

تعیین مشتقات هیدرودینامیکی نیروی اسوی و گشتاور یابو آزمایش مکانیزم صفحه ای یک زیر سطحی متقارن

فرهود آذرسینا^۱، کریستوفر ویلیامز^۲

۱- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشکده علوم و فنون دریایی

۲- استاد پژوهشی، انجمن ملی تحقیقات کانادا، موسسه فناوری اقیانوسی

چکیده

در این تحقیق، دو مجموعه داده حاصل از آزمایش‌های پنج فرم بدنه یک زیرسطحی متقارن حول محور طولی به منظور یافتن مشتقات نوسانی نیروی اسوی و گشتاور یابو نسبت به سرعت و شتاب اسویمورد تحلیل قرار گرفت. برای انجام این آزمایش از مکانیزم حرکت صفحه ای (PMM) در حوضچه ۹۰ متری در موسسه فناوری اقیانوسی، موسسه تحقیقات ملی کانادا استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که مقادیر این مشتقات که از داده‌های آزمایش دینامیکی بدست می‌آیند تا حدی با مقادیر همان مشتقات که از آزمایش استاتیکی بدست می‌آیند تفاوت دارند. به علاوه، داده‌های آزمایش حاصل از مانورهای دینامیکی نشان دهنده آن است که مقادیر مشتقات مذکور هم به فرکانس نوسانات اجباری مدل زیرسطحی و هم به طول مدل بستگی دارند.

کلمات کلیدی: زیرسطحی، مشتقات هیدرودینامیکی، مکانیزم حرکت صفحه ای، مانورهای دینامیکی

Determination of the Hydrodynamic Force and Moment Derivatives for the Axi-Symmetric Bare Hull of an Underwater Vehicle Using the Planar Motion Mechanism

F. Azarsina¹, Ch. Williams²

1- Assistant Professor, Graduate School of Marine Science and Technology, I.A.U.
Science & Research Branch, Tehran, Iran

2- Research Engineer, National Research Council Canada, Institute for Ocean
Technology, St. John's, NL, Canada

Abstract

In the present research, two sets of data were analyzed for the purpose of obtaining the oscillatory derivatives of the sway force and yaw moment with respect to the sway velocity and sway acceleration. The results of the analysis show that the values of the derivatives which were calculated from the dynamic test data are somewhat different from the values of the same derivatives which were calculated from the static yaw test data. Moreover, the test data from the dynamic manoeuvres show that the values of these derivatives depend both on the frequency of the forced oscillations and hull length.

Keywords: Underwater vehicle, Hydrodynamic derivatives, PMM, dynamic manoeuvres

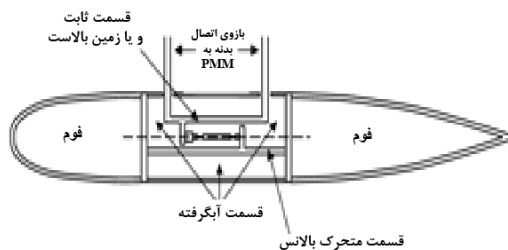
* نویسنده مسؤول مقاله farhoodazi@gmail.com

۱- مقدمه

آزمایش‌های زاویه‌دار ثابت^۱، حرکت اسوی خالص^۲ و حرکت یاو خالص^۳ با مجموعه‌ای از پنج فرم بدنه یک زیرسطحی متقارن حول محور طولی انجام شد. برای انجام این آزمایشات مکانیزم حرکت صفحه‌ای (PMM) در حوضچه ۹۰ متری در موسسه فناوری اقیانوسی، موسسه تحقیقات ملی کانادا (NRC-IOT^۴) استفاده شد. نتایج آزمایش‌ها به طور مبسوط در [۱] گزارش شده‌اند.

بدنه لخت^۵ زیر سطحی با نام فینیکس دارای طول کامل ۱/۶۴ متر و قطر ۰/۲۰۳ متر یعنی نسبت طول به قطر (LDR) حدود ۸/۵ به یک بوده و با افزودن استوانه‌هایی به بخش میانی بدنه مقادیر LDR برابر ۹/۵، ۱۰/۵، ۱۱/۵ و ۱۲/۵ نیز ساخته شد.

شکل ۱ به طور شماتیک بدنه مدل را که زیر PMM نصب شده نشان می‌دهد. دو بازوی^۶ قائم با پروفیل خط جریانی^۷، دستگاه بالانس^۸ که داخل مدل تعبیه شده را به PMM وصل می‌کنند. هر بازو از سوراخی که در پوسته سطح مدل در قسمت بدنه میانی تعبیه شده می‌گذرد، بنابراین بین بازوها و مدل هیچ تماسی نیست. فاصله بین سطح آزاد آب حوضچه و سطح بالایی مدل در تمام آزمایش‌ها به اندازه ۱/۰۹ متر تنظیم گشت و عمق آب هم ۲/۱۸ متر بود. بنابراین نسبت بین فاصله مدل تا سطح آب به حداکثر قطر مدل ۲۰۳ میلیمتر برابر ۵/۴ و نیز نسبت بین عمق آب به حداکثر قطر مدل برابر ۱۰/۷ بدست می‌آیند که در نتیجه هیچ‌گونه اثر سطح آزاد یا کف به نتایج آزمایش‌ها قابل توجه نیست.



شکل ۱- نمای ساده مدل فینیکس از پهلو کاملاً مغروق و کاملاً آب‌گرفته که زیر PMM نصب شده

داخل مدل، بخش "زمین" یا "مرده"^۹ بالانس تنها به بازوهای قائم وصل است. بخش "زنده" یا "متریک"^{۱۰} بالانس به دو بالکهد دایروی در بخش میانی بدنه وصل است. با این شیوه اتصال بالانس سه مولفه ای تنها نیروهای هیدرودینامیکی (نیروی محوری، نیروی اسوی و گشتاور یاو) که از جریان آب به سطح خارجی مدل وارد می‌شوند را اندازه می‌گیرد. با توجه به اینکه هیچ یک از بازوها به قسمت زنده بالانس وصل نیست، بنابراین هیچ جریان انتقال نیرو از بازوها به مدل نیز وجود ندارد. فاصله طولی بازوها از یکدیگر ۷۲۳ میلی متر بود. از طرفی با توجه به سوراخ‌هایی که در سطح بالایی مدل برای عبور بازوها تعبیه شده آب وارد فضاهای خالی داخل مدل می‌گردد. در تمام آزمایش‌های شتابدار با حرکت اسوی فرض می‌شود که آب داخل مدل مانند یک جرم صلب همراه مدل حرکت می‌کند و هیچ هوایی در فضای خالی مدل گیر نمی‌افتد و سطح آزادی درون مدل وجود ندارد که امکان وقوع پدیده اسلاشینگ باشد.

