شود:

$$[\Phi^T \Phi - \lambda I] \psi = 0 \quad (۷)$$

در این رابطه  $\psi$  همان بردارهای ویژه متعامد هستند. حال، با حل رابطه (۷) می‌توان شاخص را به دست آورد.

$$E_D = [\Phi \psi] \otimes [\Phi \psi] \lambda^{-1} \cdot 1 \quad (۸)$$

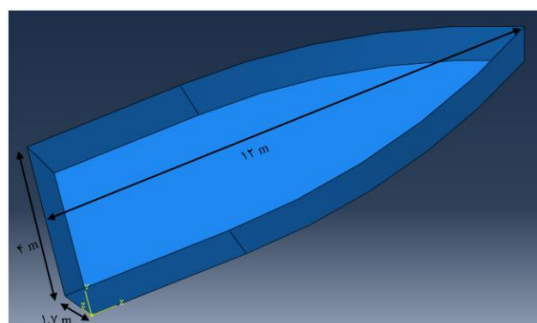
علاوه بر رابطه (۸) می‌توان از رابطه (۹) نیز جهت محاسبه شاخص  $E_D$  استفاده کرد:

$$E_D = \text{diag}(\Phi[\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T) \quad (۹)$$

در این رابطه عملگر diag بیانگر درایه‌های قطری یک ماتریس است. شایان ذکر است که مقدار شاخص  $E_D$  در بازه‌ی صفر تا یک قرار دارد [۱۶]. الگوریتم محاسباتی روش EI با سایر روش‌های عنوان شده بسیار متفاوت است. الگوریتم محاسباتی روش‌های ECP، MSE، MSSP و DPR تک مرحله‌ای بوده و این روش‌ها موقعیت‌های بهینه جهت جای‌گذاری حسگرها را در همان دور اول محاسبات خود پیشنهاد می‌کنند. در نقطه مقابل، روش EI بر مبنای یک الگوریتم محاسباتی تکرارشونده بنا نهاده شده است. شیوه انتخاب موقعیت حسگرها در این روش بدین‌گونه است که ابتدا شاخص  $E_D$  مرتب سازی شده و سپس، در همان زمان درجه آزادی مربوط به کمترین مقدار شاخص  $E_D$  از ماتریس شکل مود حذف می‌شود. در مرحله بعد، مجدداً شاخص‌های  $E_D$  بر مبنای ماتریس شکل مود تقلیل یافته محاسبه شده و مجدداً روال عنوان شده تکرار می‌شود. این تکرار تا زمانی که تعداد درجات آزادی باقیمانده برابر با تعداد حسگرهای تعیین شده جهت نصب بر روی سازه باشد، ادامه می‌یابد. در نهایت، درجات آزادی باقیمانده به‌عنوان موقعیت‌های اندازه‌گیری شناخته می‌شوند. شایان ذکر است که درجات آزادی باقیمانده مستقل‌ترین درجات نسبت به یکدیگر هستند.

### ۳- نتایج

سازه مورد بررسی در این مقاله، مدل ساده شده‌ای از سازه بدنه یک شناور است. تعداد حسگرهای در نظر گرفته شده جهت نصب بر روی این شناور برابر با ۱۵ عدد است. شکل ۱ مدل این شناور را نشان می‌دهد. ابعاد این شناور برابر با  $17m \times 4m \times 1.7m$  هستند. بدنه این شناور از جنس فولاد ساخته شده و مقادیر چگالی، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون لحاظ شده برای آن به ترتیب معادل با  $7830$  کیلوگرم بر متر مکعب،  $235$  گیگاپاسکال و  $0.3$  است.



