

# مطالعه عددی و آزمایشگاهی مسئله ورود یک پرتابه کروی به آب و بررسی اثر جرم و سرعت برخورد بر زمان و عمق جدایش حباب

محمد حسین تقی زاده ولدی<sup>۱</sup>، محمد رضا عطرچیان<sup>۲\*</sup>، عطا جعفری شالکوهی<sup>۳</sup>، الهام چاووشی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اصفهان (خوارسگان)، اصفهان، ایران؛ mh.taghizadeh@khuisf.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان، زنجان، ایران؛ m.atrechian@iauz.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بندر انزلی، بندر انزلی، ایران؛ jafary@iaubanz.ac.ir

<sup>۴</sup> استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اصفهان (خوارسگان)، اصفهان، ایران؛ e.chavoshi@khuisf.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
تاریخچه مقاله:	در این مقاله، مسئله ورود به آب یک پرتابه کروی به صورت عددی و آزمایشگاهی شبیه‌سازی شده است.
تاریخ دریافت مقاله:	برای مدل‌سازی اندرکنش بین سازه و سیال، یک تحلیل دینامیکی صریح با استفاده از فورمول‌بندی کوپل اوپرلین - لاغرانژین که در نرمافزار اجزای محدود آباکوس موجود است، به کار گرفته شده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی مربوط به تغییرات جابجایی و سرعت پرتابه کروی در عمق آب بر حسب زمان با نتایج تئوری، تطابق خوب این نتایج با یکدیگر و دقت و کاربرد الگوریتم عددی مورد استفاده را آشکار می‌سازد. نتایج نشان داد که زمان جدایش حباب، تابع ضعیفی از جرم پرتابه و سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب است؛ اما عمق جدایش حباب با افزایش این مولفه‌ها، به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین افزایش جرم پرتابه تاثیر نامحسوسی بر استهلاک انرژی ویسکوزیته دارد؛ در حالی که افزایش سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب منجر به کاهش استهلاک انرژی می‌شود.
تاریخ پذیرش مقاله:	
کلمات کلیدی:	برخورد به آب پرتابه کروی جرم سرعت برخورد

## Numerical and Experimental Study of a Spherical Projectile Water Entry Problem and Investigation of Mass and Impact Velocity Effect on Pinch-off Time and Depth

Mohammad Hossein Taghizadeh Valdi<sup>1</sup>, Mohammad Reza Atrechian<sup>2\*</sup>, Ata Jafary Shalkoohy<sup>3</sup>, Elham Chavoshi<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Department of Civil Engineering, Isfahan (Khorasgan) Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran; mh.taghizadeh@khuisf.ac.ir

<sup>2</sup> Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran; m.atrechian@iauz.ac.ir

<sup>3</sup> Department of Civil Engineering, Bandar Anzali Branch, Islamic Azad University, Bandar Anzali, Iran; jafary@iaubanz.ac.ir

<sup>4</sup> Department of Civil Engineering, Isfahan (Khorasgan) Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran; e.chavoshi@khuisf.ac.ir

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 27 Mar. 2018

Accepted: 9 Jun. 2018

#### Keywords:

Water Entry  
Spherical Projectile  
Mass  
Impact Velocity

### ABSTRACT

The water entry problem of spherical projectile is simulated numerically and experimentally in this study. An explicit dynamic analysis method is employed to model the fluid-structure interaction using a Coupled Eulerian-Lagrangian (CEL) formulation that is available in finite element code Abaqus. The comparison of the numerical simulation results including displacement and velocity variations of spherical projectile in water depth as a function of time, with the theoretical results, indicates a good match between these results and the precision and applicability of the numerical algorithm used. The results reveal that pinch-off time is a very weak function of projectile mass and impact velocity on free water surface; while the pinch-off depth significantly increases along with increased this parameters. Additionally, the projectile mass has a subtle effect on viscous dissipation energy, while increasing the impact velocity on free water surface leads to decrease in dissipation energy.

## ۱ - مقدمه

بعدی، روش المان مرزی دو بعدی و مدل سازی المان محدود، محاسبه شده بود [۱۰]، با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی واگنر [۱۱] و چوانگ [۱۲] مقایسه و تطابق مناسبی مشاهده نمودند. پارک و همکاران نیز در سال ۲۰۰۳ روش عددی برای محاسبه نیروهای برخورد و کمانش اجسامی که با سرعت زیاد وارد آب می‌شوند را ارائه کردند [۱۳]. با صرف نظر از لزجت سیال، جریان پتانسیل غیر لزج فرض شد. این فرض به مقدار بسیار زیادی از زمان محاسباتی کاست؛ در حالی که با در نظر گرفتن شرایط سطح آزاد غیر خطی، دقت تحلیل محفوظ ماند. باتیستین و آیفراتی<sup>۴</sup> در همان سال به بررسی عددی ورود قائم یک جسم دو بعدی متقارن و غیرمتقارن با شکل دلخواه به آب پرداختند [۱۴]. کوروبکین و اوکوسو<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۴ پژوهشی بر روی کوپلینگ هیدرولاستیکی مدل المان محدود با تئوری واگنر برای مسئله برخورد به آب انجام دادند [۱۵]. هدف از این کار امکان سنجی کوپلینگ مستقیم روش المان محدود برای قسمت سازه‌ای با حالتی از تئوری واگنر در مورد بارهای هیدرودینامیکی حین برخورد یک جسم الاستیک به سطح آب بود. کلیفسمن و همکاران در سال ۲۰۰۵ مسئله ورود به آب را برای اجسام گوهای و استوانه‌ای شکل با حل معادلات ناویر-استوکس و با استفاده از روش نسبت حجمی سیال و گسسته‌سازی معادلات روی شبکه کارترین ثابت به صورت دو بعدی بررسی کردند [۱۶]. کیم و همکاران در سال ۲۰۰۷ مسئله ورود به آب را برای اجسام متقارن با استفاده از روش هیدرودینامیک ذره تحلیل نمودند [۱۷]. یانگ و همکاران نیز در سال ۲۰۰۷ ورود به آب تیغه‌های متقارن و غیرمتقارن را با زوایای ورود خیلی کم (کمتر از ۳ و ۴ درجه) مورد بررسی قرار دادند [۱۸]. فایرلی کلارک و تویتنس<sup>۶</sup> در همان سال پژوهشی را در خصوص برخورد مقطع‌های گوهای شکل با سرعت ثابت به سطح آب انجام دادند [۱۹]. در مطالعه آنها از تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی برای تعیین اندازه حرکت جرم اضافه شده، اندازه حرکت جریان و اثرات گرانش هنگام ورود به آب اجسام گوهای شکل با سرعت ثابت و با زاویه مرده ۴ درجه تا ۵ درجه استفاده شده است. در سال ۲۰۱۰ آریستوف و همکاران در یک تحقیق جامع، ورود به آب عمودی کره‌های با چگالی مختلف را با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی و تئوری مورد بررسی قرار دادند. آنها زمان و عمق جدایش حباب و عمق نفوذ کره در لحظه جدایش را با استفاده از مشاهدات آزمایشگاهی محاسبه نمودند [۲۰]. یانگ و کیو<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۲، نیروهای وارد بر پرتاپه را در حین ورود به آب به صورت عددی تحلیل کردند [۲۱]. آنها با حل معادلات ناویر-استوکس به شیوه المان مرزی مسئله را در دستگاه مختصات کارتزین ثابت، مورد بررسی قرار دادند. در همان سال، وو با استفاده از روش المان مرزی به شبیه‌سازی پدیده برخورد گوه با سطح آب پرداخت [۲۲]. پناهی در سال ۲۰۱۲، یک الگوریتم

مطالعه برخورد هیدرودینامیک اجسام جامد با سطح آب بیش از ۸۰ سال است که از اهمیت ویژه‌ای برای طراحان سازه‌های دریایی برخورد می‌باشد. پیش‌بینی صحیح نیروهای برخورد با آب، در طراحی زیر دریایی‌ها، تسهیلات نظامی دریایی، کوبه‌های مورد استفاده در تراکم دینامیکی بستر دریا و سازه‌هایی که در معرض نیروی پسا آب قرار دارند، از اهمیت بسیاری برخورد دارد. در سه دهه اخیر محققین فراوانی با استفاده از روش‌های مختلف به بررسی مسئله ورود به آب پرداخته‌اند. اولین پژوهشی که در مورد تعیین تحلیلی نیروهای برخورد به آب منتشر شده است به سال ۱۹۲۹ باز می‌گردد. ونکارمن با استفاده از اصول ساده‌ای همچون بقای مومنتوم و مفهوم جرم اضافه شده، نیروهای برخورد را که به شناورها در هنگام ورود به آب اعمال می‌شود، محاسبه نمود [۱]. در سال ۱۹۳۰، واتانابه<sup>۸</sup> برخورد اجسام مخروطی با آب را مورد مطالعه قرار داد. مخروطها که وزن‌های مختلفی داشتند و از ارتفاع‌های متفاوت به داخل آب رها می‌شدند، مجهز به یک اندازه‌گیر پیزوالکتریک متصل به نوسان‌سنجد تا امکان ثبت تغییرات نیروی حاصل از برخورد با آب وجود داشته باشد [۲ و ۳]. چنین نتایج آزمایشگاهی در تأیید نتایج و روابط تحلیلی ارائه شده بسیار مؤثر بود. تا سال ۱۹۵۹، بیشتر پژوهش‌های انجام شده توسط ونکارمن محققین، به گسترش تصویر فیزیکی ارائه شده توسط پرداخته‌اند که مروری جامع بر آنها توسط شبهلی<sup>۹</sup> ارائه گردیده است [۴]. در سال ۱۹۹۱، میلیو مسئله ورود به آب کره‌های صلب را بررسی کرد. او یک حل تحلیلی برای تعیین نیروهای برخورد در حین ورود زاویه‌دار کره به آب توسعه داد [۵ و ۶]. در همان سال هویسون نتایج تحلیلی گذشته در مورد برخورد اجسام دو بعدی با سطح آب را گسترش داد [۷]. بررسی‌های آزمایشگاهی در سال ۱۹۹۳ نیز توسط نیو و همکاران با مطالعه برخورد اجسام منشوری با دماغه‌های متفاوت به آب ادامه پیدا کرد [۸]. اجسام با استفاده از یک محفظه هوای فشرده و یک شیر مغناطیسی که توانایی تنظیم زوایای ورود مختلف را داشت، به داخل آب شلیک شدند. شتاب جسم توسط یک شتاب‌سنجد سه محوری اندازه‌گیری گردید. همچنین برای اولین بار هر دو فرایند پاشش قطرات آب و شکل-گیری حباب هوا توسط دوربین پر سرعت ثبت و به تصویر کشیده شد. آنجلیری و اسپیزیکا<sup>۱۰</sup> در سال ۱۹۹۵ با استفاده از روش المان محدود، برخورد عمودی یک کره صلب را بر روی سطح آب بررسی کردند و آزمایش‌هایی برای بدست آوردن تغییرات شتاب کره حین برخورد با آب را جهت صحت‌سنجدی روش عددی مورد استفاده، انجام دادند [۹]. در سال ۲۰۰۳، اینگل و لوئیس نتایج فشارهای هیدرودینامیک حاصل از برخورد عمودی یک جسم صلب با سطح آب را که با استفاده از چندین روش مختلف از جمله کد پنل سه