جداول ۱ و ۲، جزئیات مربوط به مدل‌ها را نشان می‌دهند. هر یک از پنج مدل در حالت خشک (غیر آب‌گرفته) در هوا آویخته و جرم آن همانطور که در ستون ششم جدول ۱ دیده می‌شود، اندازه‌گیری شد [۲]. سپس تمام درزهای مدل‌ها با نوار چسب بسته و عایق شد و آب تا حدی که سر ریز کند درون مدل‌ها پر شد که جرم مدل‌های آب گرفته در ستون هفتم جدول ۱ دیده می‌شود. تفاضل این دو مقدار جرم آب داخل مدل را طبق ستون هشتم جدول ۱ ارائه می‌دهد. دو ستون آخر جدول ۱ ممان اینرسی مدل‌ها در حالت خشک و آب گرفته را نشان می‌دهند. برای اندازه‌گیری این مقادیر، هر مدل از دو سیم بلند موازی از نقاط اتصال هم فاصله از مرکز جرم مدل که روی سطح بالایی بدنه تعبیه گردیدند آویخته شد که در نتیجه یک آونگ دو ریسمانی^{۱۱} بدست آمد. ممان اینرسی مدل با اندازه‌گیری پریود نوسانات یاو این آونگ قابل محاسبه بوده؛ همچنین شعاع آویز^{۱۲} مدل در حالت خشک و آب‌گرفته تا دقت ۲ میلی متر قابل تعیین بود.

جدول ۱- جرم و ممان اینرسی پنج مدل از زیرسطحی فینیکس

LDR	حداکثر قطر [mm]	LOA [mm]	CG مدل خشک از دماغه [mm]	CG مدلا بگرفته از دماغه [mm]	جرم خشک [kg]	جرم آبگرفته [kg]	جرم آب داخل مخزن [kg]	ممان اینرسی خشک [kg.m ²]	ممان اینرسی آبگرفته [kg.m ²]
۸/۵	۲۰۳	۱۷۲۴	۷۳۴	۸۴۷	۲۴/۳	۴۹/۲	۲۴/۹	۳/۵۲	۸/۸۲
۹/۵	۲۰۳	۱۹۲۷	۸۱۵	۹۳۹	۲۵/۶	۵۵/۳	۲۹/۷	۴/۴۹	۱۳/۲۵
۱۰/۵	۲۰۳	۲۱۳۰	۹۱۲	۱۰۵۷	۲۷/۳	۶۳/۲	۳۵/۹	۵/۴۴	۱۶/۷۳
۱۱/۵	۲۰۳	۲۳۳۳	۱۰۱۱	۱۱۵۹	۲۸/۲	۷۰/۱	۴۱/۹	۶/۷۳	۲۱/۸۴
۱۲/۵	۲۰۳	۲۵۳۶	۱۱۱۸	۱۲۵۶	۲۹/۸	۷۷/۱	۴۷/۳	۸/۳۴	۳۲/۳۶

جدول ۲- ویژگی های پنج مدل که آزمایش شدند؛ MC مرکز گشتاور است و LCB فاصله طولی مرکز شناوری از دماغه مدل

LDR	LOA [mm]	مرکز گشتاور از MC دماغه [mm]	LCB (دماغه) [mm]	نسبت MC به LOA	نسبت LCB به LOA	سطح خیس شده [m ³]	حجم محصور داخل بدنه [m ³]
۸/۵	۱۷۲۴	۷۳۶	۸۱۵	۰/۴۲۷	۰/۴۷۳	۰/۹۵	۰/۰۴۴
۹/۵	۱۹۲۷	۸۳۸	۹۱۵	۰/۴۳۵	۰/۴۷۵	۱/۰۸	۰/۰۵۱
۱۰/۵	۲۱۳۰	۹۴۰	۱۰۱۷	۰/۴۴۱	۰/۴۷۷	۱/۲۱	۰/۰۵۷
۱۱/۵	۲۳۳۳	۱۰۴۱	۱۱۸	۰/۴۴۶	۰/۴۷۹	۱/۳۴	۰/۰۶۴
۱۲/۵	۲۵۳۶	۱۱۴۳	۱۲۲۰	۰/۴۵۱	۰/۴۸۱	۱/۴۷	۰/۰۷۰

دو مجموعه داده تحلیل شدند تا مشتقات نیروی اسوی و گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی و شتاب اسوی یعنی به ترتیب Y_v ، Y_p ، N_v و N_p بدست آیند. نتایج تحلیل نشان می‌دهد که مقادیر مشتقاتی که از آزمایشهای دینامیکی بدست آمدند تاحدی متفاوت از مقادیر همان مشتقات حاصل از آزمایشهای استاتیکی هستند و نیز نسبت به طول بدنه تغییرات دارند.

تعیین کردن ضرایب هیدرودینامیکی برای وسایل نقلیه دریایی بخش مهمی از مطالعه و مدلسازی مانور آنها می‌باشد که این مهم در مانورهای ساده مانند حرکت مستقیم رو به جلو به کمک روابط تجربی-تحلیلی امکان پذیر است، اما در مانورهای پیچیده، این ضرایب به پارامترهایی از جمله زاویه حمله بدنه، سرعت دورانی و شتاب بستگی دارند و در نتیجه آزمایش یا روش عددی دینامیک سیالات بکار می‌روند. در این مقاله، به منظور تعیین ضرایب هیدرودینامیکی یک زیرسطحی با بدنه متقارن، ابتدا تجهیزات آزمایشگاهی مورد استفاده معرفی شده و در ادامه نتایج آزمایش و روش محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی بدنه خالی زیرسطحی با استفاده از داده‌های آزمایش ارائه می‌گردد.

گشتاور یاو در این مقاله حول محوری که از مرکز شناوری (CB) می‌گذرد گزارش می‌شود. جدول ۲ محل مرکز شناوری به صورت فاصله از دماغه (میلیمتر) و نیز به صورت کسری از طول کل مدل را نشان می‌دهد [۳]. همچنین سطح خیس شده و حجم مدل‌ها در جدول ۲ دیده می‌شوند.

بالانس سه مولفه ای که برای اندازه‌گیری دو نیروی هیدرودینامیکی (محوری و جانبی) و گشتاور هیدرودینامیکی یاو استفاده شد، دارای دو نیروسنج^{۱۳} جانبی و یک نیروسنج محوری است؛ بدین ترتیب مبدا مختصات متصل به مدلکه حرکات مدل و نیروهای هیدرودینامیکی در آن مختصات محاسبه می‌شوند همانطور که در جدول ۲ ارائه شده، وسط فاصله بین دو نیروسنج جانبی روی محور طولی بدنه متقارن قرار دارد.

