

بهنگام‌رسانی مدل سازه بدنه شناور به وسیله معادله حساسیت تابع انتقال پذیری

احمد ایزدی^۱، اکبر اسفندیاری^{۲*}^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، a_izadi@aut.ac.ir^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، a_esfandiari@aut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

این مطالعه یک رویکرد جدید بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود مبتنی بر حساسیت را برای تخمین پارامترهای سازه‌ای با استفاده از داده‌های مبتنی بر خروجی ارائه نموده و یک معادله حساسیت شبه دقیق بر اساس داده‌های تابع انتقال‌پذیری را معرفی می‌نماید. پاسخ‌های سازه‌ای اندازه‌گیری‌شده سازه آسیب دیده برای بهبود دقت معادله حساسیت در روابط ریاضی گنجانده شده‌اند. برای بهبود نتایج تخمین پارامتر، مجموعه معادلات حساسیت نرمال شده، با الگوریتم حداقل مربعات حل شده‌اند. عملکرد روش پیشنهادی، بر اساس داده‌های عددی مدل پوسته بدنه یک شناور ارزیابی می‌شود. از رویکردهای مناسب برای انتخاب نقاط تحریک و جای‌گذاری بهینه حسگر استفاده شده است. پایداری روش پیشنهادی در برابر خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی جرم، و ناقص بودن پاسخ‌های اندازه‌گیری شده، مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۱۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۷

کلمات کلیدی:

شناسایی خرابی

بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود

داده‌های مبتنی بر خروجی

تابع انتقال‌پذیری

معادله حساسیت شبه دقیق

FEM updating of ship structure by the sensitivity equation of transmissibility function

Ahmad Izadi¹, Akbar Esfandiari^{2*}¹ PHD Student, Maritime Engineering Department / Amir Kabir University of Technology; a_izadi@aut.ac.ir² Associate Professor, Maritime Engineering Department / Amir Kabir University of Technology; a_esfandiari@aut.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 1 Nov 2022

Accepted: 8 Dec 2022

Keywords:

Damage identification

Finite element model updating

Output-only data

Transmissibility function

Quasi exact sensitivity equation

ABSTRACT

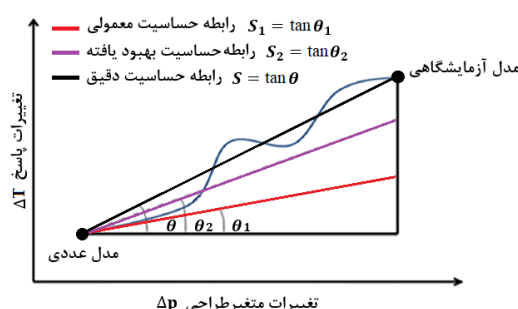
This study presents a novel sensitivity-based finite element model updating approach to estimate structural parameters using output-only data. A quasi-exact sensitivity relation based on transmissibility data is introduced. Partially measured structural responses are included in mathematical formulations to address incomplete measurement problems and improve the accuracy of the sensitivity relationship. The least-squares algorithm is used to solve the normalized set of equations, and also a weighting approach is used to improve the parameter estimation results. The performance of the proposed method is evaluated based on numerical data of a ship structure model. Appropriate approaches have been used to select the excitation points and optimal sensor placement. The stability of the proposed method against measurement and mass modelling errors, and incompleteness of the measured responses are studied.

۱ - مقدمه

شناسایی خرابی و پایش سلامت در سازه‌های مهندسی از اهمیت بسزایی برخوردار است. سازه‌های مهندسی هوافضا، عمران و دریا در حین عملیات و سرویس دهی در معرض عوامل مخربی مانند خستگی، خوردگی، بارهای بیش از حد

برآورد و تصادف قرار دارند [۱]. وقوع خرابی در چنین سازه‌هایی می‌تواند باعث بروز فجایع انسانی، زیان‌های اقتصادی و مشکلات زیست محیطی جبران ناپذیری شود [۲]. از این‌رو، روش‌های تشخیص خرابی سازه‌ای برای جلوگیری از شکست سازه‌ها پیشنهاد شده است. در

معرفی شده‌اند [۲۵]. در شکل ۲ طی یک نمودار شماتیک، معادلات حساسیت مختلف نشان داده شده است. نرخ تغییرات (معادله حساسیت) به دست آمده توسط مشتق تابع خطا با $\tan\theta_1$ نشان داده شده است. رابطه حساسیت دقیق، غیرقابل دسترسی به دلیل اندازه گیری ناقص، به عنوان $\tan\theta$ نشان داده شده است. نرخ مطلوب تغییرات یا معادله حساسیت بهبود یافته، که نزدیک به مقدار دقیق است، با $\tan\theta_2$ نشان داده شده است [۲۶].



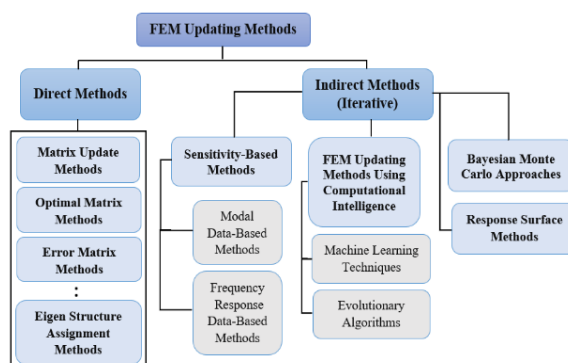
شکل ۲. نمودار شماتیک مسئله بهنگام‌رسانی و ویژگی معادله حساسیت بهینه [۲۶]

تغییرات قابل توجه در پاسخ‌های سازه‌ای (به دلیل تغییرات در پارامترهای سازه‌ای) باعث ناکارآمدی روش‌های مبتنی بر مشتق و معادلات حساسیت به دست آمده از روش‌های عددی مانند تفاضل محدود می‌شود. از این رو، استخراج معادلات حساسیت بهبود یافته برای بهنگام‌رسانی مدل دقیق مورد نیاز می‌باشد. در سایر تحقیقات، شکل مودهای اندازه‌گیری شده سازه آسیب‌دیده توسط لین^۱ و همکاران [۲۷] و یک معادله حساسیت بهبود یافته برای تغییرات شکل مود پیشنهاد شد. چن و ماونگ^۲ [۲۸] و اسفندیاری^۳ [۲۹] شکل مودهای سازه آسیب‌دیده را برای استخراج معادله حساسیت بهبود یافته استفاده نمودند. اسفندیاری و همکاران [۳۰] معادلات حساسیت بهبود یافته را بر اساس داده‌های فرکانس طبیعی تجربی بیان کردند. اسفندیاری و واحدی^۴ [۳۱] فرمول وانگ^۵ [۳۲] را برای تخمین تغییرات شکل مود توسط فرکانس‌های طبیعی تا حدی اندازه‌گیری شده بهبود دادند.

داده‌های حوزه فرکانس مانند تابع پاسخ فرکانسی (FRF^۶)، تابع چگالی طیفی توان (PSD^۷) و تابع انتقال پذیری (TF^۸) با تغییر در پارامترهای سازه‌ای تغییرات زیادی می‌کنند. بنابراین، معادلات حساسیت با دقت بالا برای بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود بهبود یافته ضروری هستند. دقت انواع

روش‌های مبتنی بر ارتعاش، از پارامترهای ارتعاشی سازه‌ها برای شناسایی خرابی در سازه استفاده می‌شود. فلسفه روش‌های مبتنی بر ارتعاش در این واقعیت نهفته است که خرابی در سازه باعث تغییراتی در خصوصیات فیزیکی سازه می‌شود. در مرجع [۳] به طور خلاصه روش‌های مبتنی بر ارتعاش معرفی شده است. محققان تغییرات در شکل مود [۴ و ۵]، فرکانس‌های طبیعی [۶ و ۷]، توابع پاسخ فرکانسی (FRF) [۸ و ۹]، انرژی کرنش مودال [۱۰ و ۱۱]، انحنای شکل مود [۱۲ و ۱۳]، پاسخ استاتیکی [۱۴ و ۱۵]، نرمی مودال [۱۶]، نیروهای باقیمانده [۱۷]، پارامترهای تابع انتقال [۱۸]، امیدان‌های مکانیکی [۱۹] را برای برآورد پارامترهای سازه‌ای مورد مطالعه قرار داده‌اند. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته رویکردهای مبتنی بر مدل و مستقل از مدل دسته‌بندی نمود.

بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود یک مسئله معکوس در تخمین پارامترهای سازه‌ای می‌باشد که منجر به تطابق بیشتر پاسخ‌های عددی و آزمایشگاهی می‌شود [۲۰]. وقوع خرابی باعث تفاوت بین پاسخ‌های مدل اجزاء محدود و سازه آسیب‌دیده می‌شود. اختلاف بین پاسخ‌ها را می‌توان با تفاوت بین پارامترهای سازه آسیب‌دیده و مدل اجزاء محدود نمایش داد. اختلاف مشاهده شده را می‌توان با تنظیم مدل اجزاء محدود به صورت محلی به حداقل رساند. تکنیک‌های مختلفی برای بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود توسعه یافته‌اند [۲۱-۲۳]، که به دو دسته اصلی، روش‌های مستقیم و غیرمستقیم یا تکراری تقسیم می‌شوند (شکل ۱) [۲۴].



شکل ۱. رویکردهای بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود [۲۴]

روش‌های مختلفی جهت بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود مبتنی بر حساسیت برای تشخیص آسیب‌های سازه‌ای

مختلف معادلات حساسیت برای بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود توسط لین و همکاران بررسی شده است [۲۶]. صناعی و همکاران [۳۳]^۹ از داده‌های تجربی حوزه فرکانس بر اساس معادله حساسیت بهبود یافته استفاده نمودند. بایبوردی^{۱۰} و اسفندیاری [۴۴] معادله حساسیت بهبود یافته را بر اساس داده‌های حوزه زمان معرفی کردند.

بارهای تحریک به‌عنوان ورودی برای تحلیل سازه و بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود در بسیاری از روش‌ها ضروری هستند. الزامات بارگذاری و محدودیت‌های منابع تحریک، بحرانی‌ترین چالش در بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود سازه‌های بزرگ و پیچیده است. بارگذاری کنترل شده در شرایط واقعی و عملیاتی بسیار دشوار یا غیرممکن است. علاوه بر این، برخی از نیروهای وارد شده به سازه‌ها توسط باد، زلزله، وسائط نقلیه و امواج دریا قابل اندازه‌گیری نیستند. بنابراین، روش‌های مبتنی بر خروجی به میزان قابل توجهی اثر عوامل اجتناب‌ناپذیر ذکر شده را از بین می‌برند. روش‌های مبتنی بر انتقال‌پذیری عمدتاً به‌عنوان یک روش مبتنی بر خروجی در سال‌های اخیر استفاده شده‌اند. ژو و عبدالوهاب^{۱۱} [۳۴] شاخص‌های آسیب را برای تشخیص آسیب سازه‌ای توسط انتقال‌پذیری ارائه کردند. ژو و همکاران [۳۵] یک تابع انتقال‌پذیری جدید را برای افزایش عملکرد آن در تشخیص حالت‌های خرابی پیشنهاد کردند. ژو و همکاران [۳۶] یک روش انتقال‌پذیری بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده توسط اسکن ماورای صوتی یک لوله فولادی را توسعه دادند. خلیل و الجنیده^{۱۲} [۳۷] اپراتورهای قابلیت انتقال را برای تشخیص آسیب سازه‌ای بال‌های هواپیما با استفاده از نرم‌افزار مبتنی بر مدل اجزاء محدود به‌کار بردند. یان و همکاران^{۱۳} [۳۸] چالش‌های تحلیل تابع انتقال‌پذیری، جهت نظارت بر سلامت سازه‌ای و شناسایی سیستم را مورد بررسی و بحث قرار دادند. علاوه بر این، یک روش شناسایی آسیب سازه‌ای مبتنی بر خروجی بر اساس یک معادله حساسیت با استفاده از مفهوم انتقال‌پذیری توسط ژو و همکاران [۳۹] ارائه شد. این معادله حساسیت بوسیله تمایز پاسخ بازسازی شده با توجه به پارامترهای ناشناخته استخراج گردید. ایزدی^{۱۴} و اسفندیاری [۲۴] نیز یک معادله حساسیت شبه دقیق بهبود یافته را بر اساس داده‌های انتقال‌پذیری پیشنهاد کردند. تحقیق پیش رو، رویکرد جدیدی را برای بهنگام‌رسانی مدل

اجزاء محدود بر اساس معادله حساسیت بهبود یافته، توسط داده‌های انتقال‌پذیری ارائه می‌کند. معادله حساسیت ارائه شده تغییرات در داده‌های انتقال‌پذیری را به‌عنوان تابعی از متغیرهای طراحی سازه بیان می‌کند. دقت رابطه حساسیت با ترکیب پاسخ‌های سازه‌ای اندازه‌گیری شده در فرمول‌های ریاضی بهبود یافته است. معادلات استخراج شده با روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای سازه‌ای حل گردیدند. از یک روش وزن دهی مناسب نیز برای بهبود نتایج تخمین پارامتر استفاده شده است. به‌منظور تایید قابلیت معادله حساسیت ارائه شده، از داده‌های انتقال‌پذیری آلوده به خطای مدل پوسته بدنه یک شناور استفاده شده است. معادله حساسیت پیشنهادی یک الگوریتم بهنگام‌رسانی مدل قوی را با حضور خطاهای مدل‌سازی و اندازه‌گیری ارائه می‌نماید.

۲- روابط تئوری

پاسخ حوزه فرکانسی یک سازه n درجه آزادی را می‌توان به‌صورت رابطه (۱) تعریف نمود:

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \quad (1)$$

در رابطه (۱)، $\mathbf{X}(\omega)$ و $\mathbf{F}(\omega)$ به‌ترتیب بردارهای $(n \times 1)$ پاسخ و نیروی اعمالی هستند. ω فرکانس زاویه‌ای بار تحریک است. $\mathbf{H}(\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی، یک ماتریس $(n \times n)$ است که به‌صورت رابطه (۲) بیان می‌شود:

$$\mathbf{H}(\omega) = (-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} = \mathbf{Z}(\omega)^{-1} \quad (2)$$

$\mathbf{K}$ ، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{M}$ به‌ترتیب ماتریس‌های $(n \times n)$ سختی، میرایی و جرم هستند و $j = \sqrt{-1}$ می‌باشد. تابع انتقال‌پذیری به‌عنوان نسبت پاسخ‌های سازه‌ای حوزه فرکانس در دو نقطه مختلف، به‌صورت رابطه (۳) عنوان می‌شود:

$$\mathbf{T}_{(i,j)}(\omega) = \frac{\mathbf{X}_i(\omega)}{\mathbf{X}_j(\omega)} \quad (3)$$

در رابطه (۳)، $\mathbf{X}_i(\omega)$ و $\mathbf{X}_j(\omega)$ به‌ترتیب پاسخ‌های سازه‌ای در درجات آزادی i ام و j ام هستند. با فرض اینکه یک بار متمرکز منفرد در درجه آزادی b ام اعمال شود، تابع انتقال‌پذیری بر اساس ورودی‌های تابع پاسخ فرکانسی به‌صورت رابطه (۴) به‌دست می‌آید:

اساس تابع انتقال پذیری در وضعیت آسیب دیده را می توان به صورت رابطه (۵) نمایش داد:

در رابطه (۵)، بالانویس "D" وضعیت آسیب دیده و بالا نویس "I" وضعیت اولیه سازه را نشان می دهد. با انجام روابط جبری، رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) بیان می شود:

$$\mathbf{T}_{(i,j)}(\omega) = \frac{\mathbf{H}_{(i,b)}(\omega)\mathbf{F}_b(\omega)}{\mathbf{H}_{(j,b)}(\omega)\mathbf{F}_b(\omega)} = \frac{\mathbf{H}_{(i,b)}(\omega)}{\mathbf{H}_{(j,b)}(\omega)} \quad (4)$$

