

# مدل‌سازی عددی جریان‌های لایه‌بندی شده غیرهمسان با استفاده از مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز

محمد رضا امیری<sup>۱</sup>، کورش حجازی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ rezaamiri95@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ HejaziK@kntu.ac.ir

## چکیده

تقریباً تمامی جریان‌های محیط زیستی مانند جریان‌هایی که در دریاچه‌ها، مخازن، مصب رودها و اتمسفر رخ می‌دهند آشفته و در اغلب موارد لایه‌بندی شده هستند. در جریان‌های لایه‌بندی شده به دلیل حضور نیروهای شناوری، تنش‌های ناشی از آشفتگی ناهمسان می‌باشند. دقت شبیه‌سازی عددی این گونه جریان‌ها به نحوی اعمال ناهمسانی تنش‌ها در مدل آشفتگی به کار گرفته شده بستگی دارد. مدل هیدرودینامیک مورد استفاده برای حل معادلات ناویر-استوکس، مدل دو بعدی قائم WISE می‌باشد. در این مقاله برای مدل‌سازی آشفتگی از یک مدل صریح جبری تنش رینولدز به همراه یک مدل صریح جبری شار اسکالر استفاده شده است. به منظور صحت سنجی مدل جبری تنش رینولدز آزمایش‌های انسداد-تبادل در جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال شبیه‌سازی شده و نتایج مربوط به گسترش، موقعیت پیشانی و سرعت جریان حاصل از مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز با نتایج اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  با جملات شناوری مورد مقایسه و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. بررسی‌های انجام گرفته در حالت کلی نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب مدل جبری تنش رینولدز و برتری نسبی آن در مقایسه با مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  می‌باشد.

## اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۵

تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۳۱

کلمات کلیدی:

مدل‌سازی آشفتگی

مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز

جریان لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال

نیروهای شناوری

تنش‌های ناهمسان

## Numerical Modelling of Non-isotropic Stratified Flows Using an Explicit Algebraic Reynolds Stress Turbulence Model (EARSM)

Mohammad-Reza Amiri<sup>1</sup>, Kourosh Hejazi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M Sc. Student, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

## ARTICLE INFO

### Article History:

Received: 16 Feb. 2014

Accepted: 14 Apr. 2015

Available online: 22 Sep. 2015

### Keywords:

Turbulence Modelling  
Explicit Algebraic Reynolds Stress Model  
Saline and Dense Stratified Flows  
Buoyancy Forces  
Non-isotropic Stresses

## ABSTRACT

Flows of natural hydro-environments are usually turbulent and mostly stratified, like the flows in lakes, reservoirs, estuaries and atmosphere to name a few. In stratified flows due to the buoyancy forces, the turbulent stresses are usually non-isotropic. Therefore the accuracy of the numerical simulations for such flows is highly dependent on the turbulence model and the implementation of non-isotropic stresses. The hydrodynamic model deployed herein is the 2DV WISE (Width Integrated Stratified Environments) numerical model. In this paper an explicit algebraic Reynolds stress model together with an explicit algebraic scalar flux model have been developed and implemented in the original hydrodynamic model. To validate the EARSM turbulence model, lock release tests have been simulated for saline and dense stratified flows. The predicted values of the evolution and the front head position of the stratified flow, and the velocity profiles simulated by EARSM model have been compared against the measured values reported in the literature and the predicted results of the buoyant  $k-\epsilon$  model originally included in the hydrodynamic model. The comparisons indicated good performance of the EARSM turbulence model and showed its superiority compared to the  $k-\epsilon$  turbulence model in these regions.

## ۱- مقدمه

حتی در اعداد رینولدز بالا را تابعی از عدد ریچاردسون ( $Ri$ ) که نشان‌دهنده میزان لایه‌بندی می‌باشد، فرض کردند. آن‌ها نتیجه‌گیری کردند که میزان ورود سیال پیرامون در اعداد ریچاردسون بیشتر از  $0.8$  قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. سال‌ها پس از مطالعات آن‌ها، فرناندز و ایمبرگر [۲] از مشاهدات میدانی خود اعلام کردند که ورود جریان در اعداد ریچاردسون خیلی بالاتر هم اتفاق می‌افتد. همچنین آن‌ها به این نتیجه رسیدند که تداخل آشفته با افزایش لایه‌بندی پایدار کاهش می‌یابد. پیشرفت در تکنولوژی‌های اندازه‌گیری تأثیر چشمگیری در مطالعه‌ی آزمایشگاهی جریان‌های چگال گذاشت. برای مثال، اندازه‌گیری مکانی سرعت میانگین در یک نقطه در جریان ثقلی بوسیله‌ی دستگاه میکروپروپلر<sup>۱</sup> توسط پارکر و همکاران [۳] و گارسیا [۴] انجام گرفت و یا اندازه‌گیری مکانی چگالی اضافه توسط لی و یو [۵]، چوکس و همکاران [۶] و مک کفری و همکاران [۷] انجام گرفت.

مطالعات آزمایشگاهی محدودیت‌های خاص خود از جمله فراهم کردن مقیاس مناسب شبیه‌سازی جریان را دارند. اما، مدل‌های عددی محدودیت مقیاس را نداشته و به عنوان یک ابزار کامل کننده در کنار روش‌های آزمایشگاهی در مطالعه جریان‌های چگال به کار رفته‌اند. هولت و همکاران [۸] شبیه‌سازی عددی مستقیم را در مورد گسترش یک جریان برشی پایدار همکن انجام دادند. هدف اصلی مطالعات آن‌ها، درک تأثیر عدد ریچاردسون، عدد پرانتل<sup>۲</sup> و انرژی پتانسیل اولیه بر وضعیت جریان بوده است. بر اساس بررسی‌های آن‌ها، در یک عدد ریچاردسون بحرانی، رژیم اختلاط تغییر کرده و مقدار ناهمسانی نوسان‌های آشفته به حداقل می‌رسد. کیو و همکاران [۹] یک مدل LES<sup>۳</sup> را برای ارزیابی اختلاط آشفته در یک جریان لایه‌بندی شده پایدار با تغییر درجه حرارت به کار برندند. شدت آشفتگی و انرژی جنبشی آشفته با در نظر گرفتن مقدار برش متوسط و تغییرات لایه‌بندی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که شدت آشفتگی در راستای جریان بسیار بیشتر از شدت‌های راستای قائم بوده و نوسان‌های قائم در حضور لایه‌بندی، با سرعت بیشتری کاهش می‌یابند. حسین و رودی [۱۰] از یک مدل آشفتگی تنش جبری ضمنی جهت مطالعه یک جت پایدار لایه‌بندی شده استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که مدلشان به خوبی کاهش میزان جریان ورودی و تضعیف آشفتگی در اثر لایه‌بندی پایدار را پیش‌بینی می‌کنند. از دیگر تحقیقات انجام شده با مدل آشفتگی تنش جبری، شبیه‌سازی‌های عددی زولین و همکاران [۱۱] و سو و همکاران [۱۲] بر روی جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی حرارتی را می‌توان نام برد.

با بررسی تحقیقات انجام شده در مورد جریان‌های لایه‌بندی شده می‌توان نتیجه گرفت که در اکثر آن‌ها توجه کافی به بحث

در هیدرولیک مانند سایر حوزه‌های مکانیک سیالات، جریاناتی که در حوزه‌ی کاربردی مشاهده می‌شوند تقریباً همگی آشفته هستند. این بدان معنی است که حرکت سیال بطور تصادفی، غیر دائمی و سه‌بعدی است. با توجه به پیچیدگی‌های حاکم بر پدیده‌ی آشفتگی توجه به بخش‌های ناشناخته‌ی آن ضروری به نظر می‌رسد. از جمله‌ی این بخش‌ها ناهمسانی موجود در جریان آشفته است که علیرغم تحقیقات گسترده‌ی انجام شده همچنان تحقیقات بر روی ابعاد ناشناخته آن ادامه دارد. به‌ویژه در هیدرولیک توجه کمتری به این موضوع انجام گرفته است. از جمله پدیده‌هایی که سبب ایجاد ناهمسانی در تنش‌ها می‌شود، جریان‌های لایه‌بندی شده می‌باشند. جریان‌های لایه‌بندی شده در فرآیندهای طبیعی و کاربردهای عملی مهندسی، که در آن‌ها توزیع غیر یکنواخت دما، ماده‌ی محلول (به عنوان مثال شوری)، و یا ذرات معلق (به عنوان مثال رسوب) وجود داشته باشد، رخ می‌دهند. غیر یکنواختی این کمیت‌های فیزیکی منجر به تغییر در چگالی موثر سیال می‌شود. مطالعات جریان‌های لایه‌بندی شده، بطور خاص، در مصب‌ها و نواحی ساحلی، که در آن‌ها لایه‌بندی شدن چگالی به دلیل فرآیندهای مختلف طبیعی و مصنوعی رخ می‌دهد، با اهمیت است. مدل‌سازی جریان‌های لایه‌بندی شده با توجه به کاربرد ویژه‌ی آن‌ها در صنعت، طبیعت و محیط زیست و تأثیر شگرف بر طراحی‌های محیط زیستی و پیش‌بینی میدان‌های جریان و آلودگی شایان توجه است. در مخازن سدها و دریاچه‌ها، این نوع جریان اهمیت ویژه‌ای در بهره‌برداری، مدیریت و نگهداری سیستم‌های مهندسی دارد. با توجه به اهمیت کیفیت آب از نظر شرب، و نیز برای مصارف صنعتی و کشاورزی، پدیده‌ی جریان‌های لایه‌بندی شده به همراه پخش حرارت و آشفتگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اکثر آب‌های ساحلی در اثر گرادیان‌های قائم چگالی به طور کلی لایه‌بندی شده هستند، که در بسیاری از طرح‌های مهندسی پیش‌بینی چنین گرادیان‌هایی برای تعیین ساختار جریان‌های ساحلی لازم و ضروری است.

مطالعات زیادی بر روی جریان‌های ثقلی لایه‌بندی شده در علم هیدرولیک انجام گرفته است. مطالعات آزمایشگاهی بطور عمده از شوری، ذرات ریزدانه رسوب و یا حرارت جهت ایجاد تغییرات چگالی استفاده کرده‌اند. اغلب این تحقیقات در جهت مطالعه‌ی فیزیک خود پدیده مانند چگونگی حرکت و تکامل جریان ثقلی، چگونگی پروفیل سرعت، اثر تغییرات چگالی بر روی نحوه گسترش و حرکت موقعیت پیشانی جریان و یا اثر لایه‌بندی بر میزان ورود آشفته‌ی سیال پیرامون<sup>۱</sup> به داخل جریان ثقلی بوده‌اند. از نخستین مطالعات آزمایشگاهی می‌توان به تحقیقات الیسون و ترنر [۱] اشاره کرد. این دو ورود سیال پیرامون به جریان ثقلی

محدود صورت می‌گیرد که با استفاده از سیستم شبکه‌ی لغزنه، انعطاف‌پذیری لازم را برای محیط‌های با هندسه‌ی پیچیده، به ویژه در نزدیکی جداره و سطح آزاد آب، جایی که تغییرات سریع تراز کف و سطح آزاد آب تأثیر مهمی بر پیش‌بینی میدان جریان دارد، ایجاد می‌کند. معادلات حاکم بر جریان تراکم ناپذیر در صفحه‌ی دو بعدی قائم، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انتقال اسکالار هستند. برای مدل‌سازی آشفتگی و برای بهینه‌سازی دقت و حجم محاسبات، مدل آشفتگی دو معادله‌ی  $\epsilon - k$  با جملات شناوری ارائه شده توسط رودی [۱۴] در مدل عددی مزبور به کار گرفته شده و برای شرایط مرزی دیواره نیز از توابع جداره استفاده شده است. این مدل قابلیت شبیه‌سازی میدان‌های جریان لایه‌بندی شده، غیرهمگن و با چگالی متغیر را دارد.