کاربرد PMM برای انجام آزمایشهای مانور مهارشده^{۱۴} و نیز روش متداول برای محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی به کمک نتایج این آزمایشها موضوعی شناخته شده است که اطلاعات مربوطه در مراجعی مانند [۴]، [۵] و [۶] ارائه شده‌اند. در تحقیق حاضر،

۲- داده‌های آزمایش حرکت اسوی خالص

در یک مانور اسوی خالص، مرکز جرم شناور در یک مسیر سینوسی حرکت داده می‌شود و در تمام مسیر، محور طولی شناور با جهت حرکت روبه جلوی ارا به کشش موازی است. به عبارتی، در تمام آزمایشهای اسوی خالص، زاویه یاو شناور مقدار ثابت صفر درجه است. در نتیجه، نیروی اسوی و گشتاور یاو که طی آزمایشهای اسوی خالص اندازه‌گیری می‌شوند، از مقادیر آنها در آزمایش یاو خالص بزرگترند. در این مطالعه، هدف از آزمایشهای اسوی خالص اندازه‌گیری نیروی اسوی و گشتاور یاو به صورت توابعی از سرعت و شتاب اسوی PMM است. داده‌های آزمایش مانور اسوی خالص در جدول ۳ ارائه شده‌اند.

همانطور که توضیح داده شد، در آزمایشهای اسوی خالص دستگاه مختصات متصل به شناور و دستگاه مختصات حوضچه کشش با یکدیگر موازی هستند: جهات مثبت محورهای X، Y و Z به ترتیب روبه جلو، به سمت راست (استاربود) و به سمت پایین تعریف می‌شوند. با فرض آنکه زمان اندازه‌گیری در لحظه‌ای که مدل از خط وسط حوضچه کشش در جهت مثبت Y می‌گذرد آغاز می‌شود، جابجایی و حرکت اسوی PMM به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$v = v_0 \cos(\omega t) \quad \text{و} \quad y = A \sin(\omega t) \quad (1)$$

که ω فرکانس مانور و A و v_0 به ترتیب دامنه جابجایی و سرعت اسوی هستند که v_0 برابر $A \times \omega$ است.

مشتق گیری از رابطه (۱) شتاب اسوی PMM که همان شتاب مدل است را بدست می‌دهد:

$$a_y = a_{y0} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

که a_{y0} دامنه شتاب اسوی PMM است که به صورت $A \times \omega^2$ محاسبه می‌شود. از طرفی، از نتایج آزمایش می‌توان نتیجه گرفت که نیروی اسوی که به مدل وارد می‌شود به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$F_y = F_{y0} \cos(\omega t + \varphi_F) \quad (3)$$

که F_{y0} دامنه نیروی اسوی و φ_F اختلاف فاز بین سیگنال های اسوی و سرعت اسوی است یعنی فاز سیگنال سرعت اسوی به اندازه φ_F جلوتر از نیروی اسوی است.

گشتاور یاو طی آزمایشهای اسوی خالص به شکل زیر بیان می‌گردد:

$$M_z = M_{z0} \sin(\omega t - \varphi_M) \quad (4)$$

که M_{z0} دامنه گشتاور یاو و φ_M اختلاف فاز بین سیگنال‌های سینوسی گشتاور یاو و سرعت اسوی می‌باشد. این اختلاف فاز بسیار نزدیک ۱۸۰ درجه است و دامنه گشتاور یاو وارد بر مدل‌های مذکور حدود ۲۰ تا ۵۰ (نیوتن در متر) ثبت شده است. داده‌های آزمایش برای M_{z0} و $(\varphi_M - 180)$ درجه در جدول ۳ گزارش شده‌اند.

سری های زمانی خام حاصل از آزمایش به کمک تابع filtfilt نرم افزار MATLAB™ فیلتر شد. این تابع از یک باند فرکانس برای فیلتر کردن سیگنال استفاده نمی‌کند، بلکه مقدار سیگنال در هر لحظه را با میانگین گیری از n نقطه مجاور آن حساب می‌کند که در این مطالعه n برابر ۲۰ استفاده شد. با توجه به اینکه فیلتر مذکور داده‌ها را دوبار: یک بار به جلو و یک بار برگشت به عقب پردازش می‌کند هیچ جابجایی فاز^{۱۵} در نتایج وارد نمی‌شود که این موضوع در تحلیل حاضر از داده‌ها که توجه ویژه‌ای به اختلاف فاز میان سیگنال نیروها و حرکات PMM دارد بسیار مفید است.

۳- نمودار صفحه مجازی^{۱۶}

آنچنان که در جدول ۳ دیده می‌شود، سیگنال نیروی اسوی اختلاف فاز φ_F بزرگتر از $\frac{\pi}{2}$ نسبت به سیگنال سرعت دارد. در شکل ۲ سرعت اسوی برداری به سمت راست، شتاب اسوی برداری به سمت بالا و نیروی اسوی برداری در ربع دوم مختصات دیده می‌شوند. با افزایش زمان، این بردارها در جهت عقربه ساعت می‌چرخند بنابراین بردار سرعت همواره نسبت به بردار نیرو به اندازه زاویه φ_F جلوتر است.