اجسام متحرک سوپرکویتی شد [۲۸]. ایران منش و پسنديده فرد در سال ۲۰۱۷، یک مدل عددی سه بعدی به منظور شبیه سازی هیدرودینامیکی ورود به آب یک استوانه مدور به صورت افقی، ارائه نمودند. آنها اثرات پارامترهای مختلف مانند ابعاد، طول، نسبت تراکم و سرعت برخورد استوانه را مورد بررسی قرار دادند [۲۹]. یانگ و همکاران در سال ۲۰۱۷، خصوصیات حرکت یک پرتابه را در طول فرآیند ورود به آب مورد بررسی قرار دادند. مدل دینامیکی ورود به آب با ترکیب ویژگی های حرکت پرتابه در آب با سرعت کم و در شرایط غیر کنترل شده، با پارامترهای متغیر زمان مانند شناوری و جرم اضافه شده ایجاد شد. همچنین یک آزمایش ورود به آب به منظور تایید اثربخشی مدل ایجاد شده، طراحی شد. از مقایسه نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی شده ملاحظه گردید که در فرآیند ورود به آب، حرکت پرتابه به طور قابل توجهی تحت تاثیر وضعیت اولیه قرار دارد و سرعت بالای اولیه پرتابه در هنگام ورود به آب، باعث تغییرات شدید در حالت برخورد آن در هنگام ورود به آب، مسیر حرکت پایدار و جابجایی های افقی و عمودی بزرگ می شود. همچنین انحراف زیاد زاویه برخورد پرتابه با آب، منجر به ایجاد یک مسیر حرکت پایدار و مستعد انحطاط کم و جابجایی های عمودی بزرگ و جابجایی های افقی کوچک می گردد [۳۰]. تقی زاده ولدی و همکاران در سال ۲۰۱۸، مسئله ورود به آب کوبه های سه بعدی با اشکال هندسی مختلف شامل مکعب، استوانه، کره، هرم و مخروط را جهت تراکم دینامیکی بستر دریا به صورت عددی شبیه سازی کردند. آنها تأثیر شکل کوبه بر جابجایی و سرعت آن در عمق آب را مورد بررسی قرار دادند. هدف از مطالعات آنها، بررسی قابلیت روش کوبه اولیرین - لاغرانژین نجات شبیه سازی مسئله ورود به آب اجسام با استفاده از نرم افزار آباکوس و دقت الگوریتم مورد استفاده برای حل این نوع مسائل بود [۳۱]. سان و همکاران در سال ۲۰۱۸، بار برخورد پرتابه های سنتگین با سرعت بالا به آب را به وسیله روش چند متغیره اختیاری اولیرین - لاغرانژین (ALE) مورد بررسی قرار دادند. سپس دو پارامتر سرعت برخورد و جرم پرتابه که در هنگام تغییر بار برخورد، تاثیرگذار است مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج شبیه سازی عددی نشان داد که تحت شرایط ورود عمودی پرتابه به آب، شتاب پرتابه تقریباً متناسب با محدود سرعت برخورد و متناسب با معکوس جرم پرتابه در هنگام برخورد با آب است [۳۲].

در همه پژوهش هایی که مورد بررسی قرار گرفت، مدل سازی عددی برای اجسام دو بعدی و سه بعدی ساده انجام شده است. اما برای مسائل پیچیده که در آنها نرخ های زیاد تغییر شکل و یا هندسه های پیچیده پرتابه وجود دارد، کارایی روش های بالا به دلیل هزینه زیاد محاسباتی یا دشواری های همگرا شدن تحلیل، کاهش پیدا می کند. تحلیل های اولیری - لاغرانژی رویکرد مناسبی برای

متحرک بر پایه حجم محدود را به منظور شبیه سازی مسائل ورود به آب و خروج از آن در یک محیط دو فازی تراکم پذیر لرج معرفی کرد. این الگوریتم از یک روش گام به گام برای مقابله با کوپلینگ بین میدان های فشار و سرعت استفاده می نمود. نتایج نشان داد که الگوریتم ارائه شده دقت و توانایی خوبی برای شبیه سازی مسائل اندرکنش غیر خطی آب و سازه را در مقایسه با داده های آزمایشگاهی دارد و به سادگی امکان شبیه سازی حرکت جسم صلب را فراهم می نماید. در این روش توانایی شبیه سازی تغییر شکل های بزرگ علاوه بر محاسبه دقیق بارهای ضربه ای و تاریخچه زمان حرکت، قابل توجه است [۲۲]. گوو و همکاران در همان سال، اثرات شکل دماغه پرتابه بر قوانین ضرایب سرعت را برای همه پرتابه ها با استفاده از یک سری شبیه سازی های عددی به وسیله نرم افزار AUTODYN-2D مورد بررسی قرار دادند و برای تعیین رابطه بین ضرایب درگ، ضرایب شکل دماغه و سرعت های اولیه پرتابه ها، یک مدل ساده و موثر پیشنهاد کردند. نتایج نشان داد که ضرایب درگ به طور یکنواخت با سرعت های اولیه برای یک پرتابه مشابه افزایش می یابد [۲۴]. احمدزاده و همکاران در سال ۲۰۱۴، شبیه سازی عددی برخورد آزاد یک کره با سطح آب را به روش کوبه اولیرین - لاغرانژین انجام دادند [۲۵]. نتایج شبیه سازی توسط نرم افزار آباکوس برای چگالی های متفاوت کره، حاکی از تطابق خوب با نتایج آزمایشگاهی موجود بود. عرفانیان و مقیمان در سال ۲۰۱۵، مسئله ورود به آب یک پرتابه سه بعدی با دماغه نیم کروی را با استفاده از روش آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. برای حل عددی، یک مدل سه بعدی از پرتابه با دماغه نیم کروی و در شرایط شش درجه آزادی در نظر گرفته شد. پس از مقایسه نتایج شبیه سازی عددی شامل شکل حباب هوای تشکیل شده و مسیر حرکت پرتابه با نتایج آزمایشگاهی و تطابق خوب بین آنها، دقت و کاربرد الگوریتم کوبه اولیرین - لاغرانژین که برای در نظر گرفتن برهم کنش بین سیال و پرتابه استفاده شده بود، آشکار شد [۲۶]. نگوین<sup>۸</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۶ با استفاده از یک روش شبکه متحرک، مدت زمان واقعی حرکت اجسام ورودی به آب را با ترکیبی از مدل حرکت جسم صلب در شرایط شش درجه آزادی و محاسبه عددی میدان جریان چند مرحله ای که توسط اثر کوبه سوپرکویتی و حرکت جسم به دست آمد، پیش بینی کردند [۲۷]. میرزایی و همکاران در سال ۲۰۱۶، یک ایده مطرح کردند که مدل های نیروی برنامه ریزی شده موجود، اندرکنش های غیر خطی بین فازهای جامد، مایع و گاز را تضعیف می کند و اغلب بسیار ساده و نادرست هستند. آنها یک مدل حرکت شش درجه آزادی برای اجسام متحرک سوپرکویتی با تعریف مجدد نیروی برنامه ریزی شده فضایی ایجاد کردند و یک طرح کنترل ترکیبی بر اساس شناسایی نیروی برنامه ریزی شده ایجاد کردند که باعث افزایش پایداری

مشخص شود. در روش لاغرانژین، گره‌ها نسبت به ماده در جای خود ثابت هستند و المان‌ها همان‌طور که ماده تغییر شکل پیدا می‌کند، دچار تغییر شکل می‌شوند. المان‌های لاغرانژین، به طور کامل از یک ماده تشکیل شده است و شرایط مرزی ماده، منطبق بر محدوده المان است. شبکه‌بندی اویلری معمولاً به شکل المان‌های مکعب مستطیل منظم هستند که باعث می‌شود درصد هر ماده و مرز آن در یک المان آسان‌تر مشخص گردد. اگر هر ماده اویلری از محیط شبکه‌بندی اویلری خارج شود، از دامنه محاسباتی نیز خارج می‌گردد. ماده اویلری می‌تواند با ماده لاغرانژی در تماس باشد که به تماس اویلرین – لاغرانژین معروف است. شبیه‌سازی‌هایی که از این نوع تماس استفاده می‌کنند، آنالیزهای کوپل اویلرین - لاغرانژین نامیده می‌شوند. این ابزار قدرتمند این امکان را ایجاد می‌کند که بتوان بسیاری از مسائل چند فازی از جمله تماس سازه با سیال را حل کرد. چندین معادله حالت متفاوت برای بیان رفتار هیدرودینامیکی مواد در نرم‌افزار آباکوس وجود دارد. معادله حالت، یک معادله پایه است که فشار را به صورت تابعی از چگالی و انرژی داخلی تعریف می‌کند [۳۴].