مدل  $\epsilon - k$  با جملات شناوری بر اساس مفهوم لزجت و پخشیدگی گردابه‌ای بوسینسک استوار است که در آن از لزجت و پخشیدگی همسان برای مرتبط کردن تنش‌ها و شارهای رینولدز با میدان متوسط سرعت استفاده می‌شود [۱۴]:

$$-\overline{u'_i u'_j} = v_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

$$-\overline{u'_i c'} = \Gamma \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (2)$$

در معادلات فوق  $u_i$  و  $u'_i$  به ترتیب مقادیر متوسط و نوسانی سرعت در جهت  $x_i$  و  $c'$  مقادیر متوسط و نوسانی کمیت اسکالار،  $v_t$  لزجت گردابه‌ای،  $\Gamma$  ضریب پخشیدگی آشفته،  $k$  انرژی جنبشی آشفته،  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر (ماتریس واحد) و  $\sigma_t$  عدد اشمت است که لزجت گردابه‌ای را به ضریب پخشیدگی آشفته مربوط کرده و نشان‌دهنده‌ی میزان اختلاط آشفته است. برای توصیف گسترش آشفتگی، دو معادله‌ی انتقال برای انرژی جنبشی آشفته  $k$  و نرخ اضمحلال آن  $\epsilon$  بصورت زیر نوشته می‌شوند [۱۴]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P + G - \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] - c_2 \frac{\epsilon^2}{k} + c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (P + G) (1 + c_{3\epsilon} R_f) \quad (4)$$

که در آن‌ها  $P$  تولید  $k$  توسط اندرکنش تنش‌های رینولدز و گرادیان سرعت متوسط و  $G$  تولید آشفتگی توسط غوطه‌وری است.

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

مدل‌سازی آشفتگی و علی‌الخصوص ناهمسانی تنش‌های رینولدز نشده است. بدیهی است که ناهمسانی ناشی از لایه‌بندی در تنش‌ها، بر روی گسترش جریان و خصوصیاتی مانند توزیع سرعت و ناپایداری‌های برشی اثرگذار بوده و شبیه‌سازی دقیق جریان بدون درنظر گرفتن آن‌ها، امکان‌پذیر نخواهد بود. از این رو اهمیت استفاده از مدل‌های غیرخطی که محدودیت فرضیات بوسینسک و همسانی تنش‌ها را مرتفع می‌کنند، بیش از پیش احساس می‌شود. اگرچه مدل‌های تنش رینولدز یا RSM کامل‌ترین مدل‌های آشفتگی هستند با این وجود دشواری و زمان بر بودن محاسبات کاربرد این مدل‌ها را در مسائل مهندسی متعارف محدود می‌کند. در این بین مدل‌های جبری تنش رینولدز یا ARSM به عنوان جایگزینی برای مدل‌های RSM مطرح شده‌اند. این مدل‌ها در سطحی بین مدل‌های RSM و مدل‌های خطی (مانند مدل  $\epsilon - k$  دارای جملات شناوری، بکار گرفته شده در مدل هیدرودینامیک WISE) قرار داشته و با معرفی شکل چند جمله‌ای عمومی‌تری به جای فرضیات بوسینسک امکان پیش‌بینی جریان‌های پیچیده را فراهم آورده و حوزه‌ی گسترده‌ای را برای تحقیق ایجاد کرده‌اند.

اهدافی که در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته‌اند عبارتند از: ۱- عملکرد مدل هیدرودینامیک موجود برای شبیه‌سازی جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال؛ ۲- توسعه‌ی مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز با مدل آشفتگی  $\epsilon - k$  با جملات غوطه‌وری. در اینجا منظور از جریان‌های چگال، جریان‌هایی هستند که اختلاف چگالی جریان ثقلی و سیال پیرامون، زیاد و به مقدار تقریباً بیشتر از  $30 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. ۳- مطالعه‌ی حوزه‌ی کفایت صحت مدل  $\epsilon - k$  با جملات شناوری و محدوده‌ی لازم برای مدل‌سازی ناهمسانی تنش‌های آشفتگی برای جریان‌های ثقلی.

## ۲- معرفی مدل هیدرودینامیک WISE

در تحقیق حاضر برای حل معادلات جریان و انتقال از مدل هیدرودینامیک دو بعدی قائم WISE که توسط حجازی [۱۳] توسعه داده شده، استفاده گردیده است. این مدل از سیستم اختیاری لاغرانژی- اویلری <sup>۵</sup> (ALE) بر مبنای حل معادلات میانگین‌گیری شده در عرض وابسته به زمان ناویر- استوکس بهره می‌گیرد. در این مدل شبکه‌بندی لغزنه‌ی <sup>۶</sup> منحنی‌خط <sup>۷</sup> غیر متعامد و با ساختار <sup>۸</sup> برای محدوده محاسباتی به کار گرفته می‌شود. گسسته‌سازی معادلات جابجایی و جریان، بر مبنای روش حجم

گرادیان های متغیرهای وابسته در معادلات انتقال تنها در نرخ تغییرات، انتقال و انتشار، ظاهر می شوند. بنابراین وقتی این گرادیان ها با تقریب های مدل حذف شوند، معادلات دیفرانسیل می توانند به عبارات جبری تبدیل شوند. در مدل های جبری از جملات انتقال و پخشیدگی، صرف نظر می شود و تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر تعریف می گردد:

$$\mathbf{b} = b_{ij} = \{\tau_{ij} - (2/3)k\delta_{ij}\}/2k \quad (12)$$

برای بدست آوردن مدل های جبری تنش رینولدز استفاده از شرط تعادل ضعیف رودی [۱۶] ضروری است. از این شرط برای بدست آوردن معادله ای ضمنی از معادله ای انتقال تنش رینولدز استفاده می شود.

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} - \frac{\tau_{ij}}{k} \frac{Dk}{Dt} = 0, \quad D_{ij} - \frac{\tau_{ij}}{k} D = 0 \quad (13)$$

با استفاده از رابطه دیفرانسیلی:

$$\frac{Db_{ij}}{Dt} = \frac{1}{2k} \left( \frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{Dk}{Dt} \right), \quad \tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (14)$$

به دلیل حجم زیاد روابط و گام های ریاضی، تنها گام های ضروری در بدست آوردن معادله ضمنی و سپس صریح شرح داده می شود. جزئیات بیشتر در سو و همکاران [۱۵] آمده است.

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \overline{u'_j u'_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right), \quad P = \frac{P_{ii}}{2} \quad (15)$$

$$G_{ij} = -\beta g_i \overline{u'_j \theta} - \beta g_j \overline{u'_i \theta}, \quad G = \frac{G_{ii}}{2} \quad (16)$$

شار کمیت اسکالر،  $\overline{u'_i \theta}$  شار کمیت اسکالر،  $\rho$  چگالی مرجع،  $\theta$  مقدار نوسانی و  $\Theta$  مقدار متوسط کمیت اسکالر می باشند. با استفاده از معادلات (۱۱)، (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و با استناد به شرط تعادل ضعیف و همچنین عبارات در نظر گرفته شده برای  $\Pi_{ij}$  توسط اسپیژیال و همکاران<sup>۱۲</sup> و  $\epsilon_{ij}$  توسط سو و همکاران معادله جبری ضمنی به شکل معادله (۱۷) بدست می آید [۱۵]:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{g} \mathbf{b} - a_3 (\mathbf{b} \mathbf{S}^* + \mathbf{S}^* \mathbf{b} - \frac{2}{3} \{\mathbf{b} \mathbf{S}^*\} \mathbf{I}) \\ & + a_2 (\mathbf{b} \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{b}) = a_1 \mathbf{S}^* + a_6 \left( \frac{G}{2} \right) \left( \frac{\mathbf{f}}{\epsilon} + \mathbf{N} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

تانسور نرخ کرنش،  $\mathbf{W}$  تانسور نرخ دوران،  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد و  $a_i$  ها ضرایب تعیین شده توسط سو و همکاران می باشند.

$$\mathbf{S} = S_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{S}^* = \lambda \mathbf{S} \quad (18)$$

در مدل WISE از روش پروجکشن<sup>۹</sup>، ارائه شده توسط چورین<sup>۱۰</sup> و تمام<sup>۱۱</sup> برای حل معادلات استفاده شده است [۱۳]. روند کلی به دو گام جزئی اصلی تقسیم می شود: گام نخست که شامل حل جملات انتقال و پخش می باشد، با استفاده از مقدار معلوم  $V^n$  متشکل از یافتن سرعت موقت  $V^*$  است. گام جزئی اول برای جداسازی عبارات انتقال و پخش، خود به دو زیر گام جزئی تقسیم می شود. این امر امکان استفاده از مناسب ترین روش ها برای هر کدام از عبارات انتقال و پخش را فراهم می کند.

$$\frac{V^{nA} - V^n}{\delta t} + \operatorname{div}(V \times V)^n - w_g^n \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^n = 0 \quad (6)$$

$$\frac{V^* - V^{nA}}{\delta t} = \operatorname{div}[v_T^n \cdot \operatorname{grad}((1 - \theta_D)V^{nA} + \theta_D V^*)] \quad (7)$$

در دو معادله فوق که بطور متوالی حل می شوند  $V^{nA}$ ، سرعت Advection پس از محاسبه ی جمله ای انتقال می باشد. معروف  $A$  است و حضور آن در معادلات نشان می دهد که این مقدار، مربوط به بازه زمانی ای است که فرآیند انتقال در آن کامل می شود. در گام دوم، با گرفتن دیورژانس از معادله ۸ و با استفاده از شرط پیوستگی (معادله ۹)، معادله پواسون (معادله ۱۰) بدست می آید:

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\delta t} + \nabla \mathcal{P}^{n+1} = 0 \quad (8)$$

$$\operatorname{div} V^{n+1} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \mathcal{P}^{n+1} = \frac{\operatorname{div} V^*}{\delta t} \quad (10)$$

حل معادله پواسون منجر به یک ماتریس بلوکی سه قطری می شود. این ماتریس با یک روش مستقیم حل شده و با بدست آوردن مقادیر فشار ( $\mathcal{P}$ )، سرعت ها از رابطه ۸ محاسبه می شوند. جزئیات مربوط به روند حل محاسبات در حجازی [۱۳] آمده است.

### ۳- مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز

در این پژوهش از مدل صریح جبری تنش رینولدز و مدل صریح جبری شار اسکالر دوبعدی سو و همکاران [۱۵] استفاده شده است.