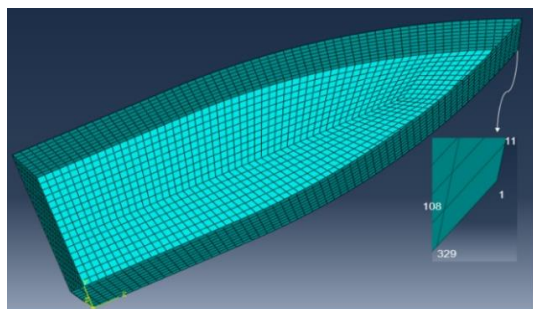
شکل ۱- نمای سه بعدی از مدل سازه بدنه شناور

### ۳-۱- مشخصات ارتعاشی سازه بدنه شناور

با انجام آنالیز مودال برای سازه بدنه شناور در نرم‌افزار آباکوس  $x^3$ ، مشخصات ارتعاشی مورد نیاز جهت استفاده در روش‌های جای‌گذاری حسگر به‌دست می‌آید. با توجه به ضخامت کم بدنه این

شناور می‌توان در مدل‌سازی المان محدود انجام شده از فرض تنش صفحه‌ای استفاده کرد. از این‌رو، برای مدل‌سازی شناور از المان‌های پوسته  $x^3$  کمک گرفته شده است. شکل ۲ مدل المان بندی شده‌ای از شناور را در محیط نرم‌افزار آباکوس نشان می‌دهد. تعداد گره‌های لحاظ شده بر روی این شناور برابر با  $2509$  عدد است که تمامی آن‌ها نقش درجات آزادی را برای مدل المان محدود شناور ایفا می‌کنند. از این‌رو، بدیهی است که روش‌های جای‌گذاری حسگر، موقعیت‌های بهینه جهت جای‌گذاری حسگرها بر روی شناور را از میان این گره‌ها (درجات آزادی) انتخاب می‌کنند. طبیعتاً، تمامی گره‌ها و المان‌های ایجاد شده بر روی شناور در نرم‌افزار آباکوس شماره‌گذاری شده‌اند. در گوشه شکل ۲ این شماره‌گذاری برای یک المان نشان داده شده است. این شماره‌گذاری‌ها در تشکیل ماتریس شکل مود نقش بسزایی دارند. همچنین، با توجه به اینکه روش‌های جای‌گذاری حسگر، موقعیت‌های پیشنهادی خود را بر مبنای شماره گره‌ها بیان می‌کنند، اهمیت این شماره‌گذاری‌ها در جایابی موقعیت‌های بهینه بر روی سازه بدنه شناور دوچندان می‌شود.

در آنالیز مودال انجام شده برای شناور تعداد ۱۰ شکل مود از نرم‌افزار استخراج شده است. فرکانس‌های طبیعی این شکل مودها در جدول ۱ آورده شده‌اند. جهت به‌دست آوردن ماتریس شکل مود شناور، ابتدا تغییر مکان هر گره در هر شکل مود ثبت می‌شود تا بردار شکل مود هر گره به‌دست آید. سپس، موقعیت این بردارها بر مبنای شماره گره در ماتریس شکل مود، جایابی شده تا در نهایت ماتریس شکل مود شناور تکمیل شود.