در این مسئله، سیال (آب) دچار تغییر شکل بزرگ می‌شود، پس شبکه‌بندی اویلرین برای آن مناسب است. اما جسم صلب (پرتابه)، تغییر شکل‌های کوچک نسبت به سیال خواهد داشت؛ لذا بهتر است که شبکه‌بندی لاغرانژین داشته باشد. برای پیاده‌سازی این روش به این ترتیب عمل می‌شود که موقعیت ماده اویلرین در محیط مشبکی، با محاسبه کسر حجمی اویلرین در هر المان مشخص می‌شود. اگر المانی به طور کامل از ماده پر شده باشد، مقدار کسر حجمی اویلرین آن یک و اگر ماده‌ای در آن قرار نگیرد، کسر حجمی اویلرین آن صفر است. المان‌های اویلرین ممکن است شامل بیش از یک ماده باشد که کسر حجمی اویلرین هر یک از این مواد در هر بازه زمانی محاسبه می‌شود. اگر مجموع تمام کسر حجمی اویلرین یک المان، کمتر از یک باشد، مقدار باقی مانده تهی (بدون جرم و استحکام) در نظر گرفته می‌شود. در این روش، برای هر بازه زمانی، مرز بین هر دو ماده با استفاده از یک صفحه صاف مشخص می‌شود. از این رو، روش اویلرین تنها برای المان‌های سه بعدی به کار برده می‌شود. این فرض یک مرز تقریبی برای هر ماده در نظر می‌گیرد و آن ماده را از ماده‌ای دیگر که در همسایگی آن قرار دارد، تفکیک می‌کند. بنابراین شبکه‌بندی مربوط به روش اویلرین، باید یک شبکه کاملاً منظم باشد [۳۵].

### ۳- معادلات حاکم

#### ۱-۱- معادله انرژی و منحنی هوگوئیوت

معادله بقای انرژی برابر با افزایش انرژی داخلی بر واحد جرم  $E_m$  به نرخ کار ایجاد شده ناشی از تنش‌ها و نرخ افزایش دما است. در

حل این مسائل است [۳۳]. در این مقاله به مطالعه عددی و آزمایشگاهی مسئله ورود یک پرتابه کروی به آب پرداخته می‌شود و اثر جرم و سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب را بر زمان و عمق جدایش حباب بررسی می‌نماییم. به منظور مدل‌سازی عددی حرکت پرتابه در آب و نحوه تغییر الگوی جریان در سطح آزاد آب از الگوریتم کوپل اویلرین - لاغرانژین استفاده شده است و با شبیه‌سازی تماس اویلرین - لاغرانژین در نرم‌افزار آباکوس، جسم لاغرانژی با ماده اویلری برهمنش می‌نماید. پرتابه یک جامد صلب در نظر گرفته شده و شبکه آن به صورت لاغرانژین ایجاد شده است. آب نیز یک سیال تراکم‌پذیر فرض شده است و شبکه آن با روش اویلرین تولید شده است. این مدل به صورت مؤثر و آسان‌تری نسبت به روش‌های رایج دینامیک سیالات محاسباتی، برهمنش میان پرتابه و آب را مدل می‌کند.

## ۲- حل مسائل زمان‌مند با استفاده از روش المان محدود و کوپل روش‌های اویلرین - لاغرانژین

در مکانیک محیط‌های پیوسته، دو روش اویلرین و لاغرانژین برای توصیف حرکت در یک محیط پیوسته ارائه شده است. در روش لاغرانژین شبکه ایجاد شده روی ماده، همراه با آن تغییر شکل داده و المان دچار کرنش و اعوجاج می‌شود. این روش اگرچه ساده و سریع است، اما زمانی که تغییرشکل‌ها بزرگ باشد، تغییر شکل شدید المان‌ها مشکلاتی را برای تحلیل به وجود می‌آورد. این مشکلات حتی با افزایش تعداد المان‌ها در محدوده تغییر شکل بزرگ نیز برطرف نمی‌گردد.

حل مسائل با استفاده از شبکه‌بندی لاغرانژین در صورتی که تغییر شکل المان‌ها زیاد نباشد، مقرن به صرفه و دقیق است؛ لذا استفاده از این روش برای شبکه‌بندی جامدات، بسیار مرسوم و معقول است. اما اگر تغییر شکل‌ها بزرگ باشد، استفاده از این روش مشکلات فراوان ناشی از تراکم المان‌ها در یک ناحیه و برخورد المان‌ها با یکدیگر را به دنبال دارد. بنابراین در حل مسائلی مانند برهمنش سیالات و جامدات که تغییر شکل‌های بسیار بزرگ وجود دارد، روش لاغرانژین دچار تغییر شکل بسیار زیاد شده و دقت خود را از دست می‌دهد. برای این‌گونه مسائل می‌توان از روش شبکه‌بندی مجدد در گام‌های مختلف استفاده نمود؛ اما این روش نیز دارای مشکلاتی مانند اتلاف زمانی زیاد است. یکی از روش‌های رفع این مشکل استفاده از شبکه‌بندی اویلرین است.

در روش اویلرین، گره‌ها ثابت هستند و ماده در آنها حرکت کرده یا تغییر شکل می‌دهد. بنابراین نظم شبکه حفظ می‌شود. المان‌های اویلرین ممکن است به طور کامل از یک ماده تشکیل نشده و شامل چندین ماده و یا فضای خالی باشند؛ بنابراین شرایط مرزی هر ماده اویلرین باید در هر بازه زمانی حل، محاسبه شده و مرز هر ماده

برای بیان رفتار ماده اوپلری از یک معادله حالت استفاده شده است. معادله حالت می-گرانزین برای انرژی خطی است و شکل معمول آن به شکل رابطه (۴) می‌باشد:

$$p - p_H = \Gamma \rho (E_m - E_H) \quad (4)$$

که در آن  $p_H$  و  $E_H$  به ترتیب فشار هوگونیوت و انرژی هوگونیوت بوده و تنها تابع وابسته به چگالی می‌باشند.  $\Gamma$  نسبت گرانزین است که طبق رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\rho_0}{\rho} \quad (5)$$

که در آن  $\Gamma_0$  ثابت ماده و  $\rho_0$  داسیته مرجع است. انرژی هوگونیوت  $E_H$  با فشار هوگونیوت  $p_H$  از طریق رابطه (۶) به هم وابسته‌اند:

$$E_H = \frac{pH\eta}{2\rho_0} \quad (6)$$

که در آن  $\eta$  کرنش تراکمی حجمی است و به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$\eta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \quad (7)$$

با حذف  $\Gamma$  و  $E_H$ ، رابطه (۸) حاصل می‌شود:

$$p = p_H \left( 1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2} \right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \quad (8)$$

### ۳-۳- فرم هوگونیوت خطی $U_s$ - $U_p$

معادله حالت و معادله انرژی، معادلات کوپل شده‌ای برای فشار و انرژی داخلی ارائه می‌دهند. نرمافزار آباکوس به طور همزمان هر یک از این معادلات را در هر نقطه از جسم با روش صریح حل می‌کند. رابطه معمول برای داده‌های هوگونیوت به صورت رابطه (۹) است:

$$p_H = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \quad (9)$$

$C_0$  و  $s$  رابطه خطی بین سرعت خطی شوک  $U_s$  و سرعت مخصوص  $U_p$  را با رابطه (۱۰) تعریف می‌کنند:

$$U_s = C_0 + s U_p \quad (10)$$

با فرضیات فوق، فرم هوگونیوت خطی  $U_s$ - $U_p$  طبق رابطه (۱۱) نوشته می‌شود:

$$p = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left( 1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2} \right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \quad (10)$$

غیاب هدایت گرمای رسانایی، معادله انرژی را می‌توان به شکل رابطه (۱) نوشت:

$$\rho \frac{\partial E_m}{\partial t} = (p - p_{bv}) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + s \cdot \dot{e} + \rho \dot{Q} \quad (1)$$

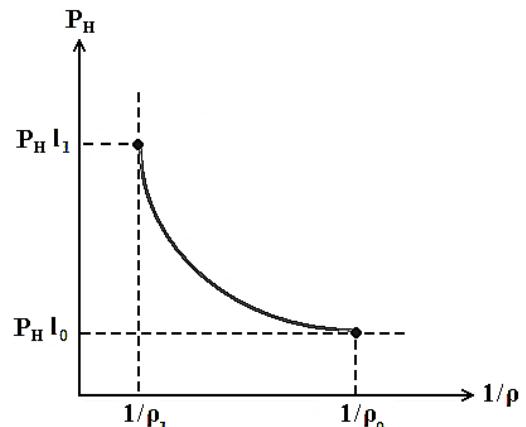
که در آن  $p$  تنش فشاری است که در جهت تراکم، مثبت فرض می‌شود.  $E_m$  انرژی بر واحد جرم،  $\rho$  چگالی،  $p_{bv}$  تنش فشاری مربوط به لزجت حجمی،  $\dot{Q}$  نرخ گرما بر واحد حجم و  $s$  تانسور تنش می‌باشد که به صورت عددی در تانسور نرخ کرنش ( $\dot{e}$ ) ضرب شده است. فرض می‌شود که معادله حالت برای فشار به عنوان تابعی از چگالی  $\rho$  و انرژی داخلی بر واحد جرم  $E_m$  باشد. لذا مطابق رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$p = f(\rho, E_m) \quad (2)$$