#### ۳-۱- معادله ای صریح جبری تنش رینولدز

معادله ای انتقالی تنش رینولدز به شکل زیر می باشد:

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \epsilon_{ij} + G_{ij} \quad (11)$$

که در آن  $P_{ij}$  تولید توسط جریان متوسط،  $\Pi_{ij}$  نرخ فشار-کرنش،  $D_{ij}$  پخشیدگی،  $\epsilon_{ij}$  اضمحلال لزج،  $G_{ij}$  تولید توسط نیروهای حجمی مانند نیروی شناوری، و  $\tau_{ij}$  تنش رینولدز می باشند.

تابعی از  $\mathbf{f}$ ,  $G$ ,  $P/\varepsilon$  و  $\lambda$  که در  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  ظاهر می‌شوند، می‌باشد. با تعیین مقدار شار کمیت اسکالر،  $\mathbf{f}$  و  $G$  محاسبه می‌شوند. با استفاده از معادلات انتقالی  $k$  و  $\varepsilon$  در مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری  $\lambda$  نیز محاسبه می‌گردد. تنها کمیت مجھول،  $P/\varepsilon$  است که از طریق یک معادله درجه ۳ تعیین می‌شود [۱۲].

$$\alpha'^2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^3 + A_1 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^2 + A_2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right) + A_3 = 0 \quad (25)$$

ضرایب  $A_i$  در سو و همکاران [۱۲] آمده است که تابعی از  $\varepsilon$  و  $G$  و  $\overline{u'_i \theta}$  می‌باشند و این موضوع بیانگر وابستگی شدید معادلات شار کمیت اسکالر و تنش رینولدز است.

### ۲-۳ معادله صریح جبری شار کمیت اسکالر

معادله انتقالی شار کمیت اسکالر بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D\overline{u'_i \theta}}{Dt} = D_{\theta i} + P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i} \quad (26)$$

که در آن  $D_{\theta i}$ , پخشیدگی ملکولی و آشفته  $P_{\theta i}$ , تولید شار اسکالار توسط کرنش،  $\phi_{\theta i}$ , همبستگی فشار- گرادیان کمیت اسکالار و اضمحلال  $\overline{u'_i \theta}$  و  $G_{\theta i}$ , تولید توسط غوطه‌وری می‌باشند. شار کمیت اسکالار بصورت زیر می‌بعد می‌شود:

$$\vec{\zeta}_i = \zeta_i = \overline{u'_i \theta} / \sqrt{k k_\theta} \quad (27)$$

از جملات انتقال و پخشیدگی صرف‌نظر می‌شود و در نتیجه مشتق کلی  $\vec{\zeta}_i$  در معادله (۲۷) بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d\zeta_i}{dt} = \frac{1}{\sqrt{k k_\theta}} [P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i}] - \frac{\zeta_i \varepsilon_\theta}{2 k_\theta} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} \right) + \left( \frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

که در آن  $k_\theta$  و  $\varepsilon_\theta$  از حل معادلات انتقالی ارائه شده توسط سو و اسپیچال [۱۸] بدست می‌آیند. همچنین  $P_\theta$  تولید آشفتگی متغیر  $R$  و نیز مقیاس زمانی اسکالار به مقیاس زمانی دینامیکی می‌باشند [۱۵].

با استفاده از فرض تعادل، سمت چپ معادله (۲۸) برابر صفر می‌باشد و معادله جبری ضمنی بدست می‌آید:

$$-\frac{1}{a_\theta} \zeta_i - R C_s S_{ij}^* \zeta_j - R C_\Omega W_{ij}^* \zeta_j = \frac{2}{3} R C_b \theta_i^* + 2 R C_b b_{ij} \theta_j^* + 2 R C_g \bar{g}_i \quad (29)$$

$\frac{1}{a_\theta} \zeta_i - R C_s S_{ij}^* \zeta_j - R C_\Omega W_{ij}^* \zeta_j$  ثابت‌های معادله (۲۹) می‌باشند.  $\theta_i^*$ ,  $C_b$ ,  $C_\Omega$ ,  $C_s$  و  $\bar{g}_i^*$  نیز بصورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\mathbf{W} = W_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{W}^* = \lambda \mathbf{W} \quad (19)$$

$$\lambda = k / \varepsilon, \quad \frac{1}{g} = \alpha' \left( \frac{P}{\varepsilon} \right) + \beta' + \left( \frac{G}{\varepsilon} \right) \quad (20)$$

$$\mathbf{f} = f_{ij} = (G_{ij} - \delta_{ij}^{(2d)} G) / G, \quad \mathbf{N} = N_{ij} = \delta_{ij}^{(2d)} / 2 - \delta_{ij} / 3 \quad (21)$$

$\alpha'$  و  $\beta'$  ثابت‌های معادله (۲۰) می‌باشند. همچنین، { }، بیانگر اثر  $\lambda$  (مجموع مؤلفه‌های قطر اصلی) یک تansور می‌باشد. به عنوان مثال  $\mathbf{b}$ ، بیانگر اثر تansور  $\mathbf{b}$  می‌باشد.

با اعمال مدل جبری ضمنی به جریان‌های دو یا سه بعدی ممکن است خطاهای عددی رخ دهد که دلیل آن فقدان جملات اضمحلالی در این معادلات جبری است. بخاطر وجود چنین مشکلاتی در حل عددی بیشتر تلاش‌ها به توسعه‌ی مدل‌های صریح Pope (1975) یک رابطه‌ی عمومی برای تansور ناهمسانی تنش رینولدز با استفاده از ده پایه تansور بر اساس  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  برای جریان‌های سه بعدی در نظر گرفته شده است.

$$\mathbf{b} = \sum_{n=1}^{10} Q_n \mathbf{T}^{(n)} \quad (22)$$

برای معرفی تansور ناهمسانی تنش رینولدز در جریان‌های دو بعدی از ۵ تansور پایه‌ی متقارن و بی‌اثر استفاده شده است. تansورهای چهارم و پنجم صرفاً به منظور در نظر گرفتن اثر متقابل تنش و شارهای رینولدز در نظر گرفته شده است [۱۵].

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{(1)} &= \mathbf{S}^*, \quad \mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{S}^* \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{S}^*, \\ \mathbf{T}^{(3)} &= \mathbf{S}^{*2} - \frac{1}{3} \{ \mathbf{S}^{*2} \} \mathbf{I}, \\ \mathbf{T}^{(4)} &= \mathbf{f}, \quad \mathbf{T}^{(5)} = \mathbf{f} \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{f} \end{aligned} \quad (23)$$

با قرار دادن معادله (۲۲) در معادله (۲۲) و انجام چندین مرحله محاسبات ریاضی، در نهایت معادله صریح جبری تنش رینولدز به شکل زیر بدست آمده است:

$$Q_1 = \frac{3g}{D_1} \left[ a_1 - \frac{2}{3} a_3^2 g (\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g) Q_4 - \frac{2}{3} \frac{a_3 D_2}{D_1} Q_4 \right] \quad (1-24)$$

$$Q_2 = a_2 g Q_1$$

$$Q_3 = -2 a_3 g \left[ Q_1 + \left( \frac{\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g}{\eta_1} \right) Q_4 \right] - \frac{2 D_2}{D_1 \eta_1} Q_4 \quad (2-24)$$

$$Q_4 = \frac{a_6 g D_1}{2 D_2} \left( \frac{G}{\varepsilon} \right)$$

$$Q_5 = a_2 g Q_4$$

$$\eta_1 = \{ \mathbf{S}^{*2} \}, \quad \eta_2 = \{ \mathbf{W}^{*2} \}, \quad \eta_8 = \{ \mathbf{f} \mathbf{S}^* \}, \quad \eta_{14} = \{ \mathbf{W}^* \mathbf{S}^* \mathbf{f} \} \quad (3-24)$$

$$D_1 = -3 \left[ 1 - 2 a_2^2 \eta_2 g^2 - \left( \frac{2}{3} \right) a_3^2 \eta_1 g^2 \right]$$

$$D_2 = -D_1 (1 - 2 a_2^2 \eta_2 g^2) \quad (4-24)$$

$$(1 - 2C_{5\theta})^2(r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^3 + \\ B_1 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^2 + B_2 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right) + B_3 = 0 \quad (34)$$

$$(r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^3 + \\ E_1 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^2 + E_2 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right) + E_3 = 0 \quad (35)$$

### ۳-۳ کوپل شدگی معادلات صریح تنش رینولدز و شار اسکالر

معادلات  $\vec{\zeta}$ ,  $\vec{\theta}^*$ ,  $P_\theta/\varepsilon_\theta$ ,  $G/\varepsilon$ ,  $P/\varepsilon$ ,  $\vec{b}$  به یکدیگر وابسته بوده و باشد با تکنیک درونیابی حل شوند. اگرچه معادلات  $G/\varepsilon$ ,  $P/\varepsilon$ ,  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  با معادلات دیگر کوپل می باشند، ریشه های این معادلات بصورت مستقیم قابل محاسبه بوده و در نتیجه حل این معادلات بصورت درونیابی در کنار معادلات تنش و شار اسکالر مشکلی بوجود نمی آورد. نکته مهم اینست که تنها، ریشه فیزیکی معادلات درجه ۳، ریشه قابل قبول بوده و قابلیت ارضاء نمودن هر ۵ معادله را بصورت همزمان دارد [۱۵]. در حالتی که معادلات دارای دو ریشه موهومی و یک ریشه حقیقی می باشند، ریشه حقیقی ریشه مورد نظر است. در حالتی که سه ریشه حقیقی وجود دارد که دو ریشه برابر و ریشه دیگر متفاوت می باشد و یا در حالتی که تمامی ریشه ها حقیقی و متفاوت هستند، کوچکترین ریشه بدون در نظر گرفتن مثبت و یا منفی بودن ریشه، ریشه مورد نظر می باشد [۱۶].

### ۴- گسسته سازی و حل معادلات

مؤلفه های تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر خواهند بود :

$$b_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & -b_{11} - b_{33} & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \quad (36)$$

این تانسور دارای چهار مؤلفه غیر صفر  $b_{11}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{31}$  و  $b_{33}$  است که به دلیل متقاضی بودن تانسور، دو مؤلفه آن با هم برابر هستند ( $b_{31} = b_{13}$ ). مؤلفه های مختلف تانسور تنش رینولدز بر حسب ناهمسانی تنش بصورت زیر هستند :

$$\overline{u'u'} = k \left( 2b_{11} + \frac{2}{3} \right) \quad (37)$$

$$\overline{u'w'} = 2k(b_{13}) = 2k(b_{31}) \quad (38)$$

$$\overline{w'w'} = k \left( 2b_{33} + \frac{2}{3} \right) \quad (39)$$

مؤلفه های شار اسکالر نیز عبارتند از :

$$\vec{\theta}^* = \theta_i^* = \lambda \theta_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k/k_\theta} (\partial \theta / \partial x_i), \\ \vec{g}^* = \bar{g}_i^* = \lambda \bar{g}_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k_\theta/k} \beta g_i \quad (30)$$

$$\frac{1}{a_\theta} = \frac{1}{2} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} + 2C_{1\theta} \right) + (1 - 2C_{5\theta}) \frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta} - 1 \right] \quad (31)$$

ها ثابت های مدل می باشند. به منظور رسیدن به یک معادله صریح برای شار اسکالر در جریان های دوبعدی، دو بردار پایه مستقل  $C_{i\theta}$  و  $\vec{\theta}^*$  (براي  $\vec{\zeta}$  در نظر گرفته شده است) :

$$\vec{\zeta} = \alpha_1 \mathbf{I} \cdot \vec{\theta}^* + \alpha_2 \mathbf{b} \cdot \vec{\theta}^* \quad (32)$$

با جایگذاری معادله ۳۲ در معادله ۲۹ و انجام عملیات ریاضی، در نهایت معادله ای صریح برای شار اسکالر بصورت زیر بدست آمده است که در آن  $r_i$  و  $\sigma_i$  نام تغییرها می باشند [۱۵].