جدول ۳- نتایج آزمایش اسوی خالص برای پنج بدنه زیرسطحی؛ سرعت کشش ۲ متر بر ثانیه

Run No.	LDR	$\varphi_M - 180[\text{deg}]$	Mz0 - [N.m]	$\varphi_F - 90[\text{deg}]$	$F_{y0}[\text{N}]$	$a_0[\text{m/s}^2]$	$v_0[\text{m/s}]$	$\omega [\text{rad/s}]$	A [m]
۱	۸/۵	۱۱/۴	۲۹/۶	۴۴/۹	۱۱۲/۸	۱/۰۳	۰/۵۷	۱/۸	۰/۳۲
۲	۸/۵	۹/۱	۲۸/۳	۴۶/۳	۱۰۱	۰/۸۵	۰/۵۵	۱/۵۳	۰/۳۶
۳	۸/۵	۸/۲	۲۷/۴	۴۹/۷	۹۳/۳	۰/۷۲	۰/۵۵	۱/۳۱	۰/۴۲
۴	۸/۵	۵/۱	۴۰/۶	۵۳/۹	۸۷/۵	۰/۶۱	۰/۵۵	۱/۱	۰/۵
۵	۸/۵	۴/۳	۲۶/۸	۵۹/۴	۹۱/۸	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۸۹	۰/۶۵
۶	۸/۵	-۵/۰	۱۵/۳	۶۳/۳	۳۵/۴	۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۴۴	۰/۷
۷	۸/۵	۱/۳	۲۵/۹	۶۳/۴	۸۶/۱	۰/۳۷	۰/۵۶	۰/۶۶	۰/۸۵
۸	۸/۵	۱/۰	۲۶/۷	۶۴/۶	۹۳/۱	۰/۳۹	۰/۶۰	۰/۶۶	۰/۹
۹	۸/۵	-۱/۰	۲۴/۹	۶۸	۷۷/۶	۰/۲۴	۰/۵۵	۰/۴۴	۱/۲۵
۱۰	۹/۵	۱۱/۸	۳۴/۱	۴۴/۸	۱۲۴/۳	۱/۰۳	۰/۵۷	۱/۸	۰/۳۲
۱۱	۹/۵	۹/۵	۳۲/۷	۴۶/۴	۱۱۱/۸	۰/۸۵	۰/۵۵	۱/۵۳	۰/۳۶
۱۲	۹/۵	۶/۴	۳۱/۵	۴۹/۴	۱۰۰/۹	۰/۷۲	۰/۵۵	۱/۳۱	۰/۴۲
۱۳	۹/۵	۶/۸	۳۰/۲	۵۳/۲	۹۳/۴	۰/۶۱	۰/۵۵	۱/۱	۰/۵
۱۴	۹/۵	۴/۷	۳۰/۶	۵۸	۹۸/۲	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۸۹	۰/۶۵
۱۵	۹/۵	۱/۱	۱۸/۳	۶۲/۲	۳۹/۹	۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۴۴	۰/۷
۱۶	۹/۵	۲/۴	۲۹/۸	۶۲/۹	۹۲/۵	۰/۳۷	۰/۵۶	۰/۶۶	۰/۸۵
۱۷	۹/۵	۱/۴	۳۰/۹	۶۳/۶	۹۹/۹	۰/۳۹	۰/۶۰	۰/۶۶	۰/۹
۱۸	۹/۵	۰/۵	۲۹/۷	۶۷/۴	۹۱/۲	۰/۲۴	۰/۵۵	۰/۴۴	۱/۲۵
۱۹	۱۰/۵	۶/۵	۳۸/۸	۴۲/۲	۱۳۸/۹	۱/۰۳	۰/۵۷	۱/۸	۰/۳۲
۲۰	۱۰/۵	۴/۶	۳۷/۱	۴۲/۸	۱۲۵/۱	۰/۸۵	۰/۵۵	۱/۵۳	۰/۳۶
۲۱	۱۰/۵	۳/۹	۳۵/۸	۴۶/۸	۱۱۲	۰/۷۲	۰/۵۵	۱/۳۱	۰/۴۲
۲۲	۱۰/۵	۳/۲	۳۴/۳	۵۱/۸	۱۰۳/۵	۰/۶۱	۰/۵۵	۱/۱	۰/۵
۲۳	۱۰/۵	۱/۲	۳۵/۲	۵۷/۵	۱۰۷/۵	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۸۹	۰/۶۵
۲۴	۱۰/۵	-۲/۱	۲۰/۷	۶۲/۷	۴۲/۶	۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۴۴	۰/۷
۲۵	۱۰/۵	۲/۱	۳۴/۶	۶۱/۴	۱۰۲/۴	۰/۳۷	۰/۵۶	۰/۶۶	۰/۸۵
۲۶	۱۰/۵	۱/۷	۳۵/۹	۶۰/۳	۱۰۸/۶	۰/۳۹	۰/۶۰	۰/۶۶	۰/۹
۲۷	۱۰/۵	-۰/۳	۳۳/۴	۶۵	۹۵/۱	۰/۲۴	۰/۵۵	۰/۴۴	۱/۲۵
۲۸	۱۱/۵	۳/۵	۴۲/۷	۴۰/۷	۱۴۸/۹	۱/۰۳	۰/۵۷	۱/۸	۰/۳۲
۲۹	۱۱/۵	۳/۸	۴۲	۴۲/۷	۱۳۲/۷	۰/۸۵	۰/۵۵	۱/۵۳	۰/۳۶
۳۰	۱۱/۵	۴/۴	۴۰/۷	۴۵/۹	۱۱۹/۷	۰/۷۲	۰/۵۵	۱/۳۱	۰/۴۲
۳۱	۱۱/۵	۳/۴	۳۸/۴	۵۲	۱۱۱/۳	۰/۶۱	۰/۵۵	۱/۱	۰/۵
۳۲	۱۱/۵	۲/۵	۴۰/۱	۵۶/۷	۱۱۳/۷	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۸۹	۰/۶۵
۳۳	۱۱/۵	۰/۱	۲۴/۲	۶۱/۷	۴۴/۴	۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۴۴	۰/۷
۳۴	۱۱/۵	-۰/۳	۳۹/۱	۶۰/۲	۱۰۴/۱	۰/۳۷	۰/۵۶	۰/۶۶	۰/۸۵
۳۵	۱۱/۵	-۲/۱	۴۱	۵۸/۷	۱۱۲/۷	۰/۳۹	۰/۶۰	۰/۶۶	۰/۹
۳۶	۱۱/۵	-۲/۱	۳۸	۶۷/۴	۹۹/۱	۰/۲۴	۰/۵۵	۰/۴۴	۱/۲۵
۳۷	۱۲/۵	۱/۹	۴۵/۵	۴۰/۸	۱۴۴/۸	۰/۸۵	۰/۵۵	۱/۵۳	۰/۳۶
۳۸	۱۲/۵	۰/۸	۴۵	۴۲/۸	۱۳۰	۰/۷۲	۰/۵۵	۱/۳۱	۰/۴۲
۳۹	۱۲/۵	۲/۸	۴۳	۵۰/۵	۱۱۶/۶	۰/۶۱	۰/۵۵	۱/۱	۰/۵
۴۰	۱۲/۵	۱/۵	۴۴/۸	۵۵/۳	۱۱۸	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۸۹	۰/۶۵
۴۱	۱۲/۵	۱/۰	۲۶/۴	۵۹/۳	۴۴/۲	۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۴۴	۰/۷
۴۲	۱۲/۵	۰/۱	۴۵/۶	۵۸/۲	۱۲۱/۳	۰/۳۷	۰/۵۶	۰/۶۶	۰/۸۵
۴۳	۱۲/۵	۰/۳	۴۵/۶	۵۹/۲	۱۱۸/۴	۰/۳۹	۰/۶۰	۰/۶۶	۰/۹
۴۴	۱۲/۵	-۱/۷	۴۳/۱	۶۴/۱	۱۰۳/۸	۰/۲۴	۰/۵۵	۰/۴۴	۱/۲۵

که β زاویه دررفت است؛ یعنی بتا زاویه بین محور طولی مدل و راستای کشش در طی آزمایش زاویه دار ثابت می باشد. بنابراین، شیب منحنی نیروی اسوی و گشتاور یاو نسبت به زاویه دررفت مقادیر مشتقات Y_v و N_v را نتیجه می دهد. شیب منحنی های مذکور برای مدل بدنه لخت زیر سطحی فینیکس با LDR برابر $8/5$ عبارتند از: $Y_v \sim -110 \text{ N/(m/s)}$ و $N_v \sim -58 \text{ N.m/(m/s)}$ (شکلهای ۲-۱۰ و ۲-۱۱ در [۱]). سپس ضرایب هیدرودینامیکی بی بعد برای بدنه به طول کل $l=1/724 \text{ m}$ (جدول ۱) و سرعت کشش $U=2 \text{ m/s}$ از تقسیم مشتق نیرو بر $0.5\rho U l^2$ و تقسیم مشتق گشتاور بر $0.5\rho U l^3$ بدست می آیند که این ضرایب بی بعد عبارتند از: $Y'_v = -0.37$ و $N'_v = -0.11$. مقدار منفی برای ضریب گشتاور بدان معناست که اثر سینه زیرسطحی غالب است.