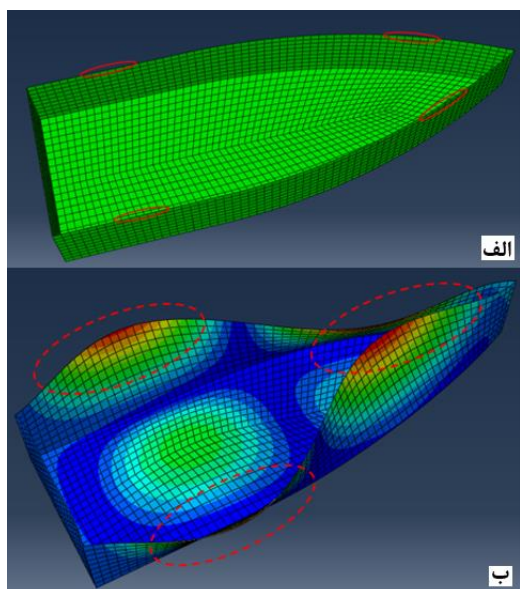
شکل ۲- مدل المان بندی سازه بدنه شناور

جدول ۱- فرکانس‌های طبیعی سازه بدنه شناور

شماره مود	فرکانس (هرتز)	شماره مود	فرکانس (هرتز)
۱	۱/۲۴۴۱	۶	۲/۲۸۳۰
۲	۱/۴۸۲۴	۷	۲/۵۱۷۹
۳	۱/۸۱۶۷	۸	۲/۵۸۵۰
۴	۱/۹۳۶۰	۹	۲/۶۶۹۲
۵	۲/۰۶۵۶	۱۰	۲/۳۲۴۲

### ۳-۲- موقعیت‌های پیشنهادی جهت جای‌گذاری حسگرها

با به‌دست آمدن ماتریس شکل مود و فرکانس‌های طبیعی سازه بدنه شناور، تمامی داده‌های اولیه جهت استفاده از روش‌های



شکل ۳- الف) محدوده نواحی مناسب جهت جای‌گذاری حسگرها بر مبنای روش MKE. ب) مود اول ارتعاشی سازه بدنه شناور

همان‌گونه که مشخص است، به‌جز روش EI، موقعیت‌های پیشنهادی سایر روش‌ها شباهت‌های بسیار زیادی با هم داشته و به‌طور عمده موقعیت‌های یکسانی از شناور را جهت جای‌گذاری حسگر پیشنهاد می‌دهند. تنها تفاوت میان آن‌ها به اولویت‌بندی موقعیت‌های پیشنهاد شده مربوط می‌شود. به‌عنوان نمونه، روش DPR گره شماره ۲۸۴ را به‌عنوان سومین موقعیت جهت جای‌گذاری حسگر پیشنهاد داده است. در حالی‌که، این گره در انتهای لیست موقعیت‌های پیشنهاد شده از سوی روش MKE قرار دارد. با این‌حال، با یافتن مختصات موقعیت‌های پیشنهاد شده از سوی روش‌های MSSP، ECP و DPR بر روی شناور، مشخص می‌گردد که محدوده نواحی مناسب برای جای‌گذاری حسگر در این روش‌ها نیز همانند روش MKE است (شکل ۳-الف). با کمی تامل در ارتباط با وسعت این نواحی، می‌توان پی برد که این چهار روش موقعیت‌های پیشنهادی خود را در ناحیه کوچکی از سازه بدنه شناور متمرکز ساخته‌اند. این موضوع می‌تواند شک و تردیدهایی را درباره کیفیت نتایج این روش‌ها ایجاد کند. اساساً، موقعیت‌های پیشنهاد شده از جانب روش‌های MKE، ECP، MSSP و DPR دارای ویژگی‌های مهمی از جمله نوسانات بالا و دور بودن از نقاط گره هستند. با این وجود، این چهار روش هیچ تضمینی جهت مستقل خطی بودن شکل مودهای به‌دست آمده از جای‌گذاری حسگرها در این ۱۵ موقعیت نسبت به یکدیگر ارائه نمی‌دهند. در شرایطی که وجود این استقلال خطی میان شکل مودها از ویژگی‌های حائز اهمیت در خصوص انتخاب موقعیت‌های پیشنهادی برای حسگرها است. از این‌رو، می‌توان عنوان نمود که روش‌های MKE، ECP، MSSP و DPR هیچ‌گونه ضوابطی را جهت برقراری شرط استقلال خطی میان شکل مودهای به‌دست آمده از جای‌گذاری حسگرها در موقعیت‌های پیشنهاد شده ندارند. از این‌رو، احتمال

جای‌گذاری حسگر حاصل شده‌اند و می‌توان از این روش‌ها جهت یافتن موقعیت‌های بهینه برای جای‌گذاری حسگرها بر روی شناور استفاده به‌عمل آورد. ابتدا نتایج به‌دست آمده از روش MKE مورد بررسی قرار می‌گیرد. ۱۵ موقعیت پیشنهاد شده از سوی این روش در جدول ۲ ارائه شده است. این گره‌ها بر مبنای تعریف شاخص MKE دارای بیشترین میزان دامنه نوسانات هستند.