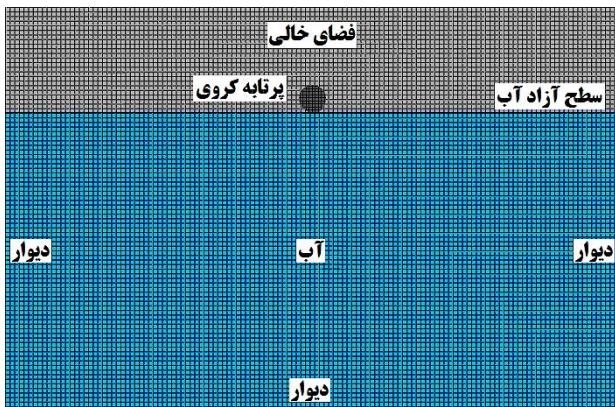
انرژی داخلی را می‌توان از معادله (۲) حذف کرد تا رابطه‌ای بین فشار  $p$  و حجم  $V$  (که  $V$  حجم اولیه است) یا عکس چگالی حاصل شود یا به صورت معادل رابطه‌ای بین  $p$  و  $1/\rho$  به دست آید. معادله مذکور به جنسی که با معادله حالت تعریف شده است، به صورت یکتا وابسته است. این رابطه یکتا به نام منحنی هوگونیوت شناخته می‌شود و بیانگر مکان هندسی حالت‌های فشار - حجم قابل حصول در پشت یک شوک است. فشار هوگونیوت  $p_H$ ، تنها تابعی از چگالی است و عموماً از ترسیم داده‌های تجربی حاصل می‌شود. معادله حالت به صورت خطی در نظر گرفته شده و می‌تواند به شکل رابطه (۳) نوشته شود:

$$p = f + g E_m \quad (3)$$

( $f(\rho)$  و  $g$ ) تنها تابعی از چگالی هستند و وابسته به معادله خاصی از مدل حالت هستند. در شکل ۱ بیان شماتیکی از منحنی هوگونیوت ارائه شده است [۳۵].



شکل ۱- بیان شماتیکی از منحنی هوگونیوت



شکل ۲- دامنه محاسباتی، شرایط مرزی و توزیع شبکه مسئله ورود به آب پرتابه کروی

جدول ۱- خصوصیات فیزیکی مدل اویلرین

نوع	سیال	صوت ( $C_0$ )	چگالی جرمی ( $\rho$ )	دما (°C)	ویسکوزیته ( $\eta_w$ )
آب	آب	۱۰۰	۱۴۵۰	۰/۰۰۱	(kg/m <sup>2</sup> ) (m/s) (kg/m <sup>3</sup> ) (C°)

ثابت ماده در معادله حالت گرانزین ( $I$ ) و ضریب ثابت در معادله سرعت شوک ( $J$ ) برابر صفر فرض شده است.

#### ۴-۲- اندازه المان‌های مش‌بندی اویلرین

برای مش‌بندی مدل اویلرین از سلول‌های محاسباتی کاملاً منظم و سازمان یافته مربعی استفاده شده است. اندازه مش‌ها با روش سعی و خطا طوری انتخاب شده است که با کوچکتر شدن آن، نتایج عددی تغییر چندانی نداشته باشد. همان‌طور که در شکل ۳ ملاحظه می‌شود با کاهش اندازه شبکه مش‌بندی مدل اویلرین به کمتر از ۱/۵ سانتی‌متر، نمودار جابجایی - زمان پرتابه کروی، تغییر ناچیزی دارند. لذا جهت تسريع زمان آنالیز، اندازه المان‌های مش‌بندی این مدل، برابر ۱/۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است که با این ابعاد، تعداد ۱۵۳۸۹۴۳ المان برای مش‌بندی مدل سه بعدی اویلرین حاصل شده است.

که  $\rho_0 C_0^2$  معادل ضریب حجمی الاستیک، تحت یک کرنش اسمی کوچک است. مخرج معادله (۹) نباید صفر شود؛ بنابراین یک مقدار حدی برای  $\rho$  و  $\eta$  به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) تعریف می‌شود.

$$\eta_{lim} = \frac{1}{s} \quad (12)$$

$$\rho_{lim} = \frac{s\rho_0}{s-1} \quad (13)$$

در این محدوده یک حداقل کشش وجود دارد که سبب می‌شود سرعت‌های منفی برای ماده محاسبه شود. معادله حالت خطی- $U_p$  می‌تواند برای مدل‌سازی جریان‌های آرام غیر قابل تراکم لزج و غیر لزج با معادلات حرکت ناویر - استوکس استفاده شود. پاسخ حجمی، زمانی که مدول حجمی به عنوان یک پارامتر جریمه برای قید غیر قابل تراکم عمل می‌کند، توسط معادله حالت کنترل می‌شود [۳۵].

#### ۴- مواد و روش‌ها

##### ۴-۱- تعریف مدل اویلرین

در شکل ۲، میدان محاسباتی، شرایط مرزی و مش‌بندی محیط حل عددی ورود به آب پرتابه نشان داده شده است. در زمان صفر، ناحیه اویلرین به دو قسمت بالا و پایین تقسیم شده است. قسمت بالایی به عنوان فضای خالی و قسمت پایین به عنوان آب ساکن در نظر گرفته شده است. ابعاد دامنه محاسباتی به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده است که با افزایش آن، نتایج عددی تغییر چندانی ندارند. جهت مدل‌سازی سقوط پرتابه از ارتفاع مشخص بالای سطح آب، پرتابه دقیقاً مماس بر این سطح قرار داده شده و سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب، بر طبق معادله سقوط آزاد اجسام به آن اعمال می‌گردد. در مدل‌سازی برخورد جسم چلب با سطح آب، ابعاد مدل المان محدود آب باید حداقل ۸ برابر ابعاد جسم برخورد کننده باشد. لذا در این مدل‌سازی سه بعدی، محیط اویلرین به صورت مکعب مستطیل با ابعاد ۲۰×۲۰×۱ اختیار شده است. برای تعریف ماده آب در روش اویلرین - لاگرانژین از معادله حالت- $U_p$  استفاده شده است. این معادله حالت برای شبیه‌سازی جریان ناویر - استوکس، زمانی که آشفتگی جریان ناچیز باشد، کارایی دارد. در مسائلی که اثر برخورد ضربه ناشی از جسم چلب بر آب بررسی می‌گردد، عمدۀ نیروی وارد بر جسم به صورت فشاری است. لذا با تقریب مناسب می‌توان این معادله حالت را جهت بررسی اثر ضربه اجسام بر آب، مورد استفاده قرار داد. در جدول ۱، خصوصیات فیزیکی مدل اویلرین ارائه شده است.

که در آن،  $V_0$  سرعت اولیه پرتابه در لحظه رها شدن از بالای سطح آزاد آب،  $V$  سرعت برخورد پرتابه با سطح آب،  $g$  شتاب گرانش زمین برابر  $9.81 \text{ m/s}^2$  و  $h$  ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب است. در رابطه (۱۶) که بیانگر معادله مستقل از زمان حرکت سقوط آزاد اجسام است؛ سرعت اولیه و سرعت نهایی جسم، ارتفاع سقوط و شتاب ثقل زمین در غیاب زمان به هم مرتبط می‌شود. در این مدل‌سازی عددی، به علت اینکه پرتابه از حالت سکون در بالای سطح آب رها می‌شود لذا سرعت اولیه ( $V_0$ ) آن برابر صفر متر بر ثانیه می‌باشد. بنابراین سرعت برخورد پرتابه با سطح آب، از رابطه (۱۷) به دست می‌آید.

$$V = \sqrt{2gh} \quad (17)$$

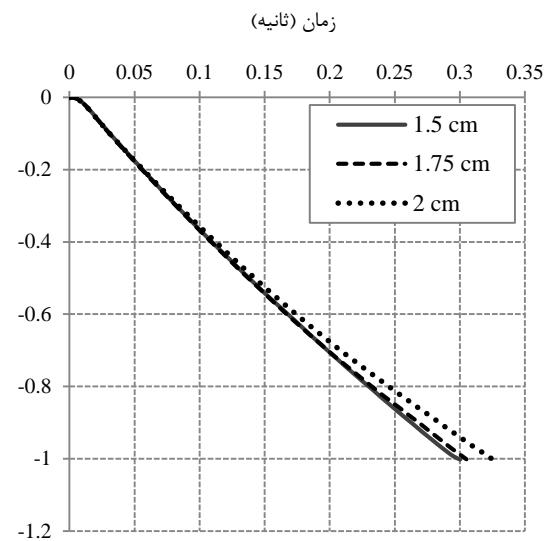
به منظور بررسی اثر جرم و سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب، ابتدا مسئله ورود به آب یک پرتابه کروی به جرم ۱ تا ۶ کیلوگرم با ارتفاع سقوط ۱ متر از سطح آزاد آب به صورت عددی مدل‌سازی شده و تاثیر افزایش جرم پرتابه بر زمان و عمق جدایش حباب و استهلاک انرژی آن تعیین می‌گردد. سپس مطابق شکل ۴، با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه کروی به جرم  $4/11$  کیلوگرم از سطح آزاد آب، تاثیر افزایش سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب بر پارامترهای مذکور مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول ۳، سرعت پرتابه کروی با ارتفاع سقوط متفاوت در لحظه برخورد با سطح آزاد آب نشان داده شده است.