به همین ترتیب برای همه پنج بدنه با نسبت طول به قطرهای $8/5$ تا $12/5$ مشتقات نیرو و گشتاور بدون بعد از نتایج آزمایش های زاویه دار ثابت به صورت زیر حساب می شوند:

$$Y'_v = [-0.037, 0.029, 0.024, 0.02, 0.017] \quad (8)$$

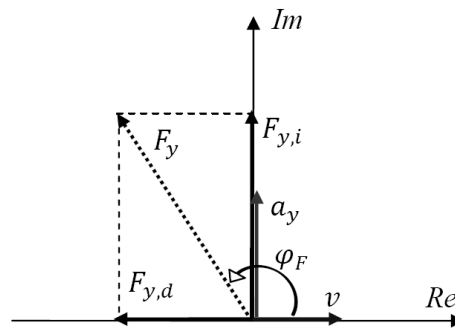
$$N'_v = -10^{-3} \times [11, 8.1, 6.0, 4.5, 3.5] \quad (9)$$

۵- مشتقات نیروی اسوی نسبت به سرعت و شتاب با استفاده از داده های آزمایش اسوی خالص

برای آنکه ضرایب اسوی از نتایج آزمایش اسوی خالص محاسبه شوند، نیروهای اسوی که توسط نیروسنج های عقب و جلو در راستای جانبی ثبت می شوند را به ترتیب F_1 و F_2 می نامیم و هر یک را به مولفه های هم فاز^{۱۷} و خارج از فاز^{۱۸} نسبت به سیگنال جابجایی اسوی $y(t)$ تجزیه می کنیم. سپس نتیجه می شود:

$$F_{in} = F_{1,in} + F_{2,in} \quad F_{out} = F_{1,out} + F_{2,out} \quad (10)$$

دامنه نیروهای هم فاز و خارج از فاز با توجه به نمودار شکل ۲ به ترتیب برابرند با نیروی اینرسی و نیروی میرایی، یعنی:



شکل ۲- بردارهای سرعت، شتاب و نیرو در صفحه اعداد مختلط

اگر بردار نیرو در شکل ۲ در راستای محورهای حقیقی و مجازی تصویر گردد به ترتیب:

(الف) مولفه نیروی میرایی $F_{y,d}$ که هم راستا با بردار سرعت اما خلاف جهت آن است؛ و

(ب) مولفه نیروی اینرسی $F_{y,i}$ که هم جهت با بردار شتاب است بدست می آیند.

آنچنان که در شکل ۲ دیده می شود، دامنه مولفه های میرایی و اینرسی بردار نیروی اسوی به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$F_{y,d} = -F_{y0} \sin(\varphi_F - \frac{\pi}{2}) \quad (5)$$

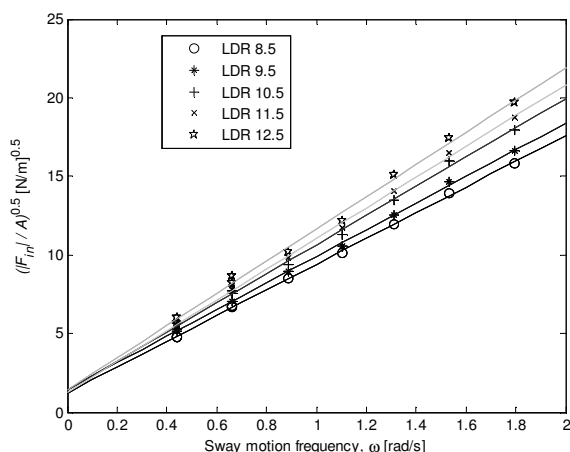
$$F_{y,i} = F_{y0} \cos(\varphi_F - \frac{\pi}{2}) \quad (6)$$

با توجه به داده های آزمایش در جدول ۳، با افزایش فرکانس: (الف) اندازه نیروی اسوی زیاد می شود، (ب) اختلاف فاز φ_F کاهش می یابد، که هر دو مورد باعث می شوند مولفه اینرسی نیروی اسوی بزرگتر شود [۷].

۴- مشتقات N_v و Y_v حاصل از آزمایش های زاویه دار ثابت

در آزمایش زاویه دار ثابت سرعت کشش ازابه U سرعت کل مدل است، بنابراین سرعت اسوی مدل عبارت است از:

$$v = -U \sin \beta \quad (7)$$



شکل ۳- نمودار براساس رابطه (۱۴) برای یافتن مشتق
نیروی اسوی نسبت به شتاب اسوی

سپس، اگر طرفین رابطه (۱۴) را جابجا و شیب خطوط در شکل ۳ و نیز جرم آبرگرفته بدنه ها از جدول ۱ را جاگذاری کنیم، آنگاه مشتق نیروی اسوی Y_v برای پنج بدنه حساب می‌شود. اگر مقادیر بدست آمده بر $\frac{1}{2}\rho l^3$ تقسیم شوند، مشتق بی بعد نیروی اسوی نسبت به شتاب اسوی برای بدنه ها با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$Y'_v = -10^{-3} \times [6.9, 4.5, 4.6, 4.0, 3.4] \quad (16)$$

به علاوه ، جرم های بدون بعد بدنه های لخت زیرسطحی ها با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ از تقسیم جرم های آبرگرفته در جدول ۱ ستون هفتم، بر $\frac{1}{2}\rho l^3$ به ترتیب عبارتند از:

$$m' = 10^{-3} \times [19.2, 15.4, 13.1, 11, 9.4] \quad (17)$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت که بدنه لخت یک زیرسطحی باریک^{۲۰} طی مانور شتاب دار جانبی دارای مشتق نیروی اسوی نسبت به شتاب به بزرگی حدود یک سوم جرم بدون بعد خودش هست. در حقیقت، Y_v همان جرم افزوده^{۲۱} بدون بعد زیر سطحی با یک علامت منفی است.

$$|F_{in}| = F_{y0} \cos(\varphi_F - \frac{\pi}{2}) \quad (11)$$

$$|F_{out}| = F_{y0} \sin(\varphi_F - \frac{\pi}{2})$$

که φ_F زاویه ای است که سرعت اسوی PMM جلوتر از نیروی اسوی است.