جدول ۲- موقعیت‌های پیشنهادی روش MKE جهت جای‌گذاری حسگر بر روی سازه بدنه شناور

شماره گره	ترتیب موقعیت‌های پیشنهاد شده توسط MKE	شماره گره	ترتیب موقعیت‌های پیشنهاد شده توسط MKE
۲۸۳	۹	۲۸	۱
۱۱۶	۱۰	۲۳۵	۲
۲۸۱	۱۱	۲۳۴	۳
۱۱۸	۱۲	۲۹	۴
۲۳۳	۱۳	۲۷	۵
۳۰	۱۴	۲۳۶	۶
۲۸۴	۱۵	۲۸۲	۷
-	-	۱۱۷	۸

حال، با استفاده از ابزارهای نرم‌افزار آباکوس (مسیر >Query tools در ماژول Visualization) می‌توان مختصات این گره‌ها را بر روی شناور (بر مبنای شماره آن‌ها) پیدا کرد. شکل ۳-الف محدوده تقریبی موقعیت‌های این گره‌ها را نشان می‌دهد. از سویی، شکل ۳-ب بیانگر مود اول ارتعاشی شناور است. همان‌گونه که در شکل ۳-الف مشخص است، محدوده موقعیت‌های پیشنهادی روش MKE در چهار لبه شناور متمرکز شده‌اند. با یک مقایسه بصری میان شکل‌های ۳-الف و ۳-ب می‌توان به دامنه بالای نوسانات این چهار لبه در مود اول ارتعاشی شناور پی برد. شایان ذکر است که این چهار لبه در اغلب شکل مودها دارای بیشترین دامنه نوسانات نسبت به سایر موقعیت‌های شناور بوده است. این موضوع خود صحت نتایج این روش را تایید می‌کند. با به‌کارگیری دیگر روش‌ها و مقایسه نتایج آن‌ها با یکدیگر می‌توان به نتایج مهمی دست یافت. جدول ۳ موقعیت‌های پیشنهادی این روش‌ها را در خود جای داده است.

تجمع حسگرها در یک محدوده کوچک از سازه وجود دارد، موضوعی که در نتایج به دست آمده برای این شناور مشاهده گردیده و چندان اتفاق مطلوبی نیست.

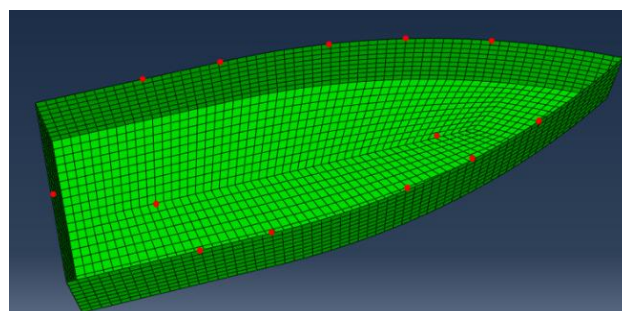
در نقطه مقابل این روش‌ها، روش EI موقعیت‌های پیشنهادی خود را در سرتاسر شناور توزیع کرده است. شکل ۴ موقعیت‌های پیشنهادی این روش را بر روی سازه بدنه شناور نشان می‌دهد.

با ملاحظه این موقعیت‌ها بر روی بدنه شناور می‌توان عنوان نمود که هرکدام از آن‌ها دارای دامنه نوسانات قابل ملاحظه‌ای هستند. هرچند، میزان دامنه نوسانات و انرژی جنبشی آن‌ها، همان موقعیت‌های پیشنهاد شده توسط چهار روش قبلی است. با این حال، این روش تعادلی میان ارضای ویژگی‌های مهم موقعیت‌های بهینه برای حسگرها ایجاد نموده است که این موضوع، خود رویکردی ارزنده از جانب این روش است.