در رابطه (۴)، $\mathbf{H}_{ib}(\omega)$ و $\mathbf{H}_{jb}(\omega)$ ورودی های ماتریس تابع پاسخ فرکانسی هستند. آسیب های سازه ای باعث تغییراتی در تابع پاسخ فرکانسی با مقدار $\Delta\mathbf{H}(\omega)$ می گردد. بر این

$$\mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega) = \frac{\mathbf{H}_{(i,b)}^D(\omega)}{\mathbf{H}_{(j,b)}^D(\omega)} = \frac{\mathbf{H}_{(i,b)}^I(\omega) + \Delta\mathbf{H}_{(i,b)}(\omega)}{\mathbf{H}_{(j,b)}^I(\omega) + \Delta\mathbf{H}_{(j,b)}(\omega)} \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,b)}^I(\omega) - \mathbf{H}_{(i,b)}^I(\omega) = \Delta\mathbf{H}_{(i,b)}(\omega) - \mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\Delta\mathbf{H}_{(j,b)}(\omega) \quad (6)$$

$$\Delta\mathbf{H}_{(i,j)}(\omega) = -\mathbf{H}_{(i,j)}^D(\omega)(-\omega^2\Delta\mathbf{M} + j\omega\Delta\mathbf{C} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{H}_{(i,j)}^I(\omega) \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,b)}^I(\omega) - \mathbf{H}_{(i,b)}^I(\omega) = \mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,:)}^D(\omega)\Delta\mathbf{K}\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) - \mathbf{H}_{(i,:)}^D(\omega)\Delta\mathbf{K}\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) \quad (8)$$

تغییرات ماتریس سختی سازه را می توان به صورت مجموع تغییرات ماتریس های سختی در اجزاء بیان نمود:

$$\Delta\mathbf{K} = \sum_{n=1}^{n_e} \mathbf{K}_n \Delta\mathbf{P}_n \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، n_e تعداد اجزاء در سازه است و متغیر $\Delta\mathbf{P}_n$ پارامتر ناشناخته ای است که تغییرات نسبی پارامتر سختی n ام را نشان می دهد. با جایگزینی معادله (۱۰) در معادله (۸)، معادله (۱۱) حاصل می شود:

تغییرات تابع پاسخ فرکانسی را می توان به صورت رابطه (۷) بیان نمود [۴۰]، همچنین با فرض اینکه آسیب های سازه ای تنها منجر به تغییر در ماتریس سختی می شود، از تغییرات در جرم و میرایی صرف نظر می نماییم. با جایگزین نمودن معادله (۷) در معادله (۶)، تغییرات در تابع انتقال پذیری به صورت رابطه (۸) بیان می شود. سمت چپ رابطه (۳-۳۲) را برابر با $\Delta\mathbf{N}$ قرار می دهیم.

$$\Delta\mathbf{N} = \mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,b)}^I(\omega) - \mathbf{H}_{(i,b)}^I(\omega) \quad (9)$$

$$\Delta\mathbf{N} = \sum_{n=1}^{n_e} \left(\mathbf{H}_{(i,:)}^D(\omega)\mathbf{K}_n\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) - \mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,:)}^D(\omega)\mathbf{K}_n\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) \right) \Delta\mathbf{P}_n \quad (11)$$

$$\Delta\mathbf{N} = \sum_{n=1}^{n_e} \mathbf{S}_n(\omega)\Delta\mathbf{P}_n \quad (12)$$

$$\mathbf{S}_n(\omega) = \mathbf{H}_{(i,:)}^D(\omega)\mathbf{K}_n\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) - \mathbf{T}_{(i,j)}^D(\omega)\mathbf{H}_{(j,:)}^D(\omega)\mathbf{K}_n\mathbf{H}_{(:,b)}^I(\omega) \quad (13)$$

کیفیت آن به عوامل مختلفی از جمله انواع تحریک، مکان های تحریک، انواع حسگر و استراتژی جای گذاری حسگر، دقت مدل ریاضی، روش های عددی مورد استفاده برای حل سیستم معادلات و محدوده فرکانسی انتخابی وابسته است. برای بهنگام رسانی مدل، توجه کافی به این عوامل می تواند باعث به حداقل رساندن خطاهای بهنگام رسانی مدل اجزاء محدود شود. از آنجا که تابع انتقال پذیری داده های بیشتری را نسبت به تابع پاسخ فرکانسی ارائه می نماید. انتظار می رود که نتایج

تغییرات در تابع $\Delta\mathbf{N}$ را می توان به فرم رابطه (۱۲) بیان نمود. $\mathbf{S}_n(\omega)$ معادله حساسیت تابع انتقال پذیری مرتبط با پارامترهای سختی n ام در معادله (۱۳) معرفی می شود. با توجه به معادله (۱۲)، از روش های حل مانند تجزیه مقدار منفرد (SVD^{15}) و حداقل مربعات (LS^{16})، برای تعیین تغییرات در پارامترهای سختی می توان استفاده نمود. در این تحقیق، از روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای سختی استفاده می شود. تعیین پارامترهای پیش بینی شده توسط معادله (۱۲) تا حد امکان دقیق و

تخمین پارامتر دارند. رویه روش پیشنهادی شناسایی آسیب را می‌توان در فلوچارت شکل ۳ مشاهده نمود. محاسبه تابع پاسخ فرکانسی سازه آسیب دیده برای قرار دادن در معادله (۱۱) ضروری است. با این حال، به دلیل غیر عملی بودن تحریک و اندازه‌گیری در تمام درجات آزادی، اندازه‌گیری کامل $\mathbf{H}^D(\omega)$ عملی نیست. در روش‌های تکراری، مقدار $\mathbf{H}^D(\omega)$ را می‌توان با مقدار تابع پاسخ فرکانسی سازه اولیه تقریب زد. ماتریس تابع پاسخ فرکانسی را می‌توان با استفاده از شکل مودها، فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی بر اساس معادله (۱۴) تعریف کرد:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_i \varphi_i^T}{\Omega_i^2 - \omega^2 + 2j\xi_i \Omega_i \omega} \quad (14)$$

که در آن Ω_i ، φ_i و ξ_i به ترتیب فرکانس طبیعی، شکل مود و نسبت میرایی i ام و ω نیز فرکانس زاویه‌ای تحریک است. به منظور تخمین $\mathbf{H}^D(\omega)$ ، می‌توان از شکل تجزیه شده معادله (۱۴) که متشکل از پارامترهای مودال است استفاده نمود. بر این اساس، $\mathbf{H}^D(\omega)$ با استفاده از شکل مودهای سازه اولیه، فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده سازه آسیب دیده و نسبت میرایی اندازه‌گیری شده سازه اولیه تقریب زده می‌شود [۹].

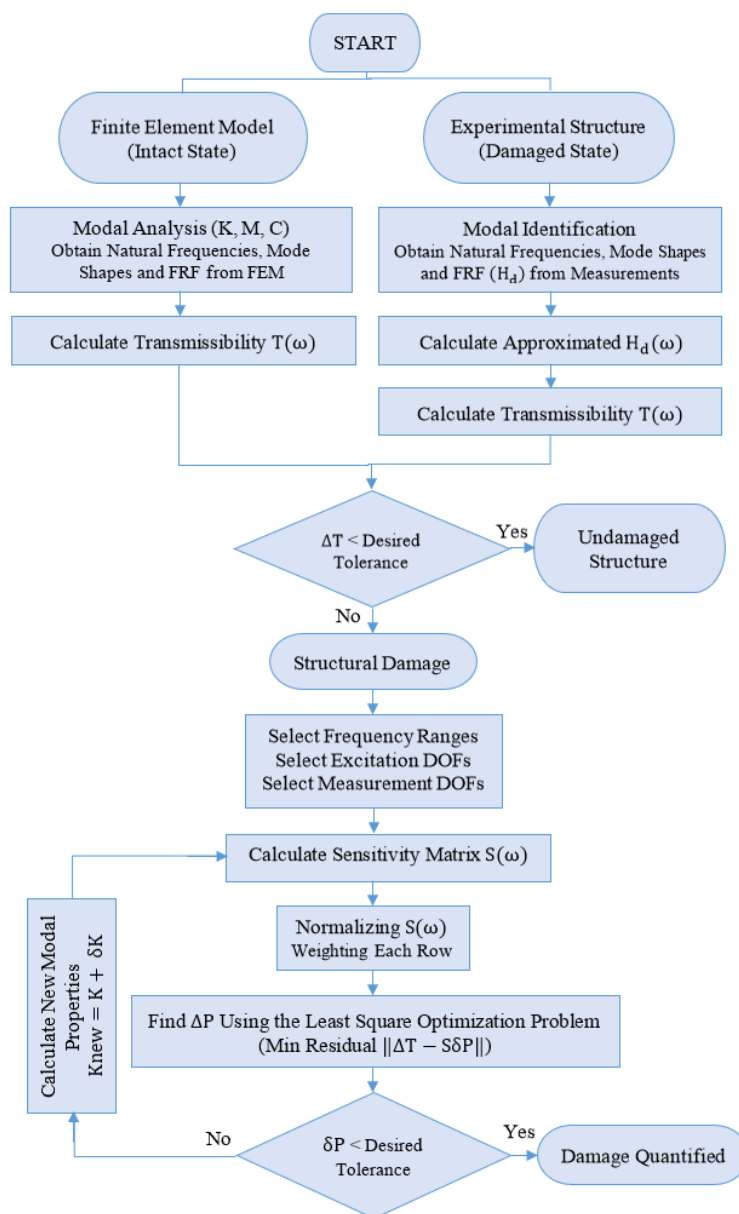
$$\mathbf{H}_D^{App}(\omega) \cong \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_i \varphi_i^T}{\Omega_{iD}^2 - \omega^2 + 2j\xi_{iD} \Omega_{iD} \omega} + \sum_{i=m+1}^n \frac{\varphi_i \varphi_i^T}{\Omega_{iI}^2 - \omega^2 + 2j\xi_{iI} \Omega_{iI} \omega} \quad (15)$$