سپس مشتقات نوسانی نیروی اسوی نسبت به شتاب اسوی و سرعت اسوی به ترتیب به شکل زیر تعریف می‌شوند [۶]:

$$Y_v = m - (|F_{in}|/a_{y0}) \quad (12)$$

$$Y_v = -|F_{out}|/v_0 \quad (13)$$

که با توجه به توضیحات بخش های قبل، دامنه سرعت و شتاب اسوی PMM در طی یک مانور اسوی خالص برابرند با $v_0 = A \times \omega$ و $a_{y0} = A \times \omega^2$ و m جرم مدل در حالت آبرگرفته، همانطور که در جدول ۱ تعریف شد، است.

اگر روابط (۱۲) و (۱۳) در فرکانس حرکت اسوی ضرب شوند، آنگاه ضرایب هیدرودینامیکی اسوی به شکل زیر محاسبه می‌گردند:

$$(|F_{in}|/A)^{0.5} = (m - Y_v)^{0.5} \text{ شیب منحنی} \quad (14)$$

که نسبت به فرکانس رسم شده مانند شکل ۳.

(۱۵) Y_v = شیب منحنی $|F_{out}|/A$ که نسبت به فرکانس رسم شده مانند شکل ۳.

این روش توسط وان لویون (۱۹۶۴) برای مدل یک شناور سطحی ارائه گردید [۸]. شکل ۳ همانطور که در رابطه (۱۴) بیان شده است با استفاده از داده‌های آزمایش اسوی خالص در جدول ۳ برای پنج بدنه زیرسطحی رسم شده است و خطوطی هم به داده‌های آزمایش چسبانده^{۱۹} شده اند. شیب خطوط مذکور برای بدنه های بلندتر مقدار بزرگتری دارد.

اختلاف عمده‌ای میان بارهای دینامیکی که طی یک آزمایش زاویه‌دار ثابت (شرایط جریان نیمه پایا) و طی یک مانور دینامیکی (شرایط جریان ناپایا)^{۲۶} وجود دارد. در شرایط جریان نیمه پایا بارهای ابرودینامیکی (یا هیدرودینامیکی) که به یک جسم متقارن حول محور در حالت مایل وارد می‌گردند تنها وابسته به وضعیت لحظه‌ای جسم (مثلاً سرعت جریان، زاویه حمله، زاویه لغزش پهلویی^{۲۷}، زوایای صفحات کنترلی نسبت به بدنه و غیره) هستند و در نتیجه مشتق پایداری^{۲۸} (یا ضریب هیدرودینامیکی) متناظر با بارهای مذکور برای توصیف تابعیت مقدار بارگذاری از وضعیت لحظه‌ای جسم کفایت می‌کند.

بر خلاف شرایط بالا، هنگام یک مانور دینامیکی اغلب اختلاف زمانی قابل توجهی میان موقعیت لحظه‌ای مدل و بارهای هیدرودینامیکی لحظه‌ای وجود دارد و این اختلاف زمانی توسط روشهای سنتی، که شامل ویژگی‌های تابع زمان متغیرهای حالت نیستند، قابل پیش بینی نمی‌باشد. به عنوان مثال در [۹] نشان داد شده است که برای اجسام متقارن حول محور اصلی اختلاف زمانی قابل توجهی میان رخداد جدایش جریان در شرایط آزمایش نیمه پایا و ناپایا وجود دارد. نویسندگان [۹] چنان اختلاف زمانی را به افزایش چرخش متصل^{۲۹} روی سطح مدل نسبت می‌دهند که منجر به جلو افتادن زمانی بارگذاری حالت ناپایا نسبت به بارگذاری نیمه پایا می‌گردد.

۶- مشتقات گشتاور یاو نسبت به سرعت و شتاب

با استفاده از داده های آزمایش اسوی خالص

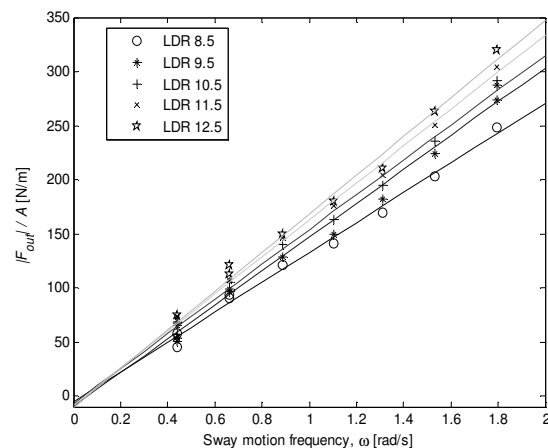
مانند روندی که برای نیرو اسوی انجام شد، مشتقات گشتاور یاونیز به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tilde{N}_{\dot{v}} = G_{in} / a_0, \quad \tilde{N}_v = -G_{out} / v_0 \quad (۱۹)$$

$$G_{in} = -M_{z0} \sin(\varphi_M - \pi), \quad (۲۰)$$

$$G_{out} = M_{z0} \cos(\varphi_M - \pi)$$

با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۰) مشتقات گشتاور یاو (که در فضا دریا^{۳۰} ضرایب نوسانی نیز نامیده می‌شوند [۶]) محاسبه می‌شوند و سپس با تقسیم



شکل ۴- نمودار براساس رابطه (۱۵) برای یافتن مشتق نیروی اسوی نسبت به سرعت اسوی

شکل ۴، همانطور که در رابطه (۱۵) تشریح شده، برای بدست آوردن مشتق نیروی اسوی نسبت به سرعت Y_v رسم می‌شود. سپس مشتق بدست آمده بر $\frac{1}{2} \rho U l^2$ در سرعت کشش $U = 2 \text{ m/s}$ برای تمام آزمایش‌ها، تقسیم می‌شود تا مشتق بی بعد نیروی اسوی نسبت به سرعت اسوی برای پنج بدنه با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ به صورت زیر تعیین شوند:

$$Y'_v = -[0.046, 0.042, 0.035, 0.031, 0.028]_{(۱۸)}$$

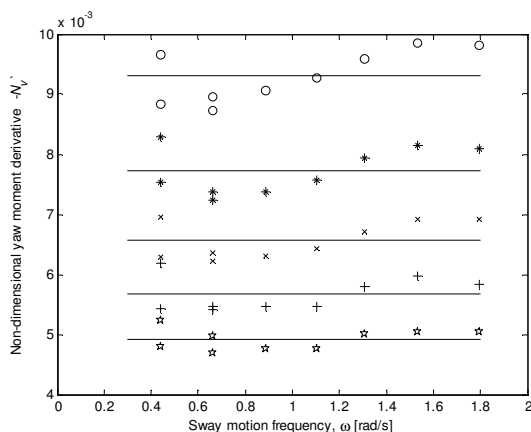
در مقایسه با مقادیر بدست آمده از رابطه (۸) که قبلاً از نتایج آزمایش زاویه دار ثابت محاسبه شدند، مقادیر حاصل در رابطه (۱۸) گرچه تطابق تقریبی دارند، نشان دهنده آن است که مشتق نیروی اسوی نسبت به سرعت طی یک آزمایش دینامیکی، یعنی اسوی خالص، بزرگتر از آزمایش‌های استاتیکی، یعنی زاویه دار ثابت، هستند. این مشاهده ممکن است روایی^{۳۲} محاسبه Y_v از آزمایش زاویه دار ثابت (که روش متداول است) را مورد تردید قرار دهد.