$\alpha_1$

$$= - \frac{\frac{2}{3} RC_b r_1 + 2RC_b r_3 + 2RC_g \sigma_1}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} \\ - \frac{\frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} \alpha_2, \quad (33)$$

$\alpha_2$

$$= \frac{1}{D_3} \left[ \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 - RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_1 \right. \right. \\ \left. \left. + 2RC_b r_3 + 2RC_g \sigma_1 \right) \right. \quad (33)$$

$$\left. - \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_3 + 2RC_b r_6 \right. \right. \\ \left. \left. + 2RC_g \sigma_2 \right) \right], \\ D_3 = \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{r_6}{a_\theta} + RC_s r_7 \right) \\ - \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 \right. \\ \left. - RC_\Omega r_5 \right)$$

با استفاده از معادلات ۳۲ و ۳۳،  $\vec{\zeta}$  محاسبه می شود، اما معادلات ارائه شده به طور کامل صریح نیستند، زیرا  $G/\varepsilon$ ,  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $\vec{b}$  موجود در  $a_\theta$ ، تابعی از  $\vec{\zeta}$  می باشند.  $\vec{\zeta}$  نیز تابعی از  $\mathbf{b}$  می باشد که این موضوع نشان دهنده کوپل شدگی شدید معادلات تنش و شار رینولدز می باشد. برای محاسبه  $G/\varepsilon$ ,  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $E_i$  بدهست آمده است [۱۵].

شده است. فلوم تا عمق ۱۰۰ میلیمتر با آب پر شده ( $H_0$ ) و دریچه‌ای در فاصله ۲۰۰ میلیمتری از بالادست ( $x_0$ ) نصب شده است. برای ایجاد اختلاف چگالی، به بخش بالادست دریچه به میزان کافی نمک اضافه شده تا اختلاف چگالی آب و محلول آب نمک به  $\Delta\rho = 10 \text{ kg/m}^3$  برسد ( $\rho_a = ۹۹۹.۵ \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_d = ۱۰۰۹.۵ \text{ kg/m}^3$ ). برای نشان دادن تمامی مشخصه‌های جریان ثقلی، شبکه‌بندی باید به اندازه‌ی کافی ریز باشد. در صورت درشت بودن شبکه، جواب‌های بدست آمده حساس به اندازه شبکه خواهد بود و از دقت کافی برخوردار نیستند. با ریزتر کردن شبکه، جواب‌ها مستقل از اندازه شبکه شده و در عین حال هزینه‌ی محاسباتی افزایش می‌یابد. در نتیجه یافتن درشت‌ترین شبکه‌ی ممکن که نیازمند کمترین حجم محاسبات بوده و همزمان مستقل از اندازه‌ی شبکه باشد، مورد نیاز است. به همین دلیل یک تحلیل حساسیت با شبیه‌سازی یک جریان ثقلی بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف انجام گرفته است. در این تحلیل حساسیت موقعیت پیشانی جریان و پروفیل سرعت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در تحلیل موقعیت پیشانی جریان، حالات مختلف اندازه‌ی شبکه شامل  $8 \times 75$  ردیف سلول در جهت قائم و  $75$  سلول در جهت افقی،  $10 \times 75$ ،  $10 \times 120$  و  $10 \times 150$  بوده است. زمان آزمایش  $62$  ثانیه و  $\Delta t$  برابر با  $0.04$  ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نشان می‌دهد که برای هر دو مدل آشفتگی نمودارهای مستقل از شبکه‌بندی در حالت  $120$  سلول در جهت افقی و ریزتر از آن حاصل شده است. همچنین مشخص است که حساسیت نسبت به تعداد سلول‌ها، کمتر از حساسیت نسبت به تعداد لایه‌ها می‌باشد. ( $x^* = \frac{x}{x_0}$ ,  $t^* = \frac{t}{t_c}$ ,  $t_c = \frac{x_0}{(g/H_0)^{1/2}}$ ,  $g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_a}$ ).

در شکل ۳ نتایج پروفیل سرعت جریان در فاصله‌ی  $1020$  میلیمتر نسبت به دریچه حاصل از شبیه‌سازی جریان ثقلی مذبور بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. تعداد لایه‌ها  $10$  و  $20$  و اندازه‌ی شبکه در راستای افقی  $0.025$ ،  $0.01$  و  $0.001$  و

$$\overline{u'_i\theta} = \begin{bmatrix} \overline{u'\theta} \\ 0 \\ \overline{w'\theta} \end{bmatrix} \quad (40)$$

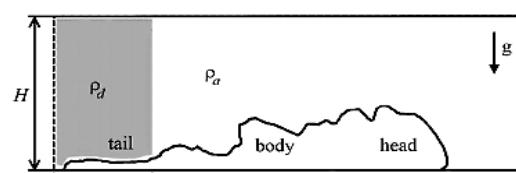
شکل تبدیل یافته‌ی معادلات ناویر- استوکس به ترتیب در دو راستای  $x$  و  $Z$  به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial w}{\partial z} \right) - g \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u\theta}{\partial x} + \frac{\partial w\theta}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'\theta}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'\theta}}{\partial z} \end{aligned} \quad (41)$$

که در این معادلات دو جمله‌ی آخر سمت راست مشتق تنش‌های رینولدز می‌باشند. به منظور مدل‌سازی معادلات فوق جملات اضافه شده گسسته می‌شوند و در حل عددی معادلات اندازه حرکت منظور می‌گردند. بدین منظور، مشتق تنش‌های رینولدز گسسته شده که در هر گام بدست می‌آیند، با روش حجم محدود محاسبه و به صورت جملات چشمی در جملات پخشیدگی معادله‌ی اندازه حرکت منظور می‌گردد.

#### ۵- صحبت‌سنگی مدل آشفتگی، ارائه و تفسیر نتایج

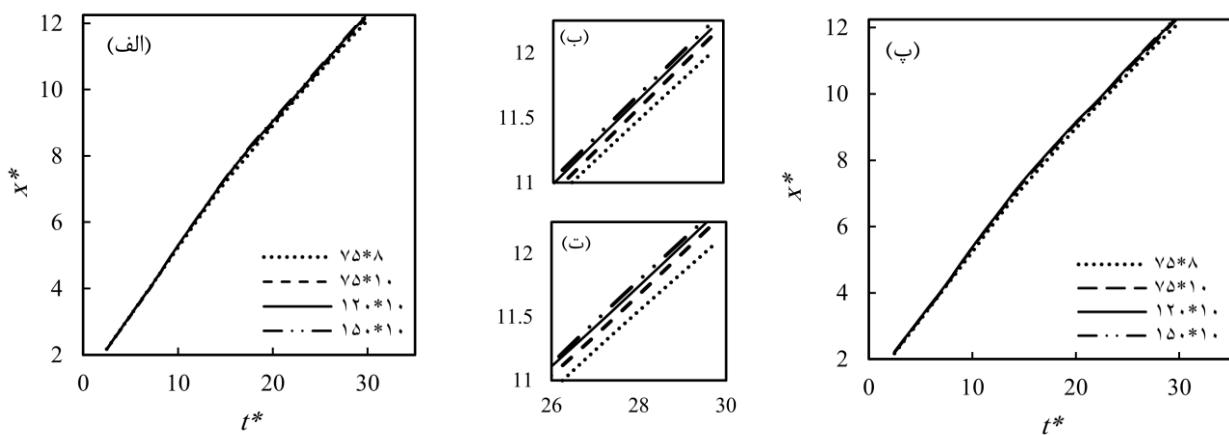
جریان‌های ثقلی در آزمایشگاه معمولاً با برداشتن ناگهانی یک دریچه‌ی عمودی که جدا کننده‌ی دو حجم سیال با چگالی‌های متفاوت است، ایجاد می‌شود (شکل ۱). جریان ایجاد شده در اصطلاح جریان ثقلی انسداد- تبادل <sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود.



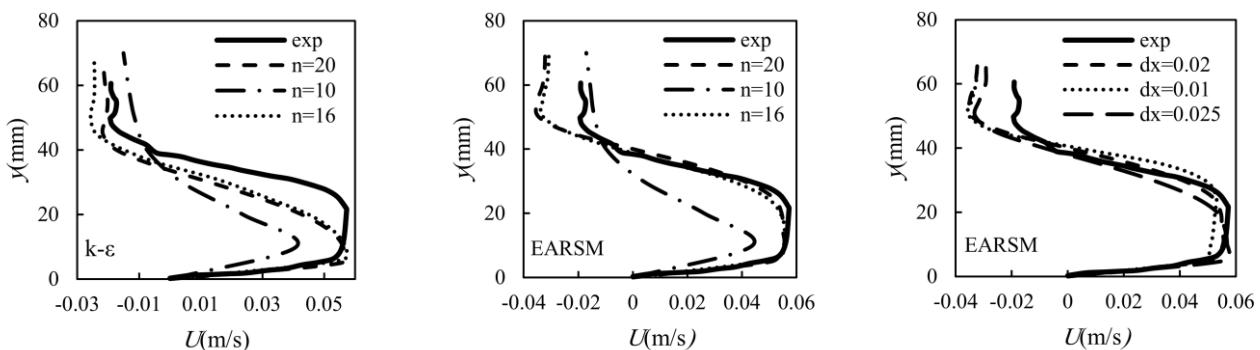
شکل ۱- شماتیک جریان ثقلی انسداد- تبادل

#### ۱-۵ آزمایش ژو و همکاران (۲۰۰۶)

این آزمایش از نوع انسداد- تبادل و بر اساس مطالعات آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] صورت گرفته است. آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی به طول  $۲۵۹۰$ ، عرض  $۲۰۰$  و عمق  $۴۰۰$  میلیمتر انجام



شکل ۲- مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی موقعیت پیشانی جریان ثقلی با استفاده از مدل آشفتگی  $\epsilon - k$  با جملات شناوری و مدل آشفتگی EARSM برای شبکه‌بندی‌های مختلف، (الف) و (ب) مدل آشفتگی  $\epsilon - k$ ، (پ) و (ت) مدل EARSM



شکل ۳- مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی بروفیل سرعت در فاصله ۱۰۲۰ میلیمتر نسبت به دریچه برای شبکه‌بندی‌های مختلف در آزمایش ژو و همکاران [۲۰]

فاصله‌ای معادل ده برابر طول قسمت پشت دریچه، انتقال بین دو فاز صورت می‌گیرد [۲۰]. شکل ۴ موقعیت پیشانی جریان ثقلی را بر حسب زمان برای مدل‌های  $\epsilon - k$ -EARSM و مقادیر آزمایشگاهی، بصورت بی‌بعد نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود هر دو مدل موقعیت پیشانی جریان را در تمام طول آزمایش، کمتر از مقادیر آزمایشگاهی نشان می‌دهند. با این وجود در بخش‌های بیشتری از فاز اسلامپ (فاز نخست) نتایج حاصل از مدل‌های عددی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر بوده و در زمان‌های اولیه تقریباً برابر با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. همچنین انتقال بین دو فاز بخوبی پیش‌بینی شده است. بعلاوه، مدل EARSM در فاز دوم موقعیت پیشانی جریان را کمی بیشتر از مقادیر حاصل از  $\epsilon - k$  با جملات شناوری نشان می‌دهد.