بهنگام‌رسانی مدل اطمینان حاصل شود. بخش دوم معادله (۱۵) به قسمت اندازه‌گیری نشده $\mathbf{H}^D(\omega)$ می‌پردازد و برای جبران اثرات اندازه‌گیری‌های ناقص استفاده می‌شود [۹]. دقت معادله (۱۵) در طی فرآیند تکرار بهبود می‌یابد.

بهنگام‌رسانی مدل بر اساس داده‌های تابع انتقال‌پذیری دقیق‌تر از نتایج مبتنی بر داده‌های تابع پاسخ فرکانسی باشد. با روش‌های مبتنی بر تابع پاسخ فرکانسی، تعداد معادلات $k \times n \times m$ می‌باشد. معادله حساسیت بر اساس داده‌های تابع انتقال‌پذیری نشان می‌دهد که تعداد معادلات $k \times n \times m/2 (m-1)$ است، که در آن k, n و m به ترتیب تعداد فرکانس‌های تحریک، نقاط تحریک و مکان‌های اندازه‌گیری هستند. همانطور که مشاهده می‌شود تعداد معادلات به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. به عنوان یک مزیت، روش مبتنی بر انتقال‌پذیری می‌تواند هزینه‌های تجهیزات و تحقیقات آزمایشگاهی را نیز کاهش دهد.

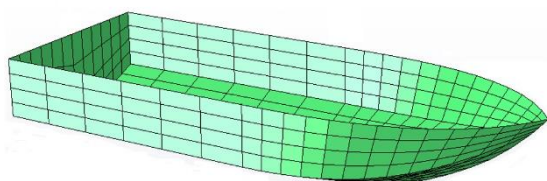
برخی از معادلات حساسیت با مقادیر عددی بزرگتر ممکن است اطلاعات سایر معادلات حساسیت را تحت تأثیر قرار دهند. اثرات مقادیر بزرگ را می‌توان با وزن‌دهی مناسب معادلات حساسیت کاهش داد. روش‌های مختلفی برای وزن‌دهی سیستم معادلات پیشنهاد شده است. یکی از این روش‌ها نرمال سازی هر ردیف از ماتریس معادله حساسیت با نورم 1^2 دوم آن است. در مطالعه حاضر، هر ردیف از معادلات حساسیت با نرم دوم خود وزن‌دهی می‌شوند، بنابراین تمامی معادلات حساسیت تأثیر همگنی بر نتایج

در رابطه (۱۵) m تعداد فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده و n تعداد درجات آزادی است. آخرین فرکانس طبیعی در بخش اول معادله (۱۵) باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا از دقت $\mathbf{H}^D(\omega)$ در محدوده فرکانس مورد استفاده برای



شکل ۳. فلوچارت روش بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود مبتنی بر حساسیت با استفاده از داده‌های تابع انتقال‌پذیری [۲۴]

است. در شکل ۴ نمایی از مدل پوسته بدنه شناور مشاهده می‌شود.



شکل ۴. مدل پوسته بدنه شناور کاتایاما

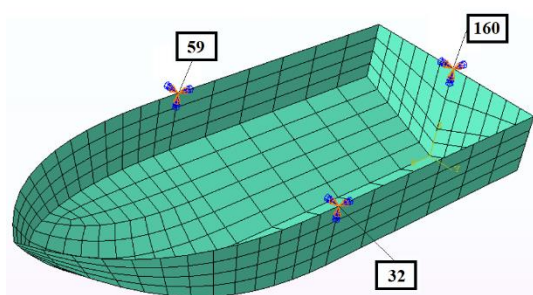
۳- کاربرد عددی

۳-۱- معرفی و مشخصات مدل

به‌منظور پیاده‌سازی روش تخمین پارامتر و ارزیابی کارایی و استواری الگوریتم و معادله حساسیت تابع انتقال‌پذیری ارائه شده، از مدل پوسته بدنه یک شناور استفاده می‌شود و تاثیر موقعیت، شدت و تعداد اجزاء آسیب دیده در نتایج بهنگام‌رسانی مدل و شناسایی خرابی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مدل پوسته بدنه شناور از نوع کاتایاما می‌باشد. جهت طراحی و مدل‌سازی از نرم افزار راینو^{۱۸} استفاده شده

جدول ۱. ابعاد و مشخصات فنی مدل پوسته بدنه شناور

ابعاد/ مشخصات	مقدار
طول	۱۷۰۰ میلیمتر
عرض	۶۳۱ میلیمتر
ارتفاع	۳۱۶ میلیمتر
ضخامت ورق بدنه (t)	۴ میلیمتر
جنس بدنه	AA ۵۰۸۳
جرم حجمی (ρ)	۲۷۰۰ kg/m^3
مدول الاستیسیته (E)	۷۰ Gpa
ضریب پواسون (ν)	۰/۳۳



شکل ۷. مختصات قیود مدل پوسته بدنه شناور

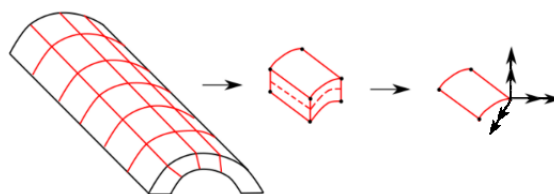
برای انجام هرگونه تحلیل دینامیکی، بدست آوردن مشخصات دینامیکی سازه اولیه الزامیست. لذا می‌بایست تحلیل فرکانسی به‌منظور به‌دست آوردن شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی مدل پوسته بدنه شناور انجام پذیرد. شش فرکانس طبیعی مدل پوسته بدنه شناور در جدول ۲ درج گردیده است. همچنین شش شکل مود مدل پوسته بدنه شناور در شکل ۸ نمایش داده شده است. نمودار تابع پاسخ فرکانسی مدل پوسته بدنه شناور نیز در شکل ۹ نمایش داده شده است.

جدول ۲. شش فرکانس طبیعی ابتدایی مدل پوسته بدنه شناور

شماره مود	فرکانس طبیعی (هرتز)
۱	۱۷/۰۸
۲	۴۰/۹۷
۳	۶۸/۱۸
۴	۷۳/۶۴
۵	۱۰۰/۵۰
۶	۱۲۲/۴۷

جهت انجام تحریک و بارگذاری و همچنین اندازه‌گیری پاسخ‌ها می‌بایست نسبت به تعیین درجات آزادی و نقاط

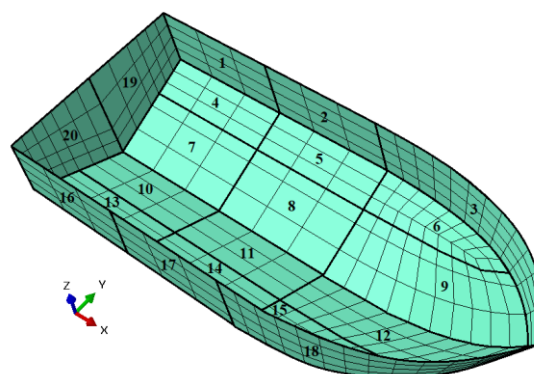
در جدول ۱ ابعاد و سایر مشخصات مرتبط با مدل‌سازی اجزاء محدود سازه بدنه شناور ارائه گردیده است. مدل‌سازی پوسته بدنه شناور به‌کمک اجزاء پوسته ای چهار گره‌ای^{۱۹} انجام شده است. هر جزء شامل چهار گره و هر گره دارای شش درجه آزادی، شامل سه درجه آزادی انتقالی در راستای محوره‌های X ، Y و Z و سه درجه آزادی دورانی حول محوره‌های X ، Y و Z می‌باشد. در شکل ۵ المان پوسته‌ای چهار گره‌ای بصورت شماتیک نمایش داده شده است.