جدول ۳- موقعیت‌های پیشنهادی روش‌های ECP, MSSP, MKE, EI و DPR

	EI و DPR
MKE	۲۸.۲۳۵.۲۳۴.۲۹.۲۷.۲۳۶.۲۸۲.۱۱۷.۲۸۳.۱۱۶.۲۸ ۱.۱۱۸.۲۳۳.۳۰.۲۸۴
MSSP	۲۸.۲۳۵.۲۸۲.۱۱۷.۲۸۳.۱۱۶.۲۹.۲۳۴.۲۸۱.۱۱۸.۲ ۷.۲۳۶.۲۸۴.۱۱۵.۱۱۴
ECP	۲۸۳.۱۱۶.۲۸۲.۱۱۷.۱۱۳.۲۸۶.۱۱۴.۲۸۵.۲۸۱.۱۱ ۸.۱۱۹.۲۸۰.۲۸۴.۱۱۵.۱۲۰
DPR	۲۸۳.۱۱۶.۲۸۴.۱۱۵.۲۸۲.۱۱۷.۱۱۴.۲۸۵.۲۸۱.۱۱ ۸.۲۳۴.۲۹.۲۳۳.۳۰.۱۱۳
EI	۲۶.۳۷.۴۲.۴۶.۵۲.۵۸.۱۱۱.۱۱۷.۲۰۵.۲۳۰.۳۰۰.۱ ۴۵۳.۱۴۶۶.۱۴۸۰.۱۷۸۰

اساساً، توزیع یکنواخت موقعیت‌های پیشنهاد شده از سوی روش EI در سرتاسر بدنه شناور و همچنین وجود انرژی جنبشی قابل قبول برای این موقعیت‌ها، نتایج روش EI را نسبت به چهار روش دیگر مناسب‌تر جلوه می‌دهد. با این حال، ممکن است در سازه‌های دیگری شرایط ساختاری سازه به گونه‌ای باشد که موقعیت‌های پیشنهادی روش‌های ECP, MSSP, MKE, EI و DPR به صورت متمرکز نبوده و تا حدی استقلال خطی میان شکل مودها را نیز رعایت کند. در آن شرایط، نتایج این روش‌ها از مقبولیت بیشتری برخوردار خواهد بود.



شکل ۴- موقعیت‌های پیشنهادی روش EI

هر کدام از روش‌های ECP, MSSP, MKE, EI و DPR دارای مزایا و معایبی هستند و میزان مطلوبیت نتیجه حاصله از آن‌ها در سازه‌های مختلف تفاوت دارد. در واقع، ممکن است که یک روش برای یک سازه نتایج مطلوبی را ارائه دهد ولی برای سازه‌ای دیگر منتج به خروجی نامناسبی شود. از این رو، نمی‌توان یکی از این روش‌ها را به صورت پیش فرض به عنوان بهترین روش جهت پاسخ‌دهی به مسئله جای‌گذاری حسگر انتخاب کرد. در این شرایط، به منظور انتخاب روش مناسب جهت پاسخ‌دهی به مسئله جای‌گذاری حسگر باید تمامی روش‌ها بر روی سازه مورد نظر پیاده سازی شده و با بررسی نتایج به دست آمده و مقایسه آن‌ها با یکدیگر، کارآمدترین روش را تعیین نمود و نتایج آن را به عنوان موقعیت‌های بهینه جهت جای‌گذاری حسگر بر روی سازه پیشنهاد داد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به منظور تعیین موقعیت‌های بهینه جای‌گذاری حسگر در یک مدل سازه بدنه شناور از روش‌های ECP, MSSP, MKE, EI و DPR استفاده شده است. روش‌های ECP, MSSP, MKE, EI و DPR تطابق خوبی با یکدیگر دارند. این روش‌ها موقعیت‌های پیشنهادی خود را از میان درجات آزادی با نوسانات و انرژی جنبشی بالا انتخاب می‌کنند. با این حال، این روش‌ها هیچ ملاحظه‌ای را از منظر متراکم نمودن موقعیت‌های پیشنهادی خود رعایت نکرده و برای این شناور، آن‌ها را در محدوده‌ای کوچک جای نهاده‌اند. از سویی، روش EI با سعی بر مستقل خطی نمودن شکل مودها نسبت به یکدیگر موقعیت‌های پیشنهادی خود را در سرتاسر شناور توزیع کرده است. این موضوعات نشان می‌دهد که نمی‌توان به صورت پیش فرض روشی را نسبت به سایر روش‌ها ارجح و برتر دانست. از این رو، به منظور تعیین موقعیت‌های بهینه برای جای‌گذاری حسگرها بر روی یک سازه نیاز به تست کردن همه روش‌های تئوریک است.