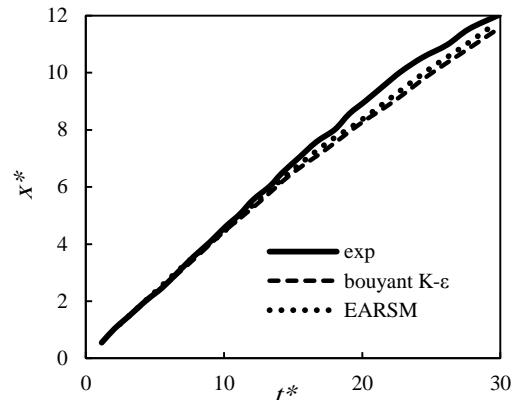
شکل ۵ نمودارهای سرعت افقی حاصل از مدل‌های آشفتگی مورد بحث و نتایج آزمایشگاهی را در فواصل ۱۰۸۰ تا ۱۰۲۰ میلیمتر نسبت به دریچه و در زمان  $t = 24.85$  نشان می‌دهد. با بررسی این نمودارها می‌توان دریافت که سرعت افقی حداقل  $U_{max}$  در ارتفاعی بین  $y \approx 9\text{ mm}$  و  $y \approx 20\text{ mm}$  رخ می‌دهد، که در آن  $y$

۰/۱۰۲ متر در نظر گرفته شده است.  $n$  تعداد لایه‌های جریان در راستای  $Z$  می‌باشد و مشخص است که با افزایش تعداد لایه‌ها اختلاف نتایج شبیه‌سازی با یکدیگر بسیار کم می‌شود و همانطور که دیده می‌شود، بروفیل سرعت با ۱۶ لایه نسبت به ۲۰ لایه، در بخش‌های بیشتری از نمودار، با نتایج آزمایشگاهی مطابقت بهتری دارد. اندازه  $dx$  شبکه در راستای  $X$  بوده و مشخص است که با کوچکتر شدن  $dx$ ، نتایج شبیه‌سازی عددی اختلاف کمی با یکدیگر دارند و نتایج مستقل از اندازه شبکه می‌شود.

با توجه به موقعیت پیشانی جریان و نمودارهای سرعت (شکل‌های ۲ و ۳) در نتایج شبیه‌سازی عددی، پارامتر حساس‌تر نسبت به اندازه شبکه، تعداد لایه‌ها می‌باشد. اندازه شبکه در راستای  $X$  ۰/۱۰۲ متر و تعداد لایه‌ها در راستای  $Z$  ۱۶ لایه منظور گشته و این اندازه شبکه برای مقایسه موقعیت پیشانی جریان و سرعت افقی با نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

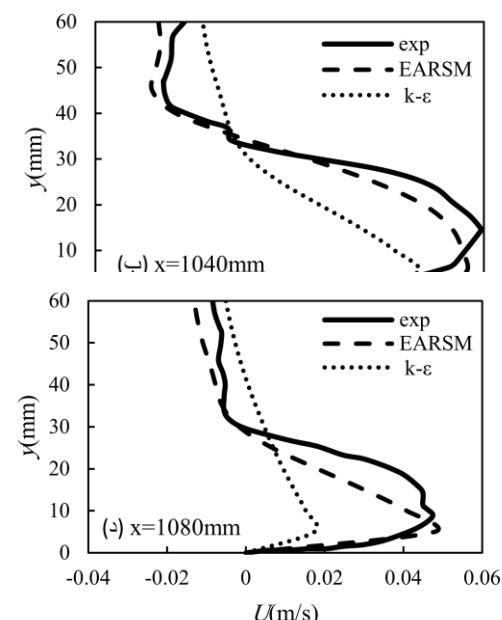
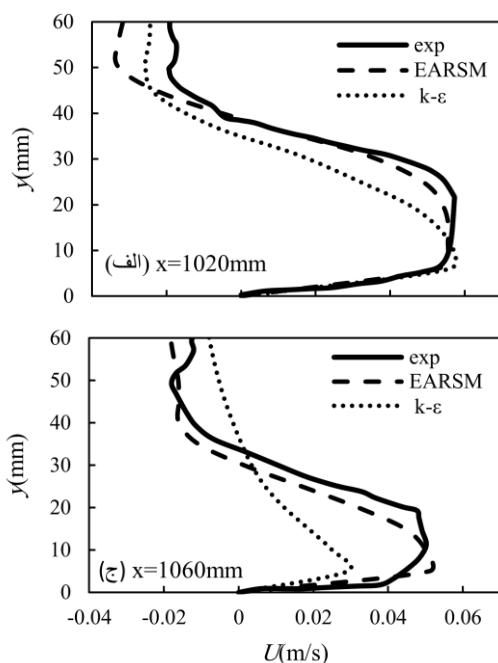
موقعیت پیشانی در زمان‌های مختلف ( $x$ ) اندازه‌گیری شده است. در طول فاز اسلامپ<sup>۱۵</sup> اولیه، موقعیت پیشانی  $x$ ، با افزایش زمان بصورت خطی افزایش می‌یابد که نشان‌دهندهٔ ثابت بودن سرعت می‌باشد. دو فاز مختلف در حرکت جریان مشاهده می‌شود که در

پیش‌بینی سرعت انطباق خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد. در نواحی نزدیک به کف هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. همانطور که دیده می‌شود در نواحی دور از کف و بالاتر از نقطه‌ی جدایش، مدل  $\epsilon - k$  در پیش‌بینی سرعت‌های منفی، عملکرد بهتری دارد. در مقطع  $1040$  میلیمتری، مدل EARSM با اختلاف اندکی مقدار  $u_{max}$  را محاسبه می‌کند، ولی هر دو مدل ارتفاع سرعت بیشینه را در ارتفاعی تقریباً یکسان و کمتر نسبت به ارتفاع نشان می‌دهند. در ارتفاع  $y = 20\text{ mm}$ ، مقادیر حاصل از کف نشان می‌دهند. در ارتفاع  $y = 20\text{ mm}$ ، مقادیر حاصل از مدل EARSM انطباق نسبتاً خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و مدل  $\epsilon - k$  مقادیر بسیار کمتری را نشان می‌دهد. همچنین در نقاط بالاتر از  $y = 20\text{ mm}$  و نواحی میانی همانند مقطع قبل، مقادیر حاصل از مدل EARSM اختلاف بسیار اندکی با نتایج آزمایشگاهی دارند. در مقطع به فاصله‌ی  $1060$  میلیمتری، مدل EARSM در پیش‌بینی مقدار  $u_{max}$  و مقادیر سرعت در نواحی نزدیک به کف و نقاط بالاتر از  $y \approx 10\text{ mm}$ ، انطباق به مرأت بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. در نمودار آخر (فاصله‌ی  $1080$  میلیمتری) که مربوط به نواحی نزدیک به پیشانی جریان است، نتایج مدل  $\epsilon - k$  قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی دارد. نتایج مدل EARSM در تمامی نواحی، به مقادیر آزمایشگاهی نزدیکتر می‌باشد. عملکرد هر دو مدل با نزدیکتر شدن به پیشانی جریان، ضعیفتر می‌شود. بطورکلی، تغییر شکل‌ها، قوس‌ها، تغییر



شکل ۴- مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] برای موقعیت پیشانی جریان ثقلی

عمق از کف است. در مقطع به فاصله  $1020$  میلیمتر نسبت به دریچه، مدل  $\epsilon - k$  با جملات شناوری در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل EARSM، مقدار  $u_{max}$  را بیشتر و در ارتفاع پایین‌تری نسبت به کف نشان می‌دهد. اما مدل EARSM مقدار  $u_{max}$  را نزدیک به مقدار آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در نتایج آزمایشگاهی سرعت در ارتفاع  $y \approx 20\text{ mm} - 9\text{ mm}$  تقریباً ثابت است. نقطه جدایش جریان تقریباً در ارتفاع  $y \approx 39\text{ mm}$  می‌باشد، یعنی از ارتفاع  $39\text{ mm}$  سرعت منفی می‌شود. در ارتفاع  $y > 20\text{ mm}$  تا نقطه جدایش جریان مدل  $\epsilon - k$  با جملات شناوری مقادیر سرعت را کمتر از نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. اما در این نواحی مدل EARSM در



شکل ۵- مقایسه نمودارهای سرعت جریان ثقلی در فواصل  $1020$  تا  $1080$  میلیمتر نسبت به دریچه و زمان  $t = 24/8s$   
با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰]