طی آزمایش زاویه دار ثابت، اگر چه زاویه یاو مدل ثابت است، جریان آب از روی بدنه می‌تواند پدیده‌های جدایش جریان^{۳۳} و کنده شدن گردابه^{۳۴} را به نمایش گذارد، بنابراین این نوع جریان نیمه پایا^{۳۵} لحاظ می‌شود. در مرجع [۹] نشان داده شده است که

فرکانس صفر ادامه پیدا کند، آنگاه برای پنج بدنه با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ داریم:

$$N'_v = -10^{-3} \times [9.3, 7.7, 6.6, 5.7, 4.9] \quad (22)$$

در مقایسه با مقادیر حاصل از رابطه (۹) که قبلاً بدست آمدند، مقادیر حاصل در رابطه (۲۲) نشان می‌دهد که مشتق گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی طی یک آزمایش دینامیکی تا حدی با آزمایش استاتیکی تفاوت دارند.



شکل ۶- مشتق بدون بعد گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی طی آزمایش‌های اسوی خالص

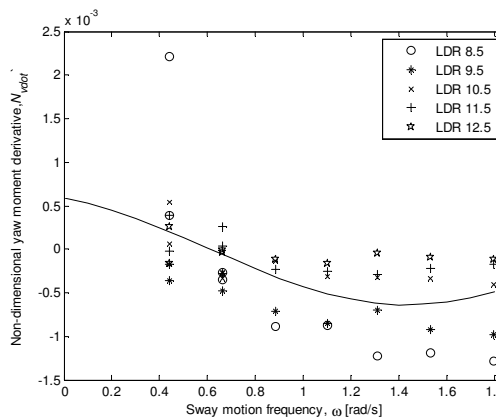
۷- ترسیم مشتقات نسبت به LDR

اگر داده‌های روابط (۸) و (۱۸) که به ترتیب نتایج آزمایش‌های دینامیکی و استاتیکی برای مشتق بدون بعد نیروی اسوی نسبت به سرعت اسوی پنج بدنه لخت با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ بودند، نسبت به LDR در یک نمودار رسم شوند، دو منحنی شکل ۷ بدست می‌آیند. به همین ترتیب، اگر داده‌های روابط (۹) و (۲۲) که به ترتیب نتایج آزمایش‌های دینامیکی و استاتیکی برای مشتق بدون بعد گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی بودند، نسبت به LDR در یک نمودار رسم شوند، دو منحنی شکل ۸ بدست می‌آیند.

خطوطی که در شکل ۷ به نتایج آزمایش استاتیکی و دینامیکی نسبت داده شده‌اند به ترتیب عبارتند از:

$$Y'_v - fit - static = 0.005 \times LDR - 0.077 \quad (23)$$

مشتق سرعت و شتاب به ترتیب بر $\frac{1}{2} \rho U^3$ و $\frac{1}{2} \rho l^4$ بی بعد می‌شوند که مقادیر این مشتقات بدون بعد در شکل‌های ۵ و ۶ رسم شده‌اند.



شکل ۵- مشتق بدون بعد گشتاور یاو نسبت به شتاب اسوی طی آزمایش‌های اسوی خالص

در شکل ۵ دیده می‌شود که مشتق گشتاور یاو نسبت به شتاب اسوی هنگام مانور اسوی خالص، مقدار بدون بعد N'_v نزدیک به صفر دارد که با افزایش فرکانس مانور بالاتر از $\omega/6$ (rad/s) مقدار آن منفی می‌شود. یک منحنی سینوسی به صورت زیر:

$$N'_v = a \cdot \sin(b\omega + c) \quad (24)$$

$$= 0.6 \times 10^{-3} \sin(1.9\omega + 8.26)$$

از میان کل داده‌های آزمایش در شکل ۵ عبور داده شده که عرض از مبدا آن در فرکانس صفر برابر $N'_v \approx 0.5 \times 10^{-3}$ است. برای مدل یک شناور سطحی نیز مقدار N'_v برابر 10^{-3} با تغییرات مشابه شکل ۵ نسبت به فرکانس گزارش شد [۸] (شکل ۹ (ب) در مرجع [۶] را ببینید).

مشتق گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی خالص مهمتر از مشتق شتاب گشتاور یاو است. طبق شکل ۶ داده‌های آزمایش حول یک مقدار متوسط ثابت که خطی پر برای هر LDR است جمع شده‌اند. مشاهده می‌شود که برای بدنه بلندتر مشتق بدون بعد N'_v مقدار کوچکتری دارد. اگر مقدار متوسط ثابت به

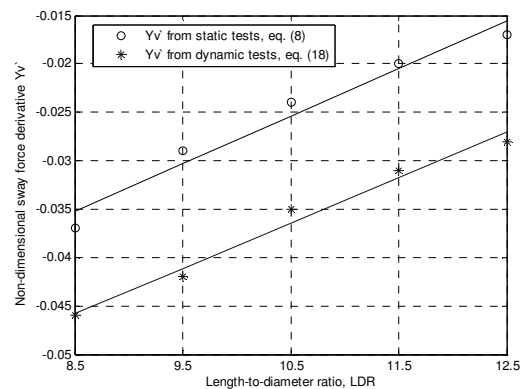
(۲۴)

$$Y'_v \text{ fit_dynamic} = 0.005 \times LDR - 0.086$$

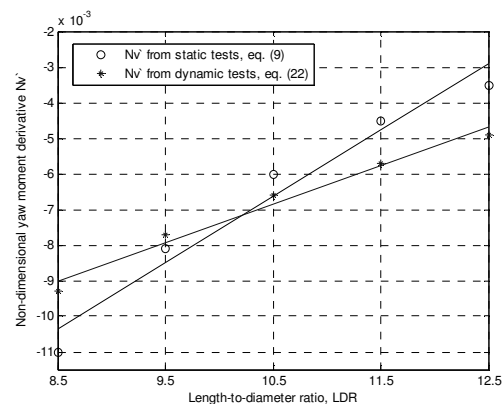
و خطوط شکل ۸ برای نتایج آزمایش استاتیکیو دینامیکی به ترتیب عبارتند از:

$$N'_v \text{ fit_static} = 0.002 \times LDR - 0.026 \quad (۲۵)$$

$$N'_v \text{ fit_dynamic} = 0.001 \times LDR - 0.018 \quad (۲۶)$$



شکل ۷- مشتق بدون بعد نیروی اسوی نسبت به سرعت اسوی Y'_v بر اساس LDR رسم شده



شکل ۸- مشتق بدون بعد گشتاور یاو نسبت به سرعت اسوی N'_v بر اساس LDR رسم شده

مسلماً، خطوطی که در شکلهای ۷ و ۸ به داده‌های آزمایش نسبت داده شده‌اند. در بازه LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ درست هستند و نباید برای برون یابی بیرون از این بازه استفاده شوند. همچنین لازم به توجه است که شیب خطوط مثبت است، اما در واقع برای یک بدنه باریک تر

(نسبت طول به قطر بزرگتر) بزرگی (قدر مطلق) مشتقات کوچکتر است. نهایتاً، باید توجه شود که فرکانس مانورها بر دامنه و فاز نیروی اسوی و گشتاور یاو طی آزمایش‌های اسوی خالص اثر دارد.