شکل ۵. نمایش شماتیک جزء پوسته چهار گره‌ای

شبه‌سازی عددی مدل اجزاء محدود پوسته بدنه شناور شامل ۲۰ ناحیه است و هر ناحیه خود شامل تعدادی عضو می‌باشد. مدل اجزاء محدود پوسته بدنه شناور شامل ۳۹۶ عضو، ۴۲۲ گره و تعداد ۲۵۳۲ درجه آزادی می‌باشد. ناحیه‌بندی و مش‌بندی مدل پوسته بدنه شناور در شکل ۶ نشان داده شده است.

به‌منظور بهنگام‌رسانی مدل و تشخیص خرابی، شرایط مرزی جهت مقید نمودن مدل پوسته بدنه شناور در نظر گرفته می‌شود. مدل پوسته بدنه شناور در سه نقطه مقید شده است و تمامی شش درجه آزادی سه گره انتخاب شده مقید شده‌اند. قیود در نظر گرفته شده در شکل ۷ مشاهده می‌شود.



شکل ۶. ناحیه‌بندی و مش‌بندی مدل پوسته بدنه شناور

تحریک و اندازه‌گیری اقدام نمود. با فرض اعمال نیروی موج بصورت عمود بر صفحات جانبی (در راستای محور Y)، درجات آزادی اعمال بار تحریک و اندازه‌گیری پاسخ، از نوع انتقالی و عمود بر صفحات جانبی (در راستای محور Y) در نظر گرفته شده است. از آنجایی که داده‌های انتقال‌پذیری بر اساس داده‌های تابع پاسخ فرکانسی محاسبه می‌شوند، مکان‌های تحریک با هنجار مجموع هر ستون ماتریس تابع پاسخ فرکانسی ($SFRFi$) در محدوده فرکانس‌های تحریک انتخابی، توسط رابطه (۱۶) انتخاب می‌شوند:

$$SFRFi = \sum_{\omega=1}^{N_{\omega}} \sqrt{\sum_{j=1}^n (H_{ji\omega})^2} \quad (16)$$

با توجه به رابطه (۱۶)، درجات آزادی مربوط به بالاترین مقادیر $SFRFi$ تعیین شده و از میان آن، درجات آزادی در راستای محور Y جهت تحریک انتخاب می‌شوند.

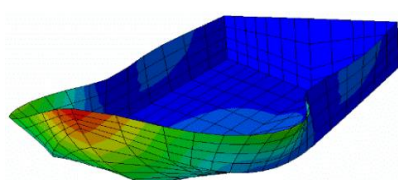
تعیین مکان حسگرها بر روی سازه و چیدمان آن از مراحل ضروری و حساس برای نظارت بر سلامت سازه و فرآیند شناسایی آسیب است که از آن به عنوان "مسئله جای‌گذاری حسگر" (OSP^{20}) یاد می‌شود. هر چه تعداد سنسورها بیشتر باشد، امکان تشخیص آسیب سازه‌ای بهتر بیشتر می‌شود. از سوی دیگر، تنها تعداد کمی از درجات

آزادی قابل اندازه‌گیری هستند. این مسئله پژوهشگران را به انجام تحقیقات در این زمینه وا داشته است. روش‌های نظری متعددی برای یافتن موقعیت‌های بهینه برای جای‌گذاری حسگرها وجود دارد، از جمله روش‌های انرژی جنبشی مدال (KE) و روش‌های مستقل مؤثر (EI) از کارآمدترین روش‌ها هستند. نقاط و درجات آزادی تحریک و اندازه‌گیری در جدول ۳ و شکل ۱۰ نمایش داده شده است.

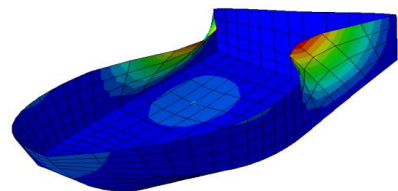
تعداد شش حالت خرابی برای ارزیابی تأثیر تعداد، مکان و شدت اجزاء آسیب‌دیده بر نتایج تخمین پارامتر، به همراه شبیه‌سازی خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی بررسی شده‌اند. جدول ۴ مشخصات حالت‌های خرابی را نشان می‌دهد. نقاط اندازه‌گیری و تحریک برای تمامی حالت‌های خرابی یکسان در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۳. درجات آزادی تحریک و اندازه‌گیری

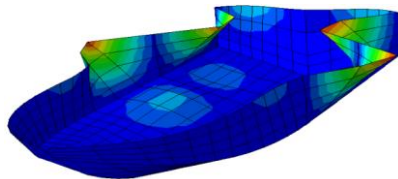
درجات آزادی تحریک			درجات آزادی اندازه‌گیری
۳۶۸	۳۸۰	۳۸۶	۴۱۰
۳۹۸	۶۶۲	۶۸۰	۶۹۸
۷۱۶	۷۲۲	۷۶۴	۸۵۴
۷۷۰	۷۸۲	۷۸۸	
۸۳۶	۸۶۰	۱۴۳۰	
۱۴۴۲	۱۸۳۲	۱۸۶۲	



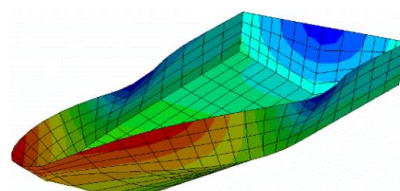
شکل دوم



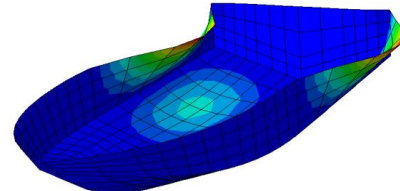
شکل چهارم



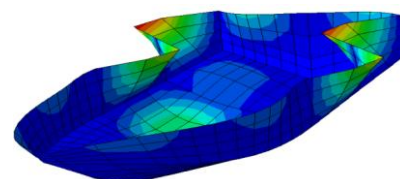
شکل هشتم



شکل اول

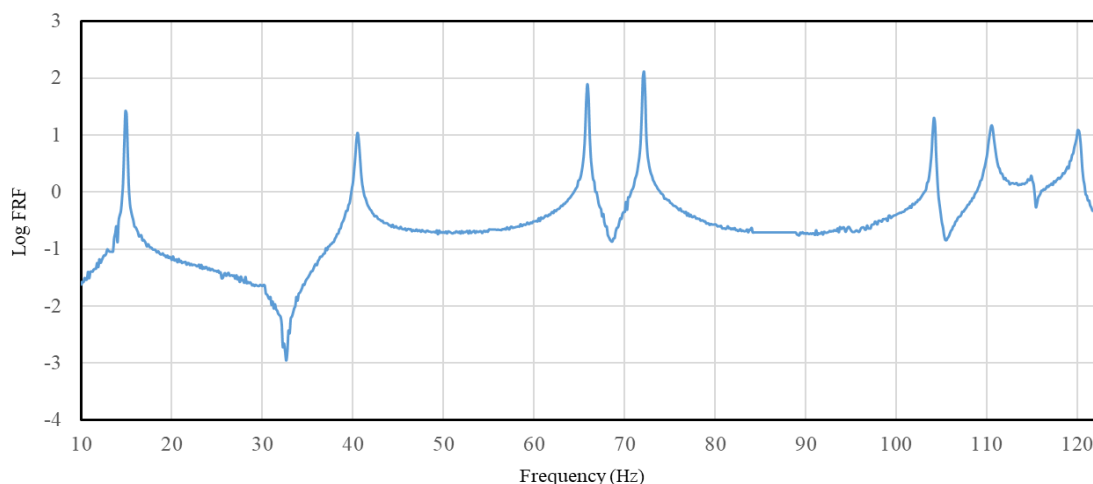


شکل سوم



شکل پنجم

شکل ۸. شکل مدهای اول تا ششم مدل پوسته بدنه شناور



شکل ۹. نمودار تابع پاسخ فرکانسی مدل پوسته بدنه شناور

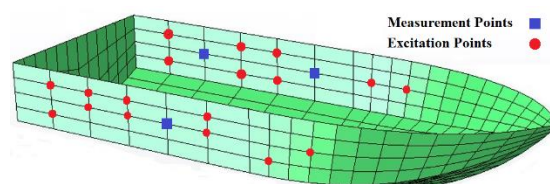
اجزاء محدود، اندازه مش در اجزاء محدود، خواص مواد، عدم دقت در شرایط مرزی فرضی و مدل‌سازی جرم است. خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی هر دو منجر به انحراف در نتایج به دست آمده می‌شود. از آنجایی که این پارامترها در معادلات حساسیت گنجانده شده‌اند، به نتایج تخمین پارامترها آسیب خواهند رساند. بنابراین، اطمینان از اینکه روش پیشنهادی در برابر این اثرات نامطلوب مقاومت می‌کند، بسیار مهم است. در روش‌های عددی، انواع مختلفی از خطاها با افزودن اعداد تصادفی به داده‌های اجزاء محدود شبیه‌سازی می‌شوند [۴۱].