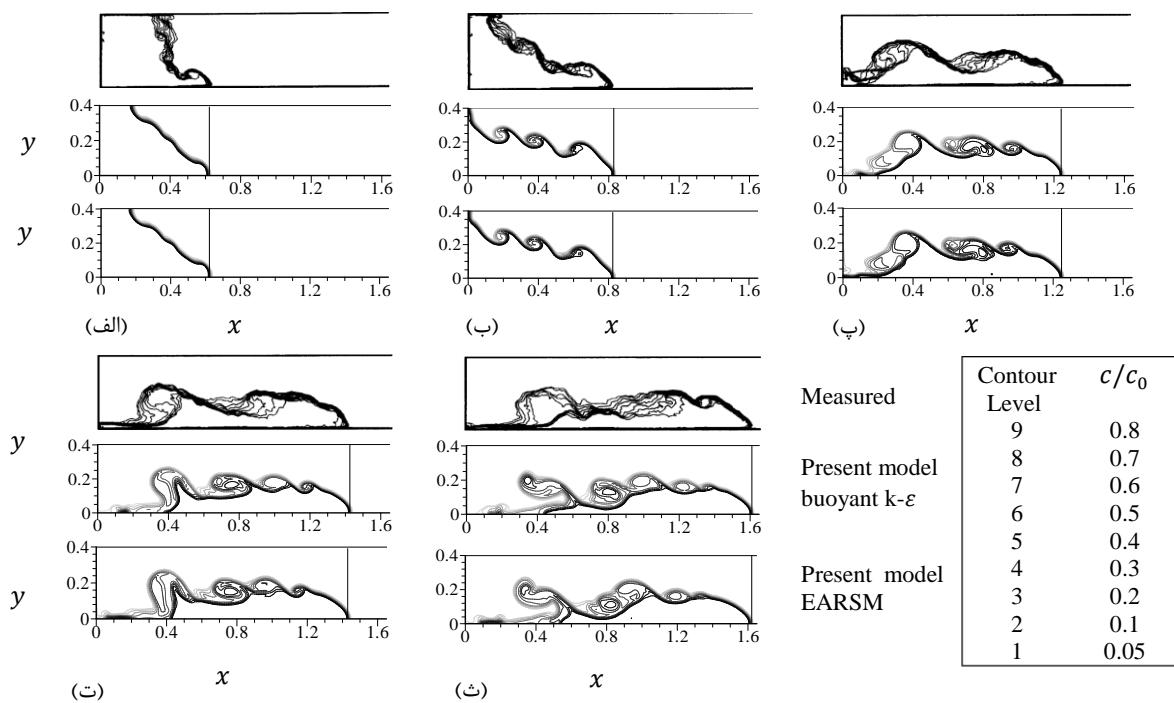
آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، شبیه‌سازی سه‌بعدی LES اوی و همکاران [۲۲] و شبیه‌سازی سه‌بعدی با یک مدل آشفتگی  $\epsilon - k$  با جملات شناوری پایک و همکاران [۲۳] نشان می‌دهد  $t_0 = H/u_b$  مقیاس زمانی و  $u_b = \sqrt{g'H}$  سرعت شناوری است. در زمان‌های اولیه بعد از باز شدن دریچه ناپایداری‌های کلوبن-هلموتز<sup>۱۶</sup> در سطح تداخل دو حجم سیال ایجاد می‌شوند. این ناپایداری‌ها به وضوح در مراحل زمانی  $a$  و  $b$  از شکل ۷ دیده می‌شوند. در زمان‌های اولیه تفاوت‌هایی بین خطوط میزان حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی و نتایج آزمایشگاهی دیده می‌شود. در واقع، خطوط میزان نتایج آزمایشگاهی نسبت به خط میانه سطح تداخل دو سیال از تقارن نسبی برخوردار نیستند. بدین معنی که میزان پیش‌آمدگی پیشانی حرکت جریان ثقلی نسبت به خط میانه از میزان عقب‌ماندگی لایه‌ی فوکانی به طور محسوسی بیشتر است. در حالی که در شبیه‌سازی‌های عددی این دو معیار به طور متقارن نسبت به خط میانه قرار دارند. سیمپسون<sup>۱۷</sup> این تفاوت را به شرایط مرزی متفاوت در بالا و پایین محدوده نسبت داده است [۲۱]. لیکن اوی و همکاران استدلال می‌کنند که سرعت پایین باز کردن دریچه باعث

شبیه‌ها و انسجام کلی پروفیل سرعت در تمامی مقاطع توسط مدل EARSM اطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقادیر سرعت منفی مربوط به نواحی روی بدن‌های جریان ثقلی هستند که با حرکت از مقاطع دورتر نسبت به پیشانی (۱۰۲۰ میلیمتری) به سمت پیشانی (۱۰۸۰ میلیمتری)، مقادیر حاصل از مدل EARSM به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر شده و مقادیر حاصل از مدل  $\epsilon - k$  اختلاف تقریباً ثابتی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

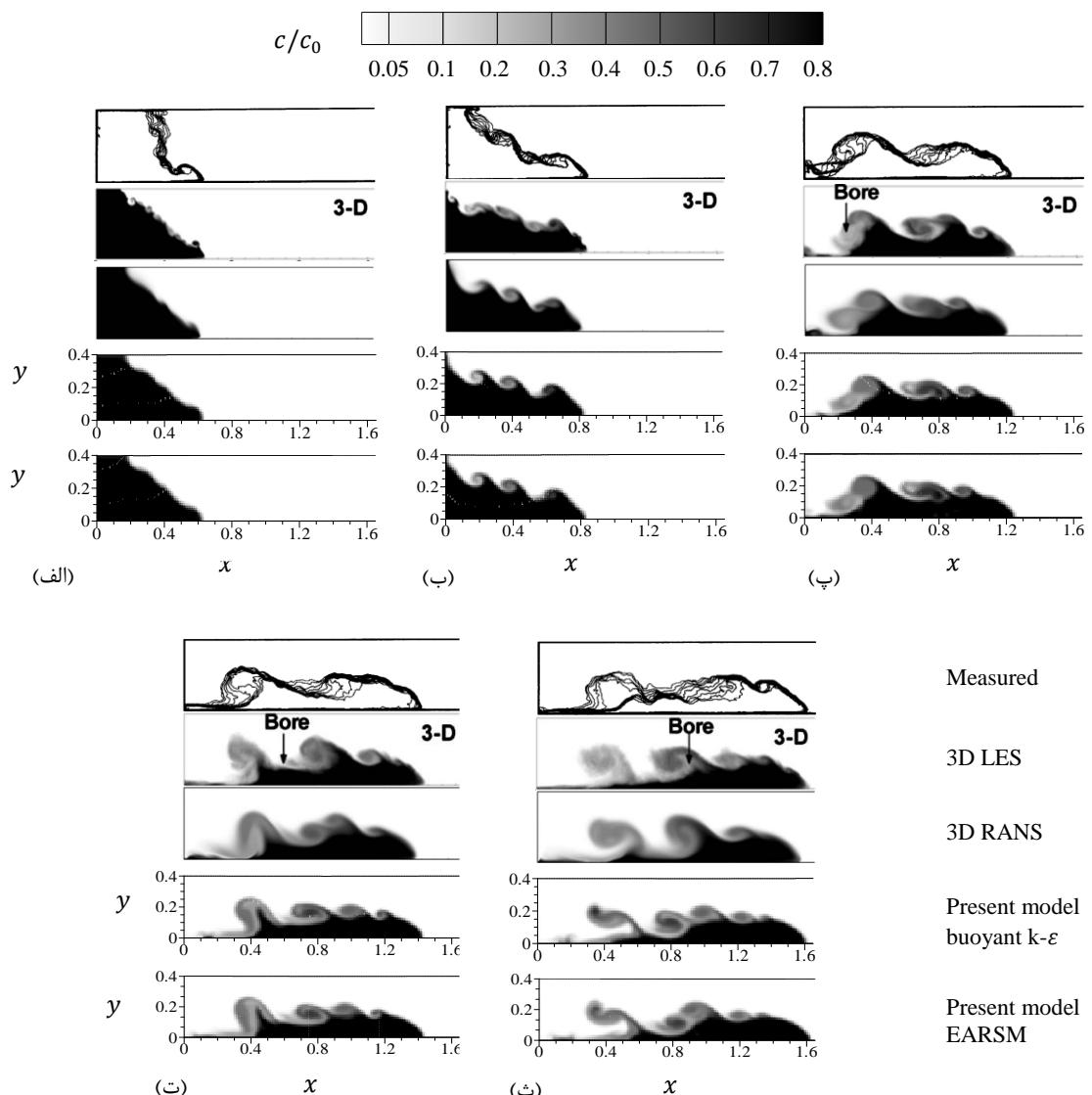
#### ۲-۵ آزمایش هکر و همکاران (۱۹۹۶)

آزمایش‌های هکر و همکاران [۲۱] در یک کانال مستطیلی به طول ۳۴۸۰، عرض ۲۰۵ و عمق ۵۰۰ میلیمتر انجام شده است. کانال تا عمق ۴۰۰ میلیمتر با آب پر شده و دریچه‌ای در فاصله‌ی ۴۰۰ میلیمتری از ابتدا، قرار داده شده است. به منظور ایجاد اختلاف چگالی به آب پشت دریچه محلول نمک اضافه شده تا شتاب  $g'$  برابر با  $120 \text{ mm/s}^2$  شود. در شبیه‌سازی، اندازه‌ی شبکه در جهت  $x$  و  $z$  برابر با  $10 \text{ میلیمتر}$  و گام زمانی  $0.003 \text{ ثانیه}$  بوده است.

شکل ۶ خطوط میزان غلظت جریان ثقلی حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، و شکل ۷ توزیع غلظت حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های



شکل ۶- خطوط میزان غلظت در آزمایش هکر و همکاران و مدل‌های آشفتگی  $\epsilon - k$  با جملات شناوری و EARSM (الف):  $t/t_0 = 1.4$  (ب):  $t/t_0 = 5.6$  (ت):  $t/t_0 = 2.4$  (پ):  $t/t_0 = 6.6$  (ث):  $t/t_0 = 4.6$ . خطوط قائم نشانگر موقعیت پیشانی جریان ثقلی هستند.



شکل ۷- مقایسه توزیع غلظت نمک جریان ثقلی در آزمایش هکر و همکاران، شبیه‌سازی عددی پایک و همکاران، اوی و همکاران و مدل‌سازی‌های عددی حاضر، در زمان‌های (الف):  $t/t_0 = 1.4$ ، (ب):  $t/t_0 = 2.4$ ، (ت):  $t/t_0 = 4.6$ ، (ث):  $t/t_0 = 5.6$ ، (ب):  $t/t_0 = 6.6$ .

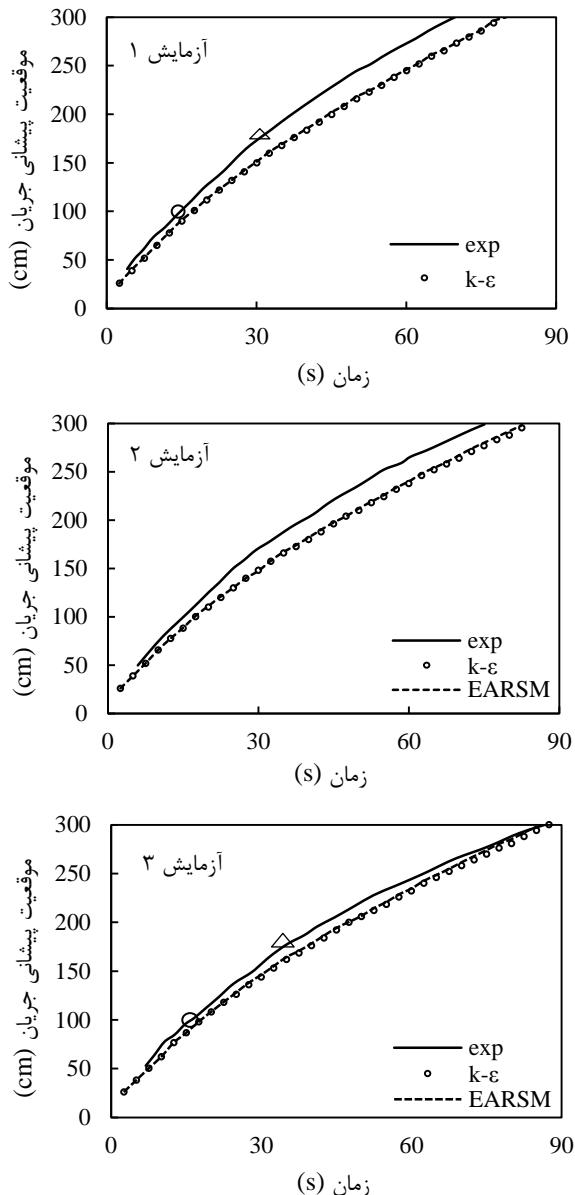
بسیار کمتر است، نتایج مدل حاضر تطابق بهتری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. به ویژه موقعیت پیشانی جریان و در نتیجه محاسبه سرعت حداقل بهتر از مدل‌هایی که مورد مقایسه قرار گرفته‌اند، می‌باشد. به عنوان مثال در شبیه‌سازی سه بعدی پایک و همکاران، تعداد سلول‌ها در جهت  $x$  و  $y$ ، به ترتیب ۴۸۰ و ۸۱ می‌باشد و در جهت  $Z$  ۷۷ لایه در نظر گرفته شده است. (در شکل‌های ۶ و ۷،  $c$  غلظت نمک و  $c_0$  غلظت اولیه نمک می‌باشند).