۸- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

پس از تحلیل داده‌های آزمایش برای مانورهای اسوی خالص با کمک PMM برای بدنه‌های لخت یک زیرسطحی مشاهدات زیر انجام شد:

۱- آزمایش‌های زاویه دار ثابت به طور متداول برای تعیین مشتقات هیدرودینامیکی نیروی اسوی و گشتور یاو نسبت به سرعت اسوی استفاده می‌شوند؛ مقادیر N_v و Y_v برای بدنه‌های لخت با نسبت طول به قطر (LDR) ۸/۵ تا ۱۲/۵ گزارش شدند.

۲- نتایج آزمایش‌های اسوی خالص برای تعیین مشتقات هیدرودینامیکی نیروی اسوی و گشتور یاو نسبت به سرعت اسوی و شتاب اسوی مفید هستند؛ در این مقاله، مقادیر Y_v و N_v برای بدنه‌های لخت با LDR ۸/۵ تا ۱۲/۵ گزارش شدند.

۳- مشاهده شد که مقادیر مشتقات هیدرودینامیکی براساس داده‌های آزمایش دینامیکی با مقادیر همان مشتقات حاصل از داده‌های آزمایش استاتیکی یکسان نیستند.

کلید واژگان

1-Static yaw

در این حالت مدل با یک زاویه یاو ثابت بسته و در طول حوضچه کشیده می‌شود.

2-Pure sway

در این حالت مدل در حال کشیده شده در طول حرکت جانبی هم دارد.

3-Pure yaw

در این حالت مدل در مسیر زیگزاگ همواره مماس بر مسیر کشیده می‌شود.

4- National Research Council- Institute for Ocean Technology

5- Bare hull

6- Struts

7- Streamlined

8- balance

N_v شیب منحنی گشتاور یابو نسبت به شتاب اسوی در مبدا	مختصات
β زاویه دریافت مدل ^{۳۱} [deg]	
ρ چگالی آب ^{۳۱} [kg/m ³]	
ω فرکانس حرکت اسوی PMM	
ϕ_F اختلاف فاز بین سیگنال های نیروی اسوی سینوسی و سرعت اسوی سینوسی	
ϕ_M اختلاف فاز بین سیگنال های گشتاور یابو نیروی اسوی سینوسی و سرعت اسوی سینوسی	

۹- مراجع

- 1-Azarsina, F., "Experimental Hydrodynamics and Simulation of Manoeuvring of an Axisymmetric Underwater Vehicle," PhD thesis, Memorial University, April 2009.
- 2-Hewitt, G. and Waterman, E., "Phoenix Model Measurement and Bifilar Swinging," NRC-IOT Report SR-2005-29, December 2005.
- 3-Williams, C.D., Curtis, T.L., Doucet, J.M., Issac, M.T. and Azarsina, F., "Effects of Hull Length on the Manoeuvring Characteristics of a Slender Underwater Vehicle," OCEANS'06 MTS/IEEE-Boston Conference, September 18 to 21, 2006.
- 4-Principles of Naval Architecture, Comstock, J.P. (ed), 1967, Chapter VIII Ship Maneuvering and Control, SNAME, 5th reprint 1980.
- 5-Goodman, A., "Experimental techniques and methods of analysis used in submerged body research," Proc. 3rd Symposium on Naval Hydrodynamics, September 19 to 22, 1960, Scheveningen, The Netherlands.
- 6-Bishop, R.E.D., and Parkinson, A.G., "On the Planar Motion Mechanism used in Ship Model Testing," Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, Volume 266, Issue 1171, pp. 35-61, 1970.
- 7-Azarsina, F., Williams, C.D., and Issac, M.T., "Modelling the Hydrodynamic Sway Force Exerted on the Bare-Hull of an Axisymmetric Underwater Vehicle in Lateral Acceleration Manoeuvres," OCEANS'08 MTS/IEEE, Quebec City, September 15 to 18, 2008.
- 8-Van Leeuwen, G., "The Lateral Damping and Added Mass of an Oscillating

- 9- Ground / Dead
- 10- Live / metric
- 11- Bifilar pendulum
- 12- Radius of gyration
- 13-Loadcell
- 14- Captive Manoeuvring tests
- 15- Phase shift
- 16- Imaginary plane
- 17- In-phase
- 18- Out-of-phase
- 19- Curve fit
- 20- Slender
- 21- Added mass
- 22- Validity
- 23- Flow-separation
- 24- Vortex-shedding
- 25- Quasi-steady
- 26-Unsteady flow
- 27-Sideslip angle
- 28-Stability-derivative
- 29- Attached circulation
- 30-Aeronatics
- 31-Drift

در اینجا یعنی زاویه برخورد میان جریان آب و مدل

علائم

A	دامنه حرکت جانبی (اسوی) [m]
CB	مرکز شناوری
CG	مرکز جرم
LDR	نسبت طول به قطر
LOA یا I	طول کل مدل [m]
PMM	مکانیزیم حرکت صفحه ای
a_y	شتاب اسوی (جانبی) [m/s ²]
F_y, Y	نیروی اسوی [N]
M_z, N	گشتاور یابو [N.m]
m	جرم مدل با احتساب آبگرفتگی [kg]
U	سرعت ارا به کشش [m/s]
v	سرعت اسوی [m/s]
y(t)	جابجایی اسوی مدل [m]
Y'	نیروی اسوی بدون بعد
N'	گشتاور یابو بدون بعد
Y_v	شیب منحنی نیروی اسوی نسبت به سرعت اسوی در مبدا
مختصات	
N_v	شیب منحنی گشتاور یابو نسبت به سرعت اسوی در مبدا
مختصات	
Y_v	شیب منحنی نیروی اسوی نسبت به شتاب اسوی در مبدا
مختصات	

Flow Separation on a Maneuvering Axisymmetric Body", Journal of Aircraft, vol. 44, no. 4, July-August 2007.

Shipmodel", 1964 Publ. Shipbuilding Lab. Univ. Tech. Delft. No. 23.
9-Hosder, S. and Simpson, R.L., "Experimental Investigation of Unsteady