۳-۲-۱- خطاهای اندازه‌گیری

خطاهای اندازه‌گیری ذاتاً همه پاسخ‌های سازه‌ای اندازه‌گیری شده را آلوده می‌کنند. از این‌رو، دانستن اثرات خطاهای اندازه‌گیری بر نتایج شناسایی خرابی بسیار مهم است [۴۲]. به‌منظور شبیه‌سازی این نوع عدم دقت در فرآیند تجربی، مقادیر تصادفی به پاسخ‌های سازه‌ای محاسبه‌شده عددی X_d^0 اضافه می‌شوند:

$$X_d = X_d^0(1 + E_p) \quad (17)$$

X_d داده‌های آلوده به نویز است و E_p مقدار خطا است. برای بررسی تأثیر سطوح مختلف خطا بر نتایج بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود، خطاهای تصادفی توزیع شده یکنواخت با بزرگی ۵٪ به‌طور متناسب به داده‌های شبیه‌سازی شده اضافه می‌شوند.



شکل ۱۰. نقاط تحریک و اندازه‌گیری مدل پوسته بدنه شناور

جدول ۴. حالت‌های خرابی و درصد آسیب پیش‌بینی شده جهت مدل پوسته بدنه شناور

حالت خرابی	شماره اجزاء و درصد خرابی
۱	شماره عضو ۴
	درصد خرابی ۲۵
۲	شماره عضو ۲
	درصد خرابی ۳۵
۳	شماره عضو ۲
	درصد خرابی ۲۵
۴	شماره عضو ۳
	درصد خرابی ۳۵
۵	شماره عضو ۱
	درصد خرابی ۲۰
۶	شماره عضو ۸
	درصد خرابی ۱۰

۳-۲-۲ خطاها

در کاربردهای عملی همیشه چالش‌هایی وجود دارد که منجر به نتایج آلوده به خطا می‌شود. این خطاها معمولاً در نتیجه اثرات شرایط محیط، حسگرها و خطاهای پردازش سیگنال ایجاد می‌شوند. همچنین خطاهایی در مدل‌سازی عددی وجود دارد که ناشی از ایده‌آل‌سازی در مدل‌سازی

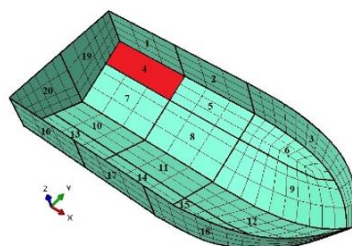
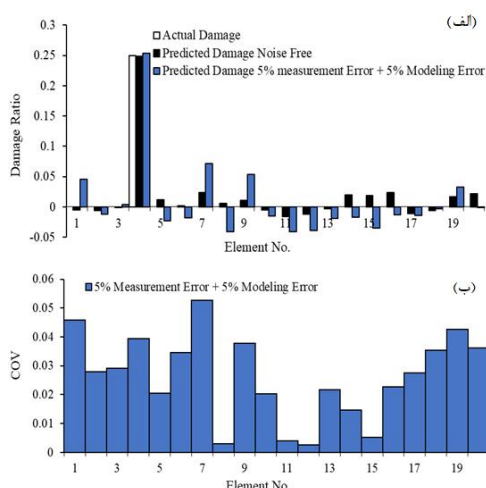
۳-۲-۲ - خطاهای مدل سازی

نتایج بهنگام رسانی مدل اجزاء محدود، تحت تأثیر خطاهای مدل سازی اجتناب ناپذیر مانند خطاهای مدل سازی جرم قرار می گیرد. عدم دقت در فرض جرم باعث ایجاد خطا در تخمین پاسخ های تحلیلی می شود که برای ساخت معادله حساسیت استفاده خواهد شد [۴۳]. روش پیشنهادی از پارامترهای جرم سازه ای برای به دست آوردن پاسخ های سازه ای، پاسخ فرکانسی و انتقال پذیری استفاده می کند. در بیشتر موارد، آسیب سازه بر پارامترهای سختی تأثیر می گذارد اما بر پارامترهای جرم تأثیر نمی گذارد و پارامترهای جرم در سازه های سالم و آسیب دیده یکسان است. با این وجود، پارامترهای جرم فرضی ممکن است دقیقاً مشخص نشده باشند. برای شبیه سازی خطای مدل سازی، یک خطای تصادفی با توزیع یکنواخت ۵٪ به پارامترهای جرم اضافه می شود.

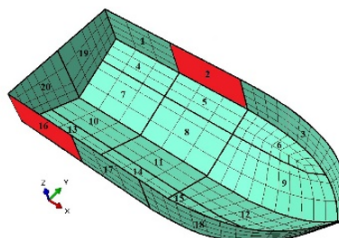
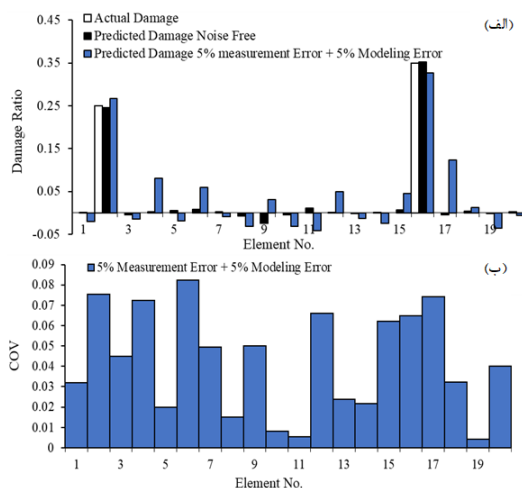
۳-۲-۳ - ضریب تغییرات

به منظور بررسی استحکام پارامترهای پیش بینی شده و مطالعه پراکندگی نتایج، میانگین پارامترهای برآورد شده و ضریب تغییرات آنها، (انحراف استاندارد تقسیم بر مقدار میانگین) [۲۱] پارامترهای برآورد شده مورد ارزیابی قرار می گیرند. به این منظور پنجاه مجموعه از داده های آلوده به خطا برای تخمین پارامترهای سازه ای در نظر گرفته شده است.

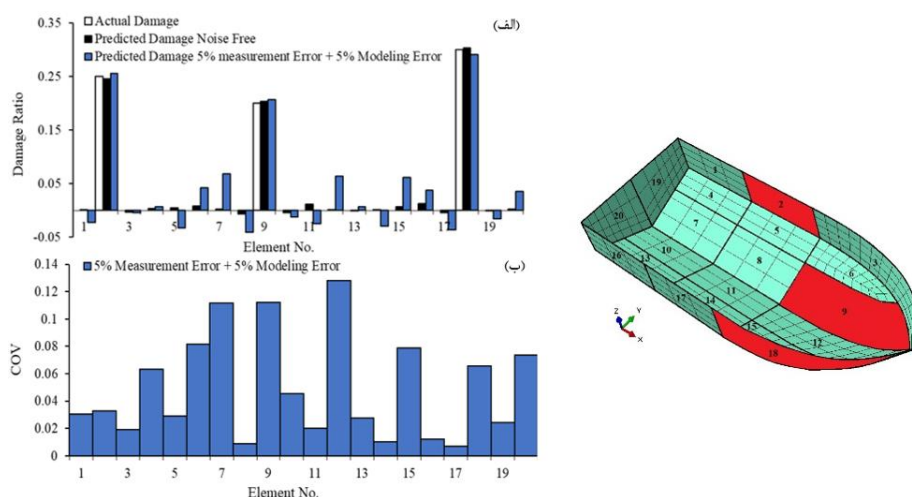
نتایج بهنگام رسانی مدل اجزاء محدود با در نظر گرفتن خطای مدل سازی و اندازه گیری در شکل های ۱۱ (الف) تا ۱۵ (الف) ترسیم شده است. ضریب تغییرات تخمین پارامتر نیز با استفاده از داده های آلوده به خطا در شکل های ۱۱ (ب) تا ۱۵ (ب) ترسیم شده است.