### ۳-۵ آزمایش ادیوس و همکاران (۲۰۱۰)

حرکت جریان‌های ثقلی تحت تأثیر نیروهای غوطه‌وری، اینرسی و لزجت است. در مراحل اولیه حرکت (مرحله اینرسی- غوطه‌وری)، نیروی لزجت در مقایسه با دو نیروی دیگر قابل چشم‌پوشی بوده و نیروی غوطه‌وری با نیروی اینرسی در تعادل است. با گسترش

حرکت سریعتر لایه‌های زیرین و در نتیجه نامتقارنی پروفیل می‌شود. همانطور که در شکل ۶ دیده می‌شود، خطوط میزان غلظت حاصل از مدل‌سازی‌های عددی حاضر انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی، بهویژه در نواحی مربوط به دنباله‌ی<sup>۱۸</sup> جریان ثقلی نشان می‌دهند. با این وجود تفاوت‌هایی در قسمت‌های میانی جریان ثقلی در مراحل زمانی d و e دیده می‌شود. در مراحل زمانی d و e ناحیه با اختلاط بالا و گردابه‌ی بزرگ ایجاد شده در فاصله‌ی ۰/۴ متر از بالادست جریان به خوبی شبیه‌سازی شده است. همچنین، شکل کلی قسمت پیشانی جریان نیز توسط مدل‌ها بخوبی شبیه‌سازی شده است. هر دو مدل  $k - \epsilon$  و EARSM مقادیر موقعیت پیشانی جریان را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کنند. با توجه به دو بعدی بودن مدل‌های عددی حاضر و با اینکه تعداد سلول‌های مورد استفاده در مدل‌های حاضر در مقایسه با شبیه‌سازی‌های اوی و همکاران [۲۲] و پایک و همکاران [۲۳]

آزمایشگاهی، محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث‌ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می‌باشند. همانطور که دیده می‌شود با افزایش غلظت نمک، به دلیل حاکم بودن نیروی جاذبه نسبت به نیروی لزجت، جریان در مسافت بیشتری از طول کanal در فاز خودمتشابه قرار دارد و مسافت باقیمانده از کanal در فاز لزج کاهش می‌یابد.



شکل ۸- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش‌های ۱ تا ۳ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره‌ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث‌ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می‌باشند.

در نمودار مربوط به آزمایش شماره‌ی ۱، موقعیت پیشانی جریان در طول فاز اسلامپ توسط هر دو مدل با اندکی عقب‌ماندگی، انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد (تا ثانیه‌ی ۱۵). از این زمان به بعد، با ورود جریان به فاز خودمتشابه و لزج، بین نتایج حاصل از مدل‌ها و مقادیر آزمایشگاهی، اختلاف شیب دیده می‌شود. بهویژه

جریان، نیروی لزجت رفته بیشتر شده و در مرحله‌ای، این نیرو به حد نیروی اینرسی خواهد رسید. بعد از این مرحله، دینامیک جریان بستگی به تعادل نیروهای لزجت و غوطه‌وری (مرحله‌ی لزجت- غوطه‌وری) خواهد داشت. مرحله‌ی اینرسی- غوطه‌وری، خود شامل دو مرحله‌ی اسلامپ و خود متتشابه<sup>۱۹</sup> می‌شود. مرحله‌ی اسلامپ در نزدیکی منبع سیال غلیظ تشکیل شده و در طی آن، جریان قسمت‌های متمایز بدنه و پیشانی را خواهد داشت. سرعت پیشانی در این مرحله، تقریباً ثابت است (روتنمن و سیمپسون [۲۴]). بعد از مرحله‌ی اسلامپ، مرحله‌ی خود متتشابه مرحله‌ی اینرسی- غوطه‌وری آغاز می‌شود. در این مرحله سرعت پیشانی دیگر ثابت نبوده و با افزایش فاصله، کاهش می‌یابد.

در این آزمایش خصوصیات گسترش جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال و همچنین تأثیرات ضریب زبری کف توسط ادیوس و همکاران [۲۵] مورد بررسی قرار گرفته است. آزمایشات در یک تانک مستطیلی به طول ۳، عرض ۰/۲ و عمق ۰/۳ متر با رها کردن حجم ثابتی از سیال غلیظ در سیال رقیق انجام می‌گیرد. دریچه‌ای در فاصله‌ی ۰/۱ متر از بالادست برای جدا کردن دو بخش نصب شده. آب و محلول آب نمک تا ارتفاع ۰/۱۵ متر در این دو بخش پر می‌شوند و جریان با برداشتن دریچه ایجاد می‌شود. ادیوس و همکاران آزمایشات مختلفی با غلظت نمک و ضریب زبری کف متفاوت (۶)، انجام دادند که مشخصات ۵ آزمایش شبیه‌سازی شده در جدول ۱ آمده است. چگالی آب ۱۰۰۰ kg/m<sup>3</sup> و چگالی محلول آب و نمک پشت دریچه ( $\rho_c$ ) از ۱۰۰۸/۸ تا ۱۰۶۰ تغییر می‌کند.

جدول ۱- پارامترهای آزمایش‌های مختلف ادیوس و همکاران

مشخصه	آزمایش	آزمایش	آزمایش	آزمایش
	۵	۴	۳	۱
[kg/m <sup>3</sup> ] $\rho_c$	۱۰۶۰	۱۰۵۹.۶	۱۰۰۸.۸	۱۰۰۹.۲

ادیوس و همکاران دریافتند که در فاز اسلامپ، سرعت گسترش سر جریان ثابت بوده، در فاز خودمتشابه سرعت با نسبت  $t^{-1/3}$  کاهش و در فاز لزج با  $t^{-4/5}$  کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب زبری کف، سرعت جریان کاهش می‌یابد.

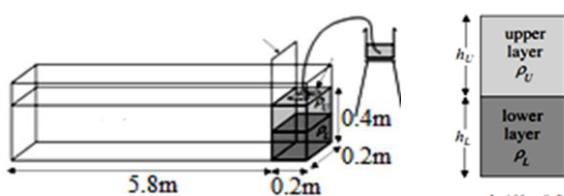
در مدل‌سازی عددی، در جهت افقی از ۱۵۰ سلوول به طول ۰/۰۲ متر و در جهت قائم از ۰/۰۵ لایه استفاده شده و گام زمانی ۰/۰۵ ثانیه در نظر گرفته شده که زمان کل شبیه‌سازی ۹۰ ثانیه می‌باشد. نتایج مدل‌سازی آزمایش ۱ تا ۳ در شکل ۸ و آزمایش ۴ و ۵ در شکل ۹ آمده است. دایره‌های مشخص شده بر روی نمودار نتایج

آزمایش شماره ۵ نیز در مقایسه با آزمایش شماره ۲ مشاهده می‌شود. در آزمایش شماره ۵، در اواخر فاز خودمتشابه و اوایل فاز لزج هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند. لزج هر دو مدل مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب زبری نتایج هر دو مدل انطباق مناسبتری با نتایج آزمایشگاهی ادیوس و همکاران دارند. در تمامی آزمایش‌ها نتایج حاصل از دو مدل آشفتگی مورد بحث تقریباً یکسان است ولی با بررسی مقادیر عددی اختلاف بسیار ناچیزی وجود دارد که مقادیر حاصل از مدل EARSM اندکی به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌ترند.

#### ۴-۵ آزمایش گلدستون و همکاران (۲۰۰۴)

آزمایشات متعددی با چگالی‌های متفاوت توسط گلدستون و همکاران [۲۶] انجام شده است. از این بین ۲ آزمایش با مدل‌های عددی حاضر، شبیه‌سازی شده‌اند. هندسه‌ی آزمایش بصورت شکل ۱۰ می‌باشد. چگالی آب شیرین  $998.9 \text{ kg/m}^3$  و دمای آب  $16.5^\circ\text{C}$  می‌باشد. برای شبیه‌سازی عددی اندازه‌ی سلول‌ها در جهت افقی و قائم  $0.1 \text{ m}$  متر می‌باشد. گام زمانی نیز  $0.05 \text{ s}$  ثانیه در نظر گرفته شده است.

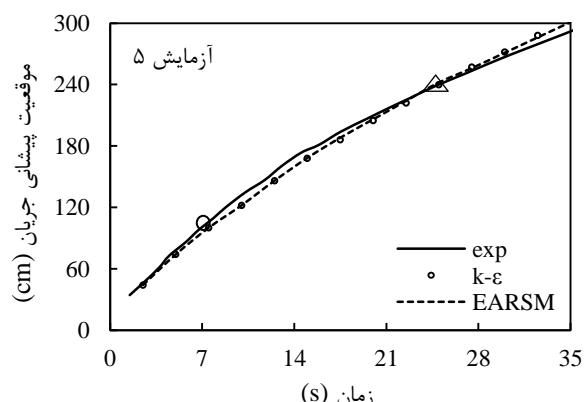
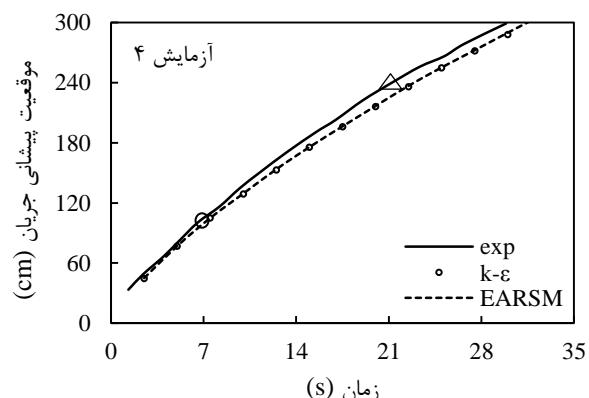
با افزایش چگالی: ۱- سرعت جریان بیشتر می‌شود؛ ۲- اختلاط دو حجم سیال کمتر می‌شود؛ ۳- ناپایداری‌های کلوین- هلموتر در سطح تداخل دو سیال کمتر می‌شود. به عبارتی با افزایش غلظت نمک، انرژی جنبشی آشفته و ناهمسانی تنش‌ها کمتر بوده و جریان سریعتر پایدار و آرام می‌شود.



