

## تخمین نیروی هیدرودینامیکی امواج وارد بر سازه‌های لاغر دریایی به روش SI

مرتضی نقی پور<sup>۱</sup>، محمدجواد کتابداری<sup>۲</sup>، مسعود ولی‌نجاج<sup>۳</sup>

۱- دانشیار، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی (نوشیروانی) بابل

۲- استادیار، دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

۳- کارشناس ارشد سازه‌های دریایی، دانشگاه هرمزگان

### چکیده

موج یکی از مهمترین نیروهای محیطی در دریاست که قادر است نیروهای عظیمی به سازه‌های دور از ساحل، سازه‌های ساحلی و شناورها وارد نماید. اما به علت تصادفی بودن امواج، بدست آوردن نیروی هیدرودینامیکی وارد از آنها بر سازه‌های دریایی از پیچیدگی زیادی برخوردار می‌باشد. در این بین می‌توان به نقش مدل ریاضی- تجربی موریسون<sup>۱</sup> که جهت برآورد نیروی امواج بر المانهای استوانه‌ای سازه‌های لاغر به کار می‌رود، اشاره نمود. در تحقیق حاضر با به کارگیری داده‌های حاصل از آزمایشات بزرگ مقیاس انجام شده در فلوم موج، اثرات امواج تصادفی بر پایه‌های استوانه‌ای با سطح زیر مورد بررسی قرار خواهد گرفت. سپس سینماتیک ذرات آب توسط تئوری موج غیرخطی مرتبه پنجم استوکس<sup>۲</sup> (روش فنتون<sup>۳</sup>) تخمین زده می‌شود. در نهایت با به کارگیری روش شناسایی سیستم (System Identification) که به روش SI معروف است، ضرایب هیدرودینامیکی موجود در معادله موریسون محاسبه خواهد شد. مقایسه نیروی هیدرودینامیکی تخمین زده شده به کمک معادله موریسون با مقادیر اندازه‌گیری شده، نشان می‌دهد که گرچه معادله موریسون کاربردی‌ترین راه حل موجود جهت برآورد نیروی امواج روی اعضای استوانه‌ای شکل لاغر می‌باشد، اما خطاهای آن در جهت محافظه کارانه نیز قابل توجه است.

**کلمات کلیدی:** معادله موریسون، ضرایب هیدرودینامیکی، تحلیل حوزه فرکانسی، روش SI

## Estimation of Wave Hydrodynamic Forces on Marine Slender Bodies Using SI Method

M. Naghipour<sup>1</sup>, M. J. Ketabdari<sup>2</sup>, M. Valinataj<sup>3</sup>

1- Associate Professor, Babol University of Technology

2- Assistant Professor, Faculty of Marine Industries

3- Marine Structures Engineering Consultant, Hormozgan University

### Abstract

Waves exert one of the most important forces on offshore and coastal structures as well as floating vessels. However, due to the random nature of waves, estimation of their hydrodynamic forces on marine structures is very complicated. Morison's semi-empirical model, is one of the models capable of estimating wave forces on slender cylindrical elements of marine structures. In this research using large scale experimental results in wave flume, the effect of random waves on rough vertical cylinders will be considered. Water particle kinematics was estimated

<sup>1</sup>Morison

<sup>2</sup>Stokes

<sup>3</sup>Fenton

using non-linear Stokes fifth order theory (i.e. Fenton Method). Finally, System Identification method known as SI method was utilized in order to determine hydrodynamic coefficients in Morison's equation. Comparison of measured and estimated hydrodynamic force by Morison's equation showed that although Morison's equation is most applicable and available routine for estimation of wave forces on slender cylindrical elements, its errors in safe side is considerable.