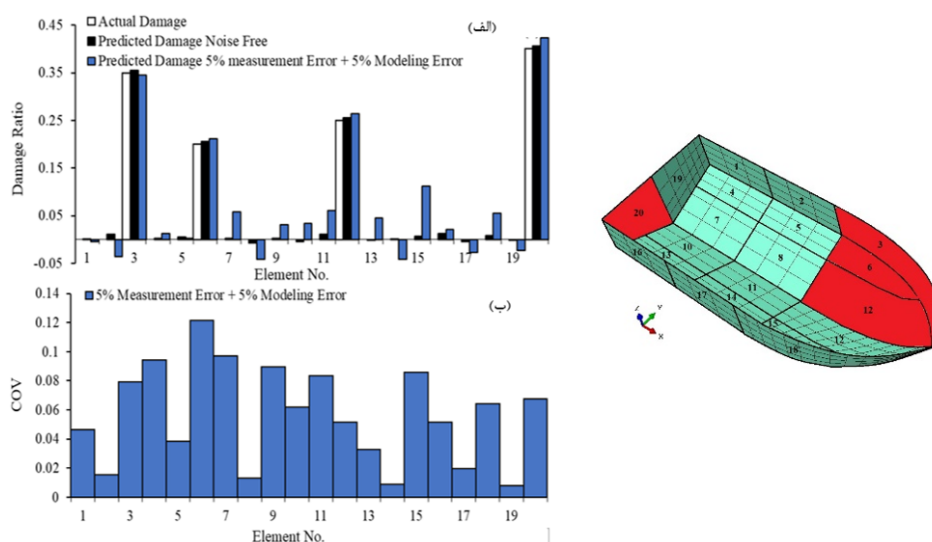
شکل ۱۱. الف) تغییرات واقعی و پیش بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۱ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش بینی شده



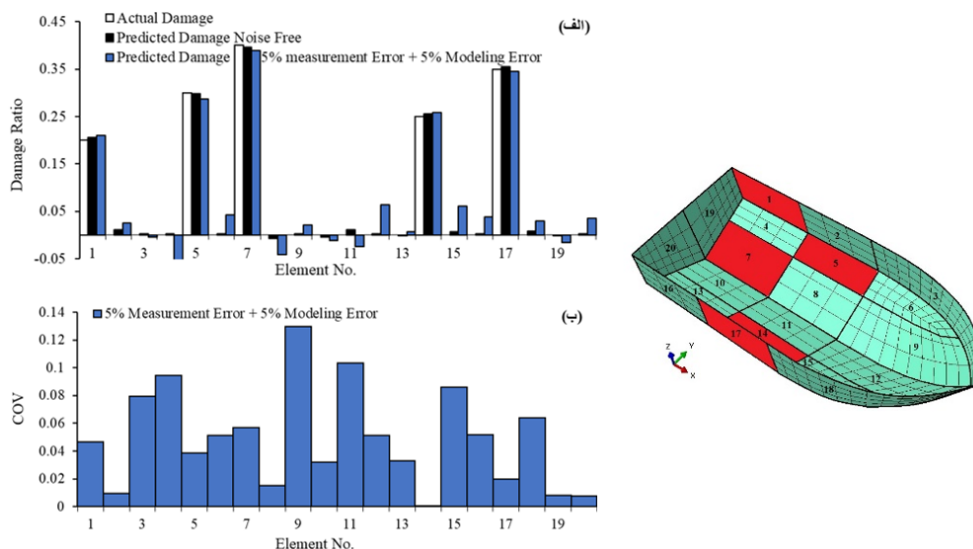
شکل ۱۲. الف) تغییرات واقعی و پیش بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۲ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش بینی شده



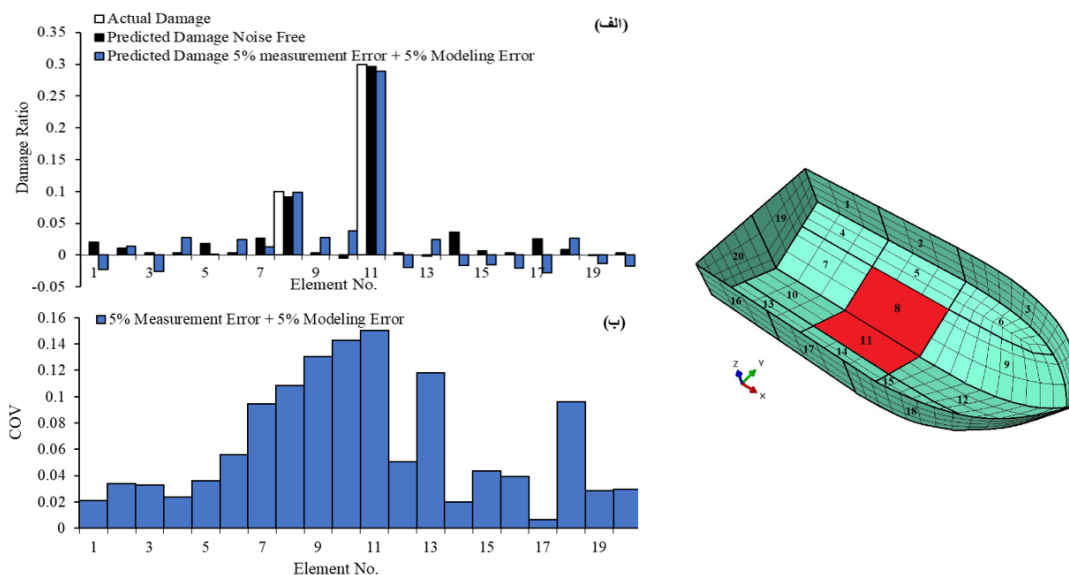
شکل ۱۳. الف) تغییرات واقعی و پیش‌بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۳ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش‌بینی شده



شکل ۱۴. الف) تغییرات واقعی و پیش‌بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۴ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش‌بینی شده



شکل ۱۵. الف) تغییرات واقعی و پیش‌بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۵ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش‌بینی شده



شکل ۱۶. الف) تغییرات واقعی و پیش‌بینی سختی مدل پوسته بدنه شناور در حالت خرابی ۶ ب) ضریب تغییرات پارامترهای پیش‌بینی شده

کلید واژگان

- 1- Lin et al.
- 2- Chen and Maung
- 3- Esfandiari
- 4- Esfandiari and Vahedi
- 5- Wang
- 6- Frequency Response Function
- 7- Power Spectral Density
- 8- Transmissibility Function
- 9- Sanayei et al.
- 10- Baybordi
- 11- Zhou and Abdel Wahab
- 12- Khalil and Aljanaideh
- 13- Yan et al.
- 14- Izadi
- 15- Singular Value Decomposition
- 16- Least Square
- 17- Norm
- 18- Rhino
- 19- S4R
- 20- Optimal sensor placement
- 21- Coefficient of Variations (COV)

۵- مراجع

1. Zhang S, Pedersen PT, Ocakli H. 2015. *Collisions damage assessment of ships and jack-up rigs*. Ships and Offshore Structures. 10(5).
2. Deeb H, Mehdi RA, Hahn A. 2017. *A review of damage assessment models in the maritime domain*. Ships and Offshore Structures. 12.
3. Sohn H, Farrar CR, Hemez FM, Czarnecki JJ. 2004. *A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001*; Los

نتایج تخمین پارامتر نشان می‌دهد که روش تخمین پارامتر ارائه شده می‌تواند با استفاده از داده‌های بسیار آلوده به خطا برای مدل پوسته بدنه شناور، آسیب‌های سازه‌ای را به‌دقت محلی‌سازی و کمی نماید. ضریب تغییرات پایین پیش‌بینی پارامترها نیز نشان دهنده دقت و پراکندگی کم پارامترهای سازه‌ای پیش‌بینی شده است.