شکل ۱۰- هندسه‌ی آزمایش گلدستون و همکاران [۲۶]

در شکل ۱۱ موقعیت پیشانی جریان حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های حاضر به همراه نتایج آزمایشگاهی گلدستون و همکاران نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌ها دیده می‌شود با افزایش غلظت نمک، نتایج حاصل از مدل‌های عددی بیوژه در فاز لزج و خودمتشابه انطباق مناسبتری با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد (مشابه آزمایش ادیوس و همکاران). بنابراین احتمالاً به نظر می‌رسد، در جریان‌های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن

این اختلاف در فاز لزج بیشتر از سایر فازها می‌باشد. در نمودار مربوط به آزمایش شماره ۲ نیز نتایج مانند آزمایش شماره ۱ می‌باشد و از ثانیه ۴۵ به بعد، اختلاف نتایج دو مدل با مقادیر آزمایشگاهی تقریباً ثابت است در حالی که در فاز دوم (خودمتشابه) این اختلاف با گذشت زمان، زیاد می‌شود. مشابه این حالت در آزمایش شماره ۱ نیز وجود دارد. در آزمایش شماره ۳ و با افزایش ضریب زبری کف، نتایج هر دو مدل انطباق مناسبتری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. با این وجود، اختلاف‌هایی در فاز خودمتشابه دیده می‌شود. همچنین مقادیر حاصل از مدل EARSM بیوژه از ثانیه ۶۰ به بعد، اختلاف کمتری با نتایج آزمایشگاهی دارند. مقایسه‌ی آزمایش‌های ۱ تا ۳، عملکرد دقیق‌تر هر دو مدل در آزمایش شماره ۳ نسبت به آزمایش‌های ۱ و ۲ را نشان می‌دهد (بیوژه در فازهای لزج و خودمتشابه). مطابقت بهتر نتایج در آزمایش شماره ۳ احتمالاً به این دلیل می‌باشد که مدل‌های عددی حاضر بر اساس ضریب زبری ۵ میلی‌متر، کالیبره شده‌اند.



شکل ۹- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش‌های ۴ و ۵ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره‌ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث‌ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می‌باشند.

در آزمایش شماره ۴ مشخص است که با افزایش غلظت نسبت به آزمایش مشابه (آزمایش شماره ۱)، نتایج هر دو مدل به بیوژه در فازهای خودمتشابه و لزج دقیق‌تر شده است. مشابه این روند در

بالاتر هر دو مدل نتایج نزدیکتری به نتایج آزمایشگاهی ارائه می‌کنند. بنابراین احتمالاً به نظر می‌رسد، در جریان‌های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن اثر آشفتگی و تنش‌های رینولدز، باشد.

## ۶- پیشنهادات

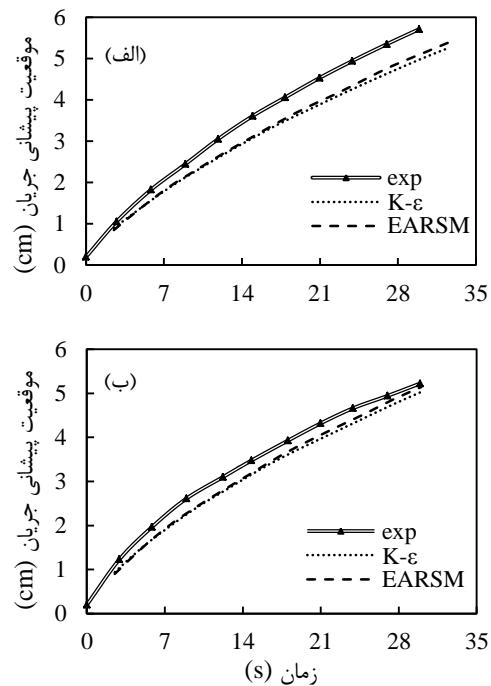
- افروزن قابلیت مدل‌سازی جریان‌های با اختلاف چگالی بالا بدون در نظرگیری فرضیات بوسینسک و بررسی اثرات اعمال فرضیات بوسینسک.
- مدل‌سازی جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی دو فازی گل سیال و استفاده از ساختار رئولوژیکی برای توصیف صحیح رفتار غیر نیوتونی جریان‌های گل آلوه.
- بسط مدل حاضر به یک مدل سه‌بعدی به منظور پیش‌بینی بهتر ویژگی‌های مریبوط به سه‌بعدی بودن جریان مانند اضمحلال ناپایداری‌های برشی و یا سرعت‌های ثانویه ناشی از آشفتگی و تأثیرات نرخ اضافی کرنش منتج از انحنای دیواره.

## کلید واژگان

- 1- Surrounding fluid
- 2- Micropropellor
- 3- Prandtl
- 4- Large Eddy Simulation
- 5- Arbitrary Lagrangian Eulerian
- 6- Staggered
- 7- Curvilinear
- 8- Structured
- 9- Projection
- 10- Chorin
- 11- Temam
- 12- Speziale et al.
- 13- Trace
- 14- Lock-exchange
- 15- Slump
- 16- Kelvin-Helmholtz
- 17- Simpson
- 18- Tail
- 19- Self-similar

## ۷- مراجع

- 1- Ellison, T. and Turner, J., (1959), *Turbulent entrainment in stratified flows*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.6, p. 423-448.
- 2- Fernandez, R. and Imberger, J., (2006), *Bed roughness induced entrainment in a high Richardson number underflow*, Journal of Hydraulic Research, Vol.44, p. 725-738.



شکل ۱۱- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی برای موقعیت پیشانی جریان‌های ثقلی در آزمایش گلدستون و همکاران،(الف):  $\rho_L = \rho_U = 1070.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ؛ (ب):  $\rho_U = 1019.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ،  $\rho_L = 1124 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

اثر آشفتگی و تنش‌های رینولدز، باشد. با توجه به اینکه در فازهای اسلامپ و خودمتشابه، نیروهای اینرسی و غوطه‌وری حاکم بوده، اختلاف نمودارهای حاصل از مدل عددی با نمودارهای آزمایشگاهی در جریان‌های چگال را می‌توان با اعمال فرضیات بوسینسک در روند بدست آوردن معادلات حرکت مرتبط دانست.

## ۵- نتیجه گیری

در حالت کلی نتایج بدست آمده از این پژوهش را می‌توان بصورت زیر خلاصه کرد:

- در خصوص جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور، با وجود اختلافات اندک نتایج حاصل از دو مدل در پیش‌بینی موقعیت پیشانی جریان در فاز اسلامپ، مدل EARSM به دلیل توصیف بهتر در فاز خودمتشابه و لزج، عملکرد کلی مناسب‌تری در پیش‌بینی جریان دارد. بعلاوه می‌توان توصیف بهتر سرعت را مزیت اصلی مدل EARSM در مقایسه با مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری، دانست. همچنین مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری در جریان‌های با اختلاف چگالی کم و همچنین در فاز اسلامپ، عملکرد قابل قبولی دارد.
- در بررسی کاربرد مدل عددی در جریان‌های چگال، در مقایسه‌ی قابلیت توصیف موقعیت پیشانی، در غلظت‌های

- Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.377-406.
- 16- Rodi, W., (1976), *A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses*, Gesellschaft Angewandte Mathematik und Mechanik Workshop Paris France, Vol.56, p.219-221.
- 17- Pope, S.B., (1975), *A more general effective-viscosity hypothesis*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.72, p.331-340.
- 18- So, R.M.C. and Speziale, C.G., (1999), *A review of turbulent heat transfer modelling*, Annual Review of Heat Transfer-X (Editor: Tien, C. L.), Begell House, Inc., New York, p. 177-219.
- 19- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part I non-isothermal flow*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.351-376.
- 20- Zhu, J.B., Lee, C.B., Chen, G.Q. and Lee, J.H.W., (2006), *PIV observation of instantaneous velocity structure of lock release gravity currents in the slumping phase*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, Vol.11, p.262-270.
- 21- Hacker, J., Linden, P. and Dalziel, S., (1996), *Mixing in lock-release gravity currents*, Dynamics of Atmospheres and Oceans, Vol.24, p.183-195.
- 22- Ooi, S.K., Constantinescu, G. and Weber, L., (2006), *Numerical simulation of lock-exchange gravity driven flows*, IIHR Technical Rep. No. 450, Univ of Iowa, Iowa City, Iowa.
- 23- Paik, J., Eghbalzadeh, A. and Sotiropoulos, F., (2009), *Three-dimensional unsteady RANS modelling of discontinuous gravity currents in rectangular domains*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.135, p.505-521.
- 24- Rottman, J.W. and Simpson, J.E., (1983), *Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.135, p.95-110.
- 25- Aduce, C., Lombardi, V., Sciortino, G. and La Rocca, M., (2010), *Laboratory experiments on gravity currents moving on smooth and rough beds*, River Flow, Dittrich, Koll, Aberele & Geisenhainer (eds)- Bundesanstalt für Wasserbau ISBN 978-3-939230-00-7.
- 26- Gladstone, C., Ritchie, L.J., Sparks, R.S.J. and Woods, A.W., (2004), *An experimental investigation of density-stratified inertial gravity currents*, Sedimentology, Vol.51, p.767-789.
- 3- Parker, G., Garcia, M., Fukushima, Y. and Yu, W., (1987), *Experiments on turbidity currents over an erodible bed*, Journal of Hydraulic Research, Vol.25, p.123-147.
- 4- Garcia, M., (1993), *Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents*, Journal of Hydraulic Research, Vol.119, p.1094-1117.
- 5- Lee, H. and Yu, W., (1997), *Experimental study of reservoir turbidity current*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.123, p.520-528.
- 6- Choux, C., Bass, J., McCaffrey, W. and Haughton, P., (2005), *Comparison of spatio-temporal evolution of experimental particulate gravity flows at two different initial concentrations, based on velocity, grain size and density data*, Journal of Sedimentary Geology, Vol.179, p.49-69.
- 7- McCaffrey, W., Choux, C., Bass, J. and Haughton, P., (2003), *Spatio-temporal evolution of velocity structure, concentration and grain-size stratification within experimental particulate gravity currents*, Marine and Petroleum Geology, Vol.20, p.851-860.
- 8- Holt, S. E., Koseff, J.R. and Ferziger, J.H., (1992), *A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.237, p.499-539.
- 9- Qiu, X., Zhang, D.X., Lu, Z.M. and Liu, Y.L., (2009), *Turbulent mixing and evolution in a stably stratified flow with a temperature step*, Journal of Hydrodynamics, Ser. B, Vol.21, p.84-92.
- 10- Hossain, M.S. and Rodi, W., (1980), *Mathematical modelling of vertical mixing in stratified channel flow*, Second Int. Symposium on Stratified Flows, The Norwegian Institute of Technology Trondheim, Norway.
- 11- Hua, Z., Gu, L., Xing, L. and Dai, W., (2009), *New explicit algebraic stress and flux model for active scalar and simulation of shear stratified cylinder wake flow*, Science in China Series E: Technological Sciences, Vol.52, p.2536-2546.
- 12- So, R.M.C., Vimala, P., Jin, L.H., Zhao, C.Y. and Gatski, T.B., (2002), *Accounting for buoyancy effects in the explicit algebraic stress model: homogeneous turbulent shear flows*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.15, p.283-302.
- 13- Hejazi, K., (2005), *3D numerical modelling of flow and turbulence in oceanic water bodies using an ALE projection method*, in The First Seminar on Computer Simulation in Civil Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.
- 14- Rodi, W., (1993), *Turbulence models and their applications in hydraulics: A State of the art review*, IAHR Monograph Series, Taylor & Francis Group.
- 15- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part II Buoyant flow*,