شکل ۴- شماتیکی از ارتفاع سقوط پرتابه کروی از سطح آزاد آب

جدول ۳- سرعت برخورد پرتابه کروی با ارتفاع سقوط مختلف

ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب (m)	سرعت برخورد پرتابه با آب (m/s)
۲/۲۱	۰/۲۵
۳/۱۳	۰/۵
۳/۸۳	۰/۷۵
۴/۴۳	۱
۴/۹۵	۱/۲۵
۵/۴۲	۱/۵
۵/۸۵	۱/۷۵
۶/۲۶	۲



شکل ۳- مقایسه تاثیر اندازه مشبندی اویلرین بر نمودار جابجایی - زمان پرتابه

#### ۳-۴- شرایط مرزی

مرزهای طرفین مدل سه بعدی اویلرین از نوع مرزهای جاذب موج انتخاب شد تا موج انتشار یافته در اثر برخورد پرتابه با سطح آب، پس از رسیدن به این مرزها مجدداً به دامنه محاسباتی برگشت نکرده و توسط این مرزها جذب شود. این شرط مرزی، توسط روابط (۱۴) و (۱۵) بیان می‌گردد [۳۶]:

$$dp - pcdu = 0 \quad (14)$$

$$\frac{dx}{dt} = -c \quad (15)$$

در این روابط  $\rho$  چگالی،  $c$  سرعت صوت در سیال،  $p$  فشار،  $u$  در راستای عمود بر موج و  $x$  راستای عمود بر مرز است.

#### ۴-۴- تعریف مدل لاگرانژین

در جدول ۲، مشخصات مصالح پرتابه کروی جهت شبیه‌سازی حرکت در عمق آب، نشان داده شده است. این پرتابه از جنس فولاد و به قطر ۱۰ سانتی‌متر است.

جدول ۲- مشخصات مصالح پرتابه

نسبت پوآسون (v)	مدول یانگ (E) (kg/m <sup>2</sup> )	چگالی جرمی (ρ) (kg/m <sup>3</sup> )	جرم (kg)
۰/۳	$۲/۱ \times ۱۰^{۱۰}$	۷۸۵۰	۴/۱۱

#### ۴-۵- سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب

سرعت پرتابه پس از رها شدن از ارتفاع  $h$  بالای سطح آب، در لحظه برخورد با سطح آب با استفاده از رابطه (۱۶) تعیین می‌گردد.

$$V^2 - V_0^2 = 2gh \quad (16)$$

برداری پرسرعت در فاصله مناسب از جداره شیشه‌ای تانک قرار گرفته و حالت ضبط فیلم فعال می‌گردد. پس از برطرف شدن تلاطم آب داخل تانک و رسیدن به حالت ساکن، پرتابه کروی از دریچه رها کننده با سرعت اولیه صفر متر بر ثانیه سقوط می‌نماید. بر طبق رابطه ۱۷، پرتابه در هنگام برخورد با سطح آزاد آب به سرعت  $4/43 \text{ m/s}$  می‌رسد. لحظه ورود پرتابه به داخل آب و حرکت در عمق آن تا رسیدن به بستر تانک آزمایش، توسط دوربین فیلم-برداری ضبط می‌گردد و پس از اتمام آزمایش، تصاویر ضبط شده جهت پردازش به کامپیوتر منتقل می‌گردد. سپس فریم‌های مربوط به گسترش و تشکیل حباب هوا در داخل آب، انقباض حباب پشت پرتابه و در نهایت فروپاشی آن، به صورت تصاویر جداگانه تهیه شده و زمان و عمق جدایش حباب هوا در این شبیه‌سازی آزمایشگاهی با مدل‌سازی عددی پرتابه کروی مقایسه می‌گردد. در شکل ۹، شماتیکی از تجهیزات آزمایش نشان داده شده است که شامل تانک آزمایش، پرتابه کروی، دریچه رها کننده و دوربین با سرعت بالا است.



شکل ۷- پرتابه فولادی کروی



شکل ۸- دوربین فیلمبرداری پرسرعت

## ۵- بستر آزمایشگاهی و پردازش داده‌ها

مطابق شکل ۵، یک تانک آزمایش به شکل مکعب و با ابعاد  $1/2 \times 1/2 \times 1$  متر طوری طراحی شده است که اثر جداره‌ها بر نتایج ناچیز باشد. جداره‌های طرفین و کف تانک از ورق فولادی ۲ میلی-متری با جوشکاری دوطرفه و جدار پیشانی آن از شیشه ۱۰ میلی-متری ساخته شده است. جهت اطمینان از عدم نشت آب درون تانک، محل جوشکاری ورق‌های فولادی و اتصال شیشه به آنها توسط چسب آب‌بندی به طور مناسب پوشش داده شده است و در سمت چپ تانک، یک شیر جهت تخلیه آب درون تانک در موقع ضروری تعییه گردیده است. در شکل ۶، آبگیری تانک آزمایش نشان داده شده است.



شکل ۵- تانک آزمایش



شکل ۶- آبگیری تانک آزمایش

جهت شبیه‌سازی آزمایشگاهی مسئله ورود پرتابه به آب، مطابق شکل‌های ۷ و ۸، یک گره فولادی توپر به قطر ۱۰ سانتی‌متر و وزن ۴/۱۱ کیلوگرم و یک دوربین فیلمبرداری پرسرعت از نوع Chronos با  $1050$  فریم بر ثانیه ووضوح تصویر  $1280 \times 1024$  پیکسل جهت ثبت تصاویر حاصل از ورود پرتابه به آب و حرکت در عمق آن تا لحظه برخورد با بستر تانک مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس تانک آزمایش تا ارتفاع  $۹۰$  سانتی‌متر از آب پر شده و پرتابه در ارتفاع  $۱$  متری بالای سطح آزاد آب قرار داده می‌شود. دوربین فیلم-

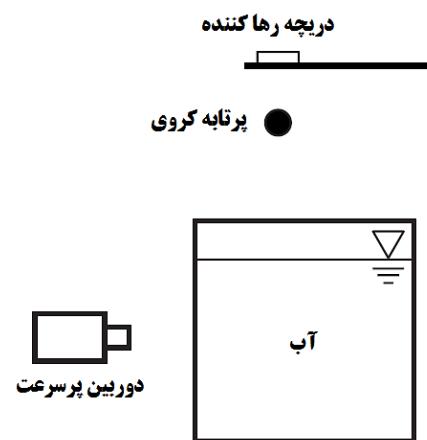
$$Z_p = \frac{1}{\beta} \ln(1 + \beta v_0 t) \quad (20)$$

که در آن  $\beta$  ثابت واپاشی و  $v_0$  سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب برابر  $4/43 \text{ m/s}$  است. همچنین سرعت پرتابه ( $v_p$ ) در عمق آب در زمان‌های مختلف  $t$  مطابق رابطه (۲۱) تعیین می‌گردد:

$$\frac{v_p}{v_0} = \frac{1}{1 + \beta v_0 t} \quad (21)$$

## ۶- نتایج و بحث

پس از ورود پرتابه کروی به داخل آب، یک حباب هوای متقارن در پشت آن شکل می‌گیرد. شکل گیری حباب هوا شامل چند مرحله است: گسترش و تشکیل حباب، انقباض حباب پشت پرتابه و در نهایت فروپاشی حباب. همان‌طور که پرتابه در عمق آب پایین می‌رود، به سیال پیرامون خود در جهت شعاعی نیرو وارد کرده و مومنتوم خود را به آن منتقل می‌کند. اما این انبساط با مقاومت فشار هیدرواستاتیکی سیال روبرو می‌شود. سپس جهت جریان شعاعی معکوس شده و سبب انقباض و در نهایت فروپاشی حباب می‌گردد. فروپاشی تا لحظه جدایش حباب شتاب می‌گیرد و سرانجام در این لحظه حباب به دو قسمت مجرزا تقسیم می‌شود. حباب جدا شده بالایی همچنان منقبض شده و به سمت سطح آب پیش می‌رود. اما حباب پایینی به پرتابه چسبیده و با آن حرکت می‌کند. پرتابه کروی پس از برخورد با سطح آب، مقداری از سرعت خود را در لحظات ابتدایی ورود به آب از دست خواهد داد. با پیشروی پرتابه به سمت بستر مدل، نیروی درگ آب با اعمال بر سطوح آن منجر به استهلاک تدریجی سرعت پرتابه می‌شود و این کاهش سرعت تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن در زمان ۲۲۵ میلی‌ثانیه ادامه دارد. در شکل ۱۰، از مقایسه نتایج مدل‌سازی عددی با تصاویر آزمایشگاهی مسئله ورود به آب پرتابه کروی ملاحظه می‌گردد که نحوه شکل گیری حباب، رشد و جدایش آن (انبساط و انقباض) در هر دو مدل عددی و آزمایشگاهی تطابق خوبی با یکدیگر دارند.



شکل ۹- شماتیکی از تجهیزات آزمایش

## ۶- حرکت پرتابه در آب

نیروی درگ حاصل از حرکت پرتابه با سرعت اولیه  $v_0$  پس از ورود به آب و استغراق در عمق آن می‌تواند توسط قانون دوم نیوتون مطابق رابطه (۱۸) بیان شود [۳۷]:

$$F = m_p \frac{dv_p}{dt} = m_p g - \frac{1}{2} \rho_w A_0 C_d v_p^2 \quad (18)$$

که در آن  $m_p$  جرم پرتابه،  $g$  شتاب نقل زمین،  $\rho_w$  چگالی جرمی آب،  $A_0$  مساحت پیشانی پرتابه،  $C_d$  ضریب درگ آب و  $v_p$  سرعت نفوذ پرتابه در آب است.