۴- نتیجه‌گیری

این مطالعه یک روش بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود مبتنی بر معادله حساسیت را با استفاده از داده‌های تابع انتقال‌پذیری برای شناسایی آسیب سازه‌ای توسعه داده است. پارامترهای سختی برای شناسایی محل آسیب و شدت آسیب سازه مدل پوسته بدنه شناور بهنگام می‌شوند. اثرات مدل‌سازی و خطاهای اندازه‌گیری بر نتایج بهنگام‌رسانی مدل اجزاء محدود با افزودن خطاهای تصادفی توزیع شده یکنواخت به داده‌های عددی در نظر گرفته می‌شود. قابلیت روش با ارزیابی مقادیر میانگین پارامترهای برآورد شده و ضریب تغییرات بررسی می‌شود. نتایج تخمین پارامتر، استحکام و پایداری روش پیشنهادی را در برابر خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی اثبات می‌کند. ضرایب تغییرات پارامترهای بهنگام شده نشان دهنده پراکندگی کم تخمین پارامتر است.

Engineering. 170.

17. Ricles JM, Kosmatka JB. 1992. *Damage detection in elastic structures using vibratory residual forces and weighted sensitivity*. AIAA Journal. 30(9).

18. Lew JS. 1995. *Using transfer function parameter changes for damage detection of structures*. AIAA Journal. 33(11).

19. Providakis C, Tsistrakis S, Voutetaki M, Tsompanakis Y, Stavroulaki M, Agadakos J, Kampianakis E, Pentis G. 2015. *A new damage identification approach based on impedance-type measurements and 2D error statistics*. Structural Monitoring and Maintenance. 2(4).

20. Marwala T. 2010. *Finite-element-model updating using computational intelligence techniques: Applications to structural dynamics*.

21. Malekzehtab H, Golafshani AA, Nikraz H. 2013. *Application of Finite-Element Model Updating in Damage Detection of Offshore Jacket Platforms Using Particle Swarm Optimization with Noisy Modal Data*.

22. Hokmabady H, Mojtahedi A, Ali Lotfollahi-Yaghin M, Farajpour I. 2019. *Calibration and Bias-Correction of the Steel Offshore Jacket Platform Models Using Experimental Data*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 145(3).

23. Hokmabady H, Mojtahedi A, Mohammadyzadeh S, Etefagh MM. 2019. *Structural control of a fixed offshore structure using a new developed tuned liquid column ball gas damper (TLCBGD)*. Ocean Engineering. 192.

24. Izadi A, Esfandiari A. 2022. *Structural damage identification by a sensitivity-based finite element model updating method using transmissibility function data*. Ships and offshore structures. [Internet]. [accessed 2022 Sep 12]

DOI: 10.1080/17445302.2022.2120296

25. Mottershead JE, Link M, Friswell MI. 2011. *The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial*. Mechanical Systems and Signal Processing. 25(7).

26. Lin RM, Lim MK, Ong JH. 1993. *Improving finite element models in the higher frequency range using modified frequency response function sensitivity method*. Finite elements in analysis and design. 15(2):157–175.

27. Lin RM, Lim MK, Du H. 1995. *Improved inverse eigensensitivity method for structural*

Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS. Los Alamos. LA-13976-M(LA-13976-MS).

4. Salawu OS, Williams C. 1995. *Review of full-scale dynamic testing of bridge structures*. Engineering Structures. 17(2).

5. Yang ZR, Li HS, Guo XL, Li HY. 2007. *Damage assessment in pipeline structures using modal parameter*. In: *Ships and Offshore Structures*. Vol. 2.

6. Cawley P, Adams RD. 1979. *The location of defects in structures from measurements of natural frequencies*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 14(2).

7. Salawu OS. 1997. *Detection of structural damage through changes in frequency: A review*. Engineering Structures. 19(9).

8. Thyagarajan SK, Schulz MJ, Pai PF, Chung J. 1998. *Detecting structural damage using frequency response functions*. Journal of Sound and Vibration. 210(1).

9. Esfandiari A, Bakhtiari-Nejad F, Sanayei M, Rahai A. 2010. *Structural finite element model updating using transfer function data*. Computers and Structures. 88(1–2).

10. Asgarian B, Aghaeidoost V, Shokrgozar HR. 2016. *Damage detection of jacket type offshore platforms using rate of signal energy using wavelet packet transform*. Marine Structures. 45.

11. Xu M, Wang S, Li H. 2019. *A residual strain energy based damage localisation method for offshore platforms under environmental variations*. Ships and Offshore Structures. 14(7).

12. Pandey AK, Biswas M, Samman MM. 1991. *Damage detection from changes in curvature mode shapes*. Journal of Sound and Vibration. 145(2).

13. Sampaio RPC, Maia NMM, Silva JMM. 1999. *Damage detection using the frequency-response-function curvature method*. Journal of Sound and Vibration. 226(5).

14. Hjelmstad KD, Shin S. 1997. *Damage Detection and Assessment of Structures from Static Response*. Journal of Engineering Mechanics. 123(6).

15. Yeo I, Shin S, Lee HS, Chang S-P. 2000. *Statistical Damage Assessment of Framed Structures from Static Responses*. Journal of Engineering Mechanics. 126(4).

16. Liu K, Yan RJ, Guedes Soares C. 2018a. *Damage identification in offshore jacket structures based on modal flexibility*. Ocean

identify surface cracks in welded steel pipes based on transmissibility. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 168.

37. Khalil A, Aljanaideh KF. 2018. *Aircraft Structural Health Monitoring Using Transmissibility Identification*. In: Vol. 51.

38. Yan WJ, Zhao MY, Sun Q, Ren WX. 2019. *Transmissibility-based system identification for structural health Monitoring: Fundamentals, approaches, and applications*. Mechanical Systems and Signal Processing. 117.

39. Zhou XQ, Xia Y, Hao H. 2013. *Sensor placement for structural damage detection considering measurement uncertainties*. Advances in Structural Engineering. 16(5).

40. Esfandiari A, Bakhtiari-Nejad F, Rahai A, Sanayei M. 2009. *Structural model updating using frequency response function and quasi-linear sensitivity equation*. Journal of Sound and Vibration. 326(3-5).

41. Hajela P, Soeiro FJ (1990), *Recent developments in damage detection based on system identification methods*. Structural Optimization, 2(1):1-10.

42. Hjelmstad KD, Wood SL, Clark SJ (1992), *Mutual Residual Energy Method for Parameter Estimation in Structures*. Journal of Structural Engineering, 118(1):223-242.

43. Mottershead JE, Link M, Friswell MI (2011), *The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial*. Mechanical Systems and Signal Processing, 25(7):2275-2296.

44. Baybordi S, Esfandiari A. 2022. *A novel sensitivity-based finite element model updating and damage detection using time domain response*. Journal of Sound and Vibration [Internet]. [accessed 2022 Aug 1]537:117187.

doi:10.1016/J.JSV.2022.117187

analytical model updating. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME. 117(2).

28. Chen HP, Maung TS. 2014. *Regularised finite element model updating using measured incomplete modal data*. Journal of Sound and Vibration. 333(21).

29. Esfandiari A. 2017. *An innovative sensitivity-based method for structural model updating using incomplete modal data*. Structural Control and Health Monitoring. 24(4):e1905.

30. Esfandiari A, Bakhtiari-Nejad F, Rahai A. 2013. *Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation*. International Journal of Mechanical Sciences. 70.

31. Esfandiari A, Vahedi M. 2018. *Enhanced Sensitivity for Structural Damage Detection Using Incomplete Modal Data*. International Journal of Structural Stability and Dynamics. 18(4).

32. Wang BP. 1991. *Improved approximate methods for computing eigenvector derivatives in structural dynamics*. AIAA Journal. 29(6).

33. Sanayei M, Esfandiari A, Rahai A, Bakhtiari-Nejad F. 2012. *Quasi-linear sensitivity-based structural model updating using experimental transfer functions*. Structural Health Monitoring. 11(6).

34. Zhou YL, Abdel Wahab M. 2017. *Cosine based and extended transmissibility damage indicators for structural damage detection*. Engineering Structures. 141.

35. Zhou YL, Cao H, Liu Q, Wahab MA. 2017. *Output-based structural damage detection by using correlation analysis together with transmissibility*. Materials. 10(8).

36. Zhou YL, Qian X, Birnie A, Zhao XL. 2018. *A reference free ultrasonic phased array to*