**Keywords:** Morison's Equation, Hydrodynamic Coefficients, Frequency Domain Analysis, SI Method

## ۱- مقدمه

سازه‌های دریایی علاوه بر اینکه همانند سازه‌های واقع در خشکی، تحت تأثیر بارهای مرده و زنده و بارهای جانبی ناشی از باد و یا زلزله هستند، در معرض امواج محیطی مختلف همانند بارهای وارد از جانب امواج دریا و جریانهای دریایی نیز قرار دارند. طبیعت تصادفی امواج و وجود ترمهای غیرخطی که در ساختار برخی از تئوری‌های موج جهت بیان خصوصیات آن وجود دارد، باعث می‌گردد که حل مسئله اندرکنش امواج با سازه به راحتی میسر نباشد [۱]. در طی چند دهه گذشته، تحقیقات گسترده‌ای در جهت مدل‌سازی فیزیکی و ریاضی این نیروها صورت گرفته است. علاوه بر اینها اندازه‌گیریهای میدانی نیز کمک موثری برای بدست آوردن این مدلها بوده است [۱].

## ۲- برآورد نیروی امواج بر سازه‌های دریایی

از بین مدل‌هایی که تاکنون برای تخمین نیروی امواج دریا پیشنهاد شده است، مدل نیمه تجربی موریسون تا حد معقولی ویژگی امواج را در مجاورت سازه‌های استوانه‌ای شکل بیان می‌نماید [۲]. در این مدل اساساً فرض بر این است که قطر پایه در مقایسه با طول موج آب کوچک باشد و لذا تفرق یا آشفتگی امواج با سازه قابل صرف نظر کردن است. در صورتی که نیروی اینرسی بر محیط حاکم گردد ولی کماکان اندازه عضو سازه‌ای کوچک باشد، در اینصورت سینماتیک موج تا حد زیادی تحت تأثیر مشخصات عضو قرار نمی‌گیرد و در چنین شرایطی تئوری فروید-کریولوف<sup>۱</sup> قابل استفاده خواهد بود [۱]. در این روش، فشار موج در مجاورت عضو، در تعیین نیروی وارد بر سطح سازه مدنظر قرار می‌گیرد. زمانی که ابعاد عضو

سازه‌ای در مقایسه با طول موج قابل ملاحظه باشد، وجود سازه باعث تغییرات عمده‌ای در میدان موج مجاور شده و تفرق امواج سهم قابل توجهی در تعیین نیروی موج خواهد داشت. در این حالت سازه کمتر تحت اثر بارهای ناشی از لزجت قرار می‌گیرد، ولی نسبت به تفرق امواج در مجاورت عضو سازه‌ای بسیار حساس است. در چنین نوعی از بارگذاری، نیروی اینرسی بر سازه اثر می‌کند و تئوری تفرق حاکم خواهد بود [۱]. قبل از آنکه مدل موریسون پیشنهاد شود، مدلی توسط استوکس در سال ۱۸۵۱ برای توصیف نیرویی که از طرف سیال بر جسمی کروی شکل داخل آن وارد می‌گردد، ارائه شده بود [۳]. با توجه به ساختار رابطه استوکس، می‌توان اذعان نمود که ایده اصلی رابطه موریسون، بر اساس رابطه استوکس می‌باشد. در زمینه تعیین سینماتیک ذرات آب ابتدا مدلی توسط ایری<sup>۲</sup> ارائه شد. تئوری موج ایری علی‌رغم سادگی و کاربرد زیادی که در کارهای مهندسی دارد، در شرایط امواج با ارتفاع و دامنه نوسانی زیاد ولی محدود، دچار خطای محاسباتی قابل توجهی می‌گردد [۳]. از جمله کارهایی که توسط محققین جهت فائق آمدن بر این مشکل انجام شده است، تئوری موج غیرخطی استوکس است، که با احتساب جملات غیرخطی در بیان مدل تراز سطح آب، تا حدود زیادی پاسخگوی برخی از مسائل مطرح شده گردیده است. افرادی مانند دی<sup>۳</sup>، شوارتز و ککلت<sup>۴</sup> به ترتیب راه حل ارائه شده توسط استوکس را از مرتبه سوم به مرتبه پنجم ارتقاء داده و مقادیر عددی ضرایب را برحسب نسبت عمق به طول موجهای با مرتبه‌های بالاتری بدست آوردند. روش