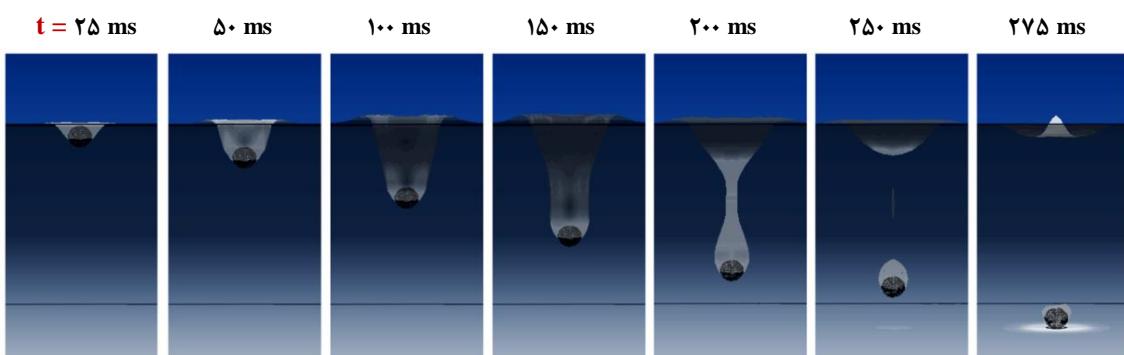
برای تعیین جابجایی و سرعت حرکت پرتابه کروی در عمق آب در زمان‌های مختلف، ثابت واپاشی  $\beta$  پرتابه بر اساس شکل هندسی آن مطابق رابطه (۱۹) تعیین می‌گردد [۳۷]:

$$\beta = \frac{\pi \rho_w R_0^2 C_d}{2m_p} \quad (19)$$

که در آن  $\rho_w$  چگالی جرمی آب،  $R_0$  شعاع پرتابه،  $C_d$  ضریب درگ آب و  $m_p$  جرم پرتابه است. با صرف نظر کردن از شتاب گرانش زمین و در نظر گرفتن ضریب درگ آب برای پرتابه کروی برابر  $4/0$ ، چگالی جرمی آب برابر  $1000 \text{ kg/m}^3$ ، شعاع و جرم پرتابه به ترتیب برابر  $5 \text{ cm}$  و  $4/11 \text{ kg}$ ، جابجایی پرتابه ( $Z_p$ ) در عمق آب در زمان‌های مختلف  $t$  مطابق رابطه (۲۰) به دست می‌آید:

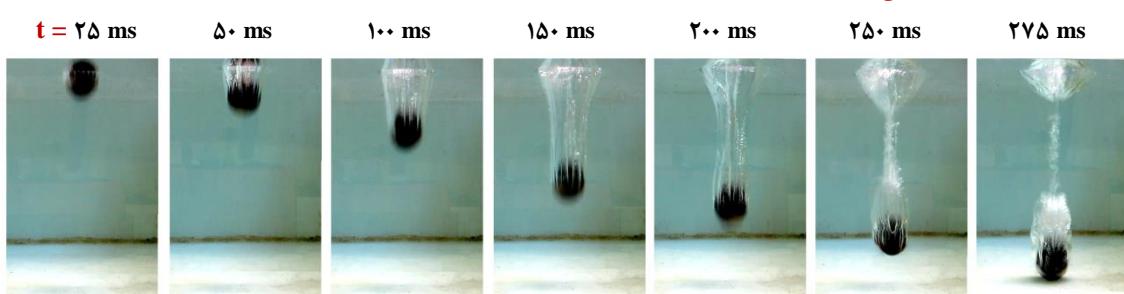
### نتایج مدل‌سازی عددی

#### جدایش حباب



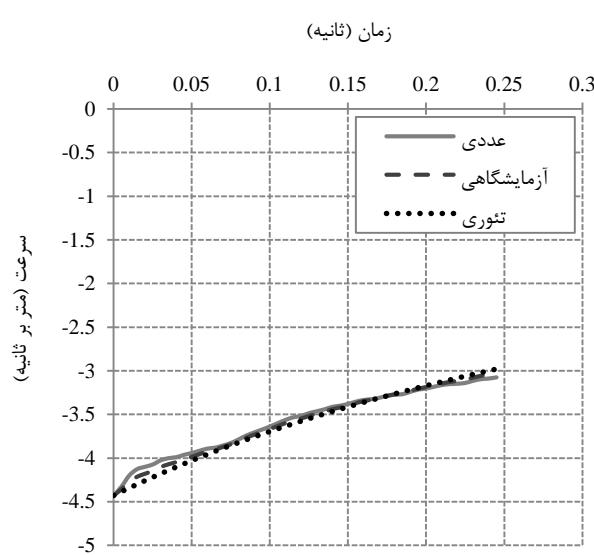
### نتایج شبیه‌سازی آزمایشگاهی

#### جدایش حباب



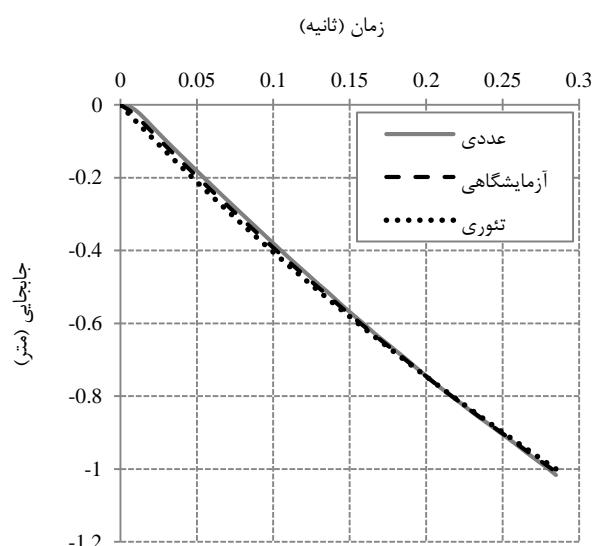
شکل ۱۰- مقایسه شکل‌گیری حباب هوا و زمان جدایش آن در مدل‌سازی عددی با تصاویر آزمایشگاهی ورود به آب پرتابه کروی

در شکل‌های ۱۱ و ۱۲، نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی مربوط به تغییرات جابجایی و سرعت پرتابه کروی در عمق آب بر حسب زمان، با نتایج تئوری مقایسه گردیده است. همان‌طور که در این نمودار ملاحظه می‌شود، نتایج حل عددی و شبیه‌سازی آزمایشگاهی همخوانی مناسبی با نتایج تئوری دارد.

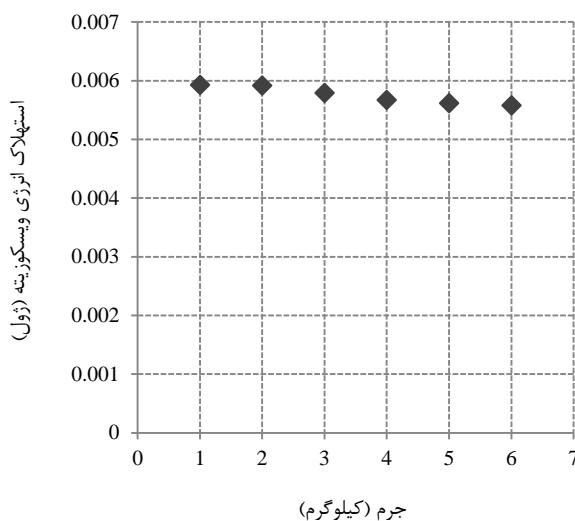


شکل ۱۲- مقایسه نمودار سرعت - زمان پرتابه در عمق آب حاصل از نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی با نتایج تئوری

با افزایش جرم پرتابه، نیروی ثقلی آن افزایش می‌یابد و با غلبه بر نیروی درگ آب منجر به کاهش استهلاک سرعت پرتابه و در نتیجه افزایش سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل می‌گردد. در شکل‌های ۱۳ و ۱۴، به ترتیب نمودار تغییرات زمان و



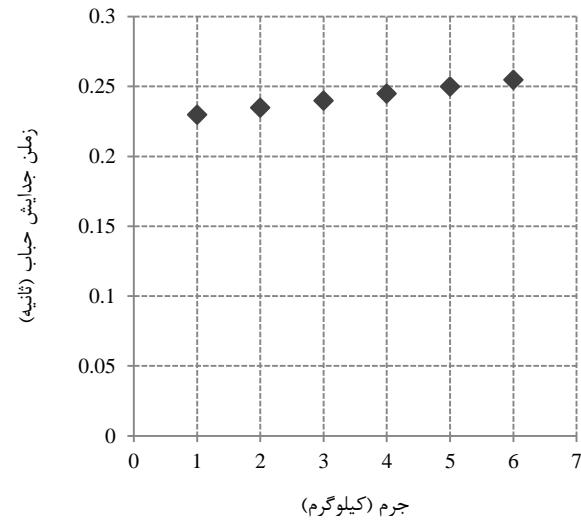
شکل ۱۱- مقایسه نمودار جابجایی - زمان پرتابه در عمق آب حاصل از نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی با نتایج تئوری



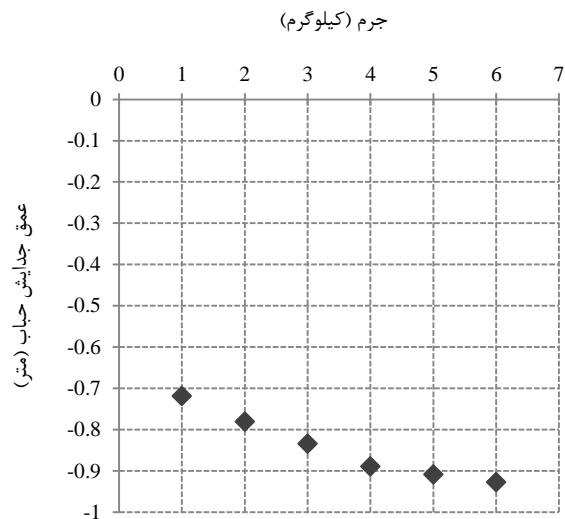
شکل ۱۵- تغییرات استهلاک انرژی ویسکوزیته بر حسب جرم پرتابه