#### کلید واژگان

- 1- Structural health monitoring
- 2- Modal kinetic energy
- 3- Eigenvector components product
- 4- Mode shape summation plot
- 5- Drive point residue
- 6- Effective independent
- 7- Unbiased estimator
- 8- Fisher information matrix
- 9- Abaqus
- 10- Shell

#### ۵- مراجع

1. WITHERS, P.J. (2007), "Residual Stress and Its Role in Failure", Report On Progress in Physics, 70, pp 2211-2264.

2. BALAGEAS, D. et al. (2006) "Structural Health Monitoring. ISTE", London, UK.
3. Housner, G. W. et al. (1997), "Structural Control: Past, Present, and Future", *Journal of Engineering Mechanics-Asce*, 123, pp 897-971.
4. Ansari, F. (2016), "Five years of the *Journal of Civil Structural Health Monitoring*", *Civil Struct Health Monit*, 6 (1), pp. 1-2.
5. Liu, K. et al. (2018), "Optimal sensor placement and assessment for modal identification", *Ocean Engineering*, 165 pp 209-220.
6. Ostachowicz, W. et al. (2019), "Optimization of sensor placement for structural health monitoring: a review", *Structural Health Monitoring*, pp 1-26.
7. Tan, Y., and Zhang, L. (2019), "Computational methodologies for optimal sensor placement in structural health monitoring: A review", *Structural Health Monitoring*, pp 1-22.
8. Qin, X. et al. (2020), "Health monitoring sensor placement optimization based on initial sensor layout using improved partheno-genetic algorithm", *Advances in Structural Engineering*, pp 1-14.
9. Clough, R. W., and Penzien, J. (1993), "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, New York.
10. Li, D. S. et al. (2007), "The Connection between Effective Independence and Modal Kinetic Energy Methods for Sensor Placement", *Journal of Sound and Vibration*, 304 (4), pp 945-955.
11. KAMMER, D. C. (1991), "Sensor Placement for on-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 14, pp 251-259.
12. Heylen, W. et al. (1998), "Modal Analysis Theory and Testing", Katholieke Universiteit Leuven, Faculty of Engineering, Dept. of Mechanical Engineering, Division of Production Engineering, Machine Design and Automation, Belgium.
13. Larson, C. B. et al. (1994), "A Comparison of Modal Test Planning Techniques: Excitation and Sensor Placement Using the NASA 8 Bay Truss", *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp 205-211.
14. Chung, Y. T., and MOORE, D. (1993), "On-Orbit Sensor Placement and System Identification of Space Station with Limited Instrumentations", *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*, pp 41-46.
15. Penny, J.E.T. et al. (1994), "Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing", *Aiaa Journal*, 32 (2), pp 407-414.
16. Shi, Z.Y. et al. (2000), "Optimum Sensor Placement for Structural Damage Detection", *Journal of Engineering Mechanics*, 126(11), pp 1173-1179.