با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب، سرعت برخورد آن با سطح آب افزایش می‌یابد؛ اما پس از ورود به آب، به تدریج از سرعت پرتابه کاسته خواهد شد. از این رو مطابق شکل ۱۶، تغییرات نمودار سرعت نهایی پرتابه در لحظه برخورد با بستر مدل نسبت به نمودار سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب کمتر است. وقتی پرتابه از ارتفاع کم بالای سطح آب رها می‌شود، به علت عدم دستیابی به سرعت زیاد، پس از ورود به آب، تحت اثر وزن خود در عمقد آب حرکت می‌نماید و سرعت آن در حین استغراق، افزایش می‌یابد. بنابراین سرعت پرتابه در لحظه برخورد با بستر مدل، بیشتر از سرعتش در لحظه برخورد با سطح آزاد آب خواهد بود. همچنانی به علت سرعت کم پرتابه در لحظه ورود به آب، جدایش حباب از انتهای آن در زمان و عمقد کمی از آب اتفاق می‌افتد و پرتابه پس از جدایش حباب به اوج گیری سرعت خود تا رسیدن به سرعت حدی ادامه می‌دهد. با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب، پرتابه با سرعت بیشتری به داخل آب ورود می‌نماید و اختلاف بین سرعت برخورد و سرعت نهایی آن، افزایش خواهد یافت. لذا به علت افزایش شدت برخورد پرتابه با سطح آب، استهلاک سرعت آن در لحظات ابتدایی ورود به آب، بیشتر خواهد شد. پس از ورود کامل پرتابه به داخل آب، بلافضله حباب هوا در انتهای آن ظاهر می‌شود. با حرکت پرتابه در عمقد آب، حباب نیز با افزایش طول به تعقیب پرتابه ادامه خواهد داد. این شرایط منجر به استهلاک سرعت پرتابه تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن می‌شود. پس از جدایش حباب، استهلاک سرعت پرتابه همچنان تا رسیدن به سرعت حدی ادامه می‌یابد. با عبور از ارتفاع بحرانی سقوط، سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب، افزایش یافته اما سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل، کاهش خواهد یافت. لذا اختلاف بین سرعت برخورد و سرعت نهایی پرتابه منطقی نبوده و مقدار

عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه بر حسب جرم آن نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه،تابع ضعیفی از جرم پرتابه است و با افزایش جرم، زمان جدایش حباب به مقدار کمی کاهش می‌یابد. این در حالی است که عمق جدایش حباب با افزایش جرم پرتابه، به طور قابل توجهی افزایش خواهد یافت.

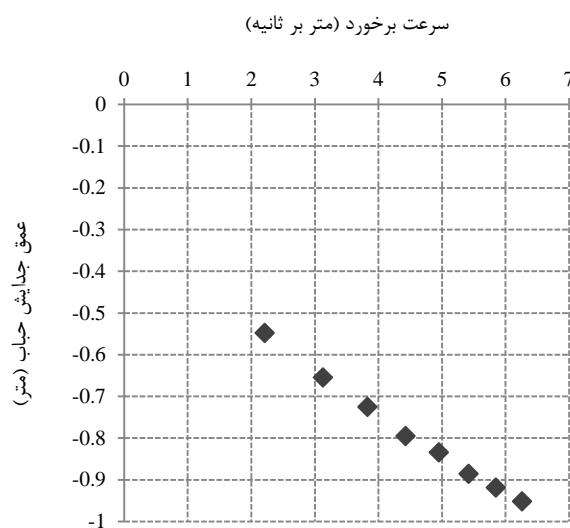


شکل ۱۳- تغییرات زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب جرم



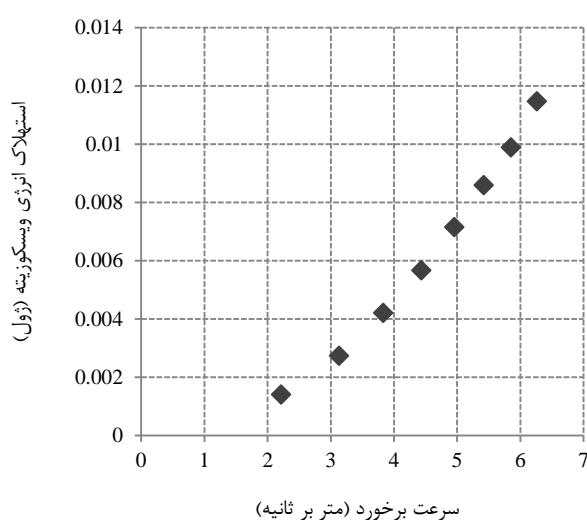
شکل ۱۴- تغییرات عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب جرم

در شکل ۱۵، نمودار استهلاک انرژی ویسکوزیته بر حسب جرم پرتابه نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، جرم پرتابه تاثیر نامحسوسی بر استهلاک انرژی ویسکوزیته دارد و با افزایش جرم، استهلاک انرژی ویسکوزیته کاهش نسبی خواهد داشت.



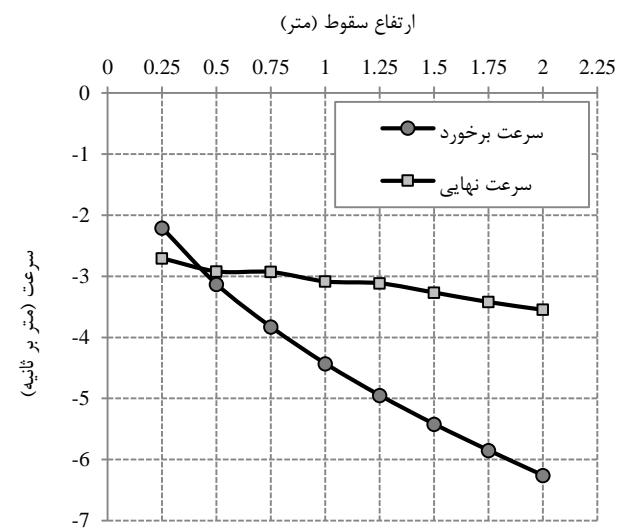
شکل ۱۸- تغییرات زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب سرعت برخورد با سطح آزاد آب

همان‌طور که در شکل ۱۹ ملاحظه می‌گردد، ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر استهلاک انرژی ویسکوزیته دارد و با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه، به علت افزایش سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آزاد آب، استهلاک انرژی ویسکوزیته به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب، سرعت برخورد آن با سطح آب بر طبق رابطه مستقل از زمان سقوط آزاد اجسام افزایش می‌یابد؛ اما پس از برخورد پرتابه با سطح آزاد آب و ورود به آن، بخش قابل ملاحظه‌ای از سرعت کوبه توسط آب مستهلك می‌گردد و منجر به استهلاک انرژی ویسکوزیته می‌شود.



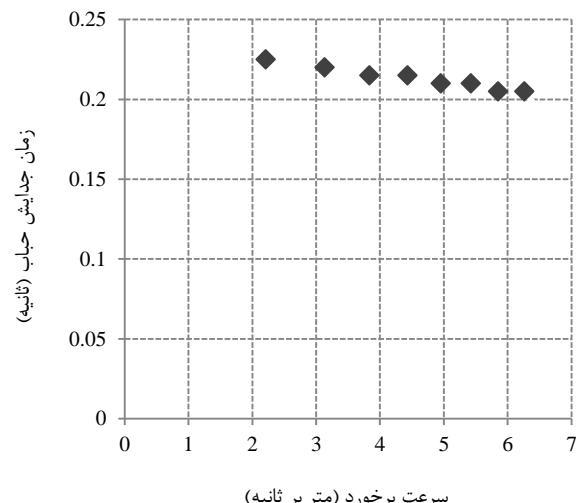
شکل ۱۹- تغییرات استهلاک انرژی ویسکوزیته بر حسب سرعت برخورد پرتابه با سطح آزاد آب

عمده‌ای از سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب و در حین حرکت در عمق آن مستهلك می‌گردد.



شکل ۱۶- سرعت برخورد و سرعت نهایی پرتابه با ارتفاع سقوط مختلف

در شکل‌های ۱۷ و ۱۸، به ترتیب نمودارهای تغییرات زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه بر حسب سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه،تابع ضعیفی از سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب است و با افزایش سرعت برخورد، زمان جدایش حباب به مقدار کمی کاهش می‌یابد. اما عمق جدایش حباب،تابع خطی از سرعت برخورد پرتابه با سطح آب است و با افزایش سرعت برخورد، عمق جدایش حباب افزایش می‌یابد. این رفتار در نتایج تحلیلی و عددی لی و همکاران [۳۸] نیز مشاهده شده است.



شکل ۱۷- تغییرات زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب سرعت برخورد با سطح آزاد آب

6. Fairlie-Clarke and Tveitnes
7. Yang and Qiu
8. Nguyen

## ۹- مراجع

- 1- Von-Karman, T., (1929), *The impact of seaplane floats during landing*, National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TN 321, USA.
- 2- Watanabe, S., (1930), *Resistance of impact on water surface, part I-cone*, Institute of Physical and Chemical Research, Tokyo 12, p. 251-267.
- 3- Watanabe, S., (1930), *Resistance of impact on water surface, part II-cone (continued)*, Institute of Physical and Chemical Research, Tokyo 14, p. 153-168.
- 4- Szebehely, V.G., (1959), *Hydrodynamic impact*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 12, p. 297-300.
- 5- Miloh, T., (1991), *On the initial stage slamming of a rigid sphere in a vertical water entry*, Journal of Applied Ocean Research, Vol. 8, p. 13-43.
- 6- Miloh, T., (1991), *On the oblique water entry problem of a rigid sphere*, Journal of Engineering Mathematics, Vol. 25, p. 77-92.
- 7- Howison, S.D., Ockendon, J.R. and Wilson, S.K., (1991), *Incompressible water-entry problems at small deadrise angles*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 222, p. 215-230.
- 8- New, A.P., Lee, T.S. and Low, H.T., (1993), *Impact loading and water entrance characteristics of prismatic bodies*, Proceedings of the third international offshore and polar engineering conference, National University of Singapore, Singapore, p. 282-287.
- 9- Anghileri, M. and Spizzica, A., (1995), *Experimental validation of finite element models for water impacts*, Proceedings of the second international crash users' seminar, Cranfield Impact Centre Ltd, England.
- 10- Engle, A. and Lewis, R., (2003), *A comparison of hydrodynamic impacts prediction methods with two dimensional drop test data*, Journal of Marine Structures, Vol. 16, p. 175-182.
- 11- Wagner, H., (1932), *Phenomena associated with impacts and sliding on liquid surfaces*, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 12, p. 193-215.
- 12- Chaung, S., (1966), *Slamming of rigid wedge shaped bodies with various deadrise angles*, Structural Mechanics Laboratory Research and development, report n. 2268.
- 13- Park, M., Jung, Y. and Park, W., (2003), *Numerical study of the impact force and ricochet behaviour of high speed water entry bodies*, Computer Fluids Journal, Vol. 51, p. 932-939.
- 14- Battistin, D. and Iafrati, A., (2003), *Hydrodynamic loads during water entry of two-*

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با مدل‌سازی عددی مسئله ورود به آب یک پرتا به کروی، مکانیزم حرکت پرتا به در عمق آب و نحوه تشکیل حباب هوا در پشت آن و همچنین زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتا به، مورد بررسی قرار گرفت. به منظور مدل‌سازی عددی حرکت پرتا به در آب و نحوه تغییر الگوی جریان در سطح آب از الگوریتم کوپل اویلرین - لاغرانژین استفاده شده است و با شبیه‌سازی تماس اویلرین - لاغرانژین در نرم‌افزار آباکوس، جسم لاغرانژی (پرتا به) با ماده اویلری (آب) برهمنکش می‌نماید. نتایج نشان داد که پس از ورود پرتا به کروی به داخل آب، یک حباب هوای متقارن در پشت آن شکل می‌گیرد. با حرکت پرتا به در عمق آب، به سیال پیرامون آن در جهت شعاعی نیرو وارد شده و پرتا به، مومنتوم خود را به سیال منتقل می‌کند. اما این انبساط با مقاومت فشار هیدرولاستاتیکی سیال روبه‌رو می‌شود. سپس جهت جریان شعاعی معکوس شده و سبب انقباض و در نهایت فروپاشی حباب می‌گردد. از مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی با نتایج تئوری، تطابق خوب این نتایج با یکدیگر و دقت و کاربرد الگوریتم عددی مورد استفاده، ملاحظه شد. نتایج نشان داد که با افزایش ارتفاع سقوط پرتا به از سطح آب تا ارتفاع بحرانی سقوط، سرعت آن در لحظه برخورد با بستر دریا افزایش یافته و بیشتر از این ارتفاع، نتیجه معکوس دارد. زمان جدایش حباب از انتهای پرتا به، تابع ضعیفی از جرم و سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب است؛ اما عمق جدایش حباب با افزایش جرم و سرعت برخورد پرتا به با سطح آزاد آب، به طور قابل توجه‌ای افزایش می‌یابد. همچنین جرم پرتا به تاثیر نامحسوسی بر استهلاک انرژی ویسکوزیته دارد و با افزایش جرم پرتا به، کاهش اندکی در استهلاک انرژی ویسکوزیته مشاهده می‌شود. این در حالی است که سرعت برخورد پرتا به با سطح آزاد آب تاثیر قابل ملاحظه‌ای را بر استهلاک انرژی ویسکوزیته نشان می‌دهد. در واقع با افزایش ارتفاع سقوط پرتا به از سطح آزاد آب، به علت افزایش سرعت آن در لحظه برخورد با آب و استهلاک بخش قابل ملاحظه‌ای از سرعت کوبه توسط آب، انرژی ویسکوزیته به طور چشمگیری مستهلاک می‌گردد.

## ۸- تشرک و قدردانی

نویسنده‌گان صمیمانه از همکاری و راهنمایی‌های دکتر علی مهرآبادی در این مقاله، تشرک و قدردانی می‌نمایند.

## کلید واژگان

1. Watanabe
2. Szebehely
3. Anghileri and Spizzica
4. Battistin and Iafrati
5. Korobkin and Ohkusu

- Journal of Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, p. 53-60.
- 27- Nguyen, V.T., Vu, D.T., Park, W.G. and Jung, C.M., (2016), *Navier-Stokes solver for water entry bodies with moving Chimera grid method in 6DOF motions*, Computers and Fluids, Vol. 140, p. 19-38.
- 28- Mirzaei, M., Eghtesad, M. and Alishahi, M.M., (2016), *Planing force identification in high-speed underwater vehicles*, Journal of Vibration and Control, Vol. 22, p. 4176-4191.
- 29- Iranmanesh, A. and Passandideh-Fard, M., (2017), *A three-dimensional numerical approach on water entry of a horizontal circular cylinder using the volume of fluid technique*, Journal of Ocean Engineering, Vol. 130, p. 557-566.
- 30- Yang, J., Li, Y., Feng, J., Hu, J. and Liu, A., (2017), *Simulation and experimental research on trans-media vehicle water-entry motion characteristics at low speed*, PLOS ONE, Vol. 12, p. 1-29.
- 31- Taghizadeh-Valdi, M.H., Atrechian, M.R., Jafary Shalkoohy, A. and Chavoshi E., (2018), *Numerical Investigation of Water Entry Problem of Pounders with Different Geometric Shapes and Drop Heights for Dynamic Compaction of Seabed*, Geofluids, Vol. 4, p. 1-18.
- 32- Sun, Y.S., Zhou, S.H., Zhang, X.B. and Xiang, Y.L., (2018), *Study on the high speed water impact load of hemispherical-nosed heavy projectiles*, Vibroengineering PROCEDIA, Vol. 17, p. 137-141.
- 33- Nair, P. and Tomar, G., (2017), *A study of energy transfer during water entry of solids using incompressible SPH simulations*, Journal of the Indian Academy of Sciences, Sadhana, Vol. 42, p. 517-531.
- 34- Belden, J., Hurd, R.C., Jandron, M.A., Bower, A.F. and Truscott T.T., (2016), *Elastic spheres can walk on water*, Nature Communications 7.
- 35- Erfanian, M.R., Anbarsooz, M., Rahimi, N., Zare, M. and Moghiman, M., (2015), *Numerical and experimental investigation of a three dimensional spherical-nose projectile water entry problem*, Journal of Ocean Engineering, Vol. 104, p. 397-404.
- 36- Forouzani, H., Saranjam, B., Kamali, R. and Abdollahi-far, A., (2016), *Elasto-plastic time dependent impact analysis of high speed projectile on water surface*, Journal of Solid and Fluid Mechanics, Vol. 3, p. 281-298.
- 37- Yao, E., Wang, H., Pan, L., Wang, X. and Woding, R., (2014), *Vertical Water-Entry of Bullet-Shaped Projectiles*, Journal of Applied Mathematics and Physics, Vol. 2, p. 323-334.
- 38- Lee, M., Longoria, R.G. and Wilson, D.E., (1997), *Cavity dynamics in high-speed water entry*, Physics of Fluids, Vol. 9, p. 541-550.
- dimensional and axisymmetric bodies*, Journal of Fluids and Structure, Vol. 17, p. 643-664.
- 15- Korobkin, A. and Ohkusu, M., (2004), *Impact of two circular plates one of which is floating on a thin layer of liquid*, Journal of Engineering Mathematics, Vol. 50, p. 343-358, 2004.
- 16- Kleefsman, K.M.T., Fekken, G., Veldmen, A.E.P., Lwanowski, B. and Buchner, B., (2005), *A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems*, Journal of Computational Physics, Vol. 206, p. 363-393.
- 17- Kim, Y.W., Kim, Y., Liu, Y.M. and Yue, D., (2007), *On the water-entry impact problem of asymmetric bodies*, Proceedings of Ninth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, USA.
- 18- Yang, Q. and Qiu, W., (2007), *Numerical solution of 2D slamming problem with a CIP method*, International Conference on Violent Flows, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Japan.
- 19- Fairlie-Clarke, A.C. and Tveitnes, T., (2007), *Momentum and gravity effects during the constant velocity water entry of wedge-shaped sections*, Journal of Ocean Engineering, Vol. 35, p. 706-716.
- 20- Aristoff, J.M., Truscott, T.T., Techet, A.H. and Bush, J.W.M., (2010), *The water entry of decelerating spheres*, Physics of Fluids Journal, Vol. 22, p. 1-8.
- 21- Yang, Q. and Qiu, W., (2012), *Numerical simulation of water impact for 2D and 3D bodies*, Journal of Ocean Engineering, Vol. 43, p. 82-89.
- 22- Wu, G., (2012), *Numerical simulation for water entry of a wedge at varying speed by a high order boundary element method*, Journal of Marine Science and Application, Vol. 11, p. 143-149.
- 23- Panahi, R., (2012), *Simulation of water-entry and water exit problems using a moving mesh algorithm*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 42, p. 79-92.
- 24- Guo, Z., Zhang, W., Wei, G. and Ren, P., (2012), *Numerical study on the high-speed water-entry of hemispherical and ogival projectiles*, AIP Conference Proceedings, 1426, 64.
- 25- Ahmadzadeh, M., Saranjam, B., Hoseini-Fard, A. and Binesh, A.R., (2014), *Numerical simulation of sphere water entry problem using Eulerian-Lagrangian method*, Journal of Applied Mathematical Modelling, Vol. 38, p. 1673-1684.
- 26- Erfanian, M.R. and Moghiman, M., (2015), *Numerical and Experimental Investigation of a Projectile Water Entry Problem and Study of Velocity Effect on Time and Depth of Pinch-off*,