<sup>2</sup> Airy

<sup>3</sup> De

<sup>4</sup> Schwartz & Cokelet

<sup>1</sup> Froude-Kryolov

موجود در این مدل به سه دسته تقسیم بندی می گردند. دسته اول پارامترهای فیزیکی سیستم نظیر چگالی جرمی آب و قطر پایه ها، دسته دوم سینماتیک ذرات آب در مجاورت سازه که برای بدست آوردن آنها می توان از یک تئوری موج مناسب ویا وسایل اندازه گیری سینماتیک ذرات آب استفاده کرد. دسته سوم ضرایب هیدرودینامیکی یعنی ضریب درگ و اینرسی بوده که از اهمیت خاصی از لحاظ انتخاب مقادیر مناسب در مسئله برخوردار است.

## ۲-۲- تخمین سینماتیک ذرات آب به روش فنتون

در این تحقیق، از تئوری موج غیر خطی مرتبه پنجم استوکس (روش فنتون) برای تخمین سینماتیک ذرات آب استفاده شده که مقادیر بدست آمده از این تئوری در مراحل بعدی تحلیل مورد استفاده قرار می گیرد. در این تئوری، با استفاده از دو مشخصه دامنه و پرپود مربوط به موج، سینماتیک ذرات آب با استفاده از روابط زیر تعیین می گردد [۴]:

تراز سطح آب:

$$\eta(x, z, t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^5 \beta_i \cos i(kx - \omega t) \quad (2)$$

سرعت‌های افقی و قائم:

$$u(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial x} = c_E + \frac{\sqrt{gk \tanh kh}}{k} x \quad (3)$$

$$\times \sum_{i=1}^5 i \alpha_i \cosh ik(z+d) \cos i(kx - \omega t)$$

$$w(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sqrt{gk \tanh kh}}{k} x \quad (4)$$

$$\times \sum_{i=1}^5 i \alpha_i \sinh ik(z+d) \sin i(kx - \omega t)$$

شتابهای محلی نیز از روابط زیر حاصل می آیند:

$$\alpha_x(x, z, t) = \frac{\partial u}{\partial t} = \omega \frac{\sqrt{gk \tanh kh}}{k} x \quad (5)$$

$$\times \sum_{i=1}^5 i^2 \alpha_i \cosh ik(z+d) \sin i(kx - \omega t)$$

آسانتر دیگری توسط اسکجلبریا و هندریکسون<sup>۱</sup> پیشنهاد شده است [۳]. طی تحقیقاتی که فنتون در ارتباط با صحت یا عدم صحت هر کدام از روشهای فوق در محدوده تئوری موج مرتبه پنجم استوکس انجام داده است، دریافت که روشهای به کار برده شده توسط محققین قبلی نادرست می باشند [۴]. این تحقیق به بررسی معادله موريسون و نحوه تخمین نیروی امواج توسط این مدل در مجاورت سازه های با المانهایی استوانه ای لاغر که در مقایسه با طول موج امواج منطقه دارای ابعاد ناچیزی باشند می پردازد.

## ۲-۱- معادله موريسون

در سال ۱۹۵۰ میلادی موريسون و همکارانش با فرض پریودیک بودن امواج و عدم حضور جریان دریایی، مدلی ارائه کردند که نیروی افقی سیال در امواج غیرشکسته وارد بر پایه استوانه ای قائم را از ترکیب خطی دو مؤلفه اینرسی و درگ طبق معادله زیر نتیجه می دهد [۲]:

$$f = f_{\text{drag}} + f_{\text{inertia}} = 0.5 \rho C_D D |u| u + \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \ddot{u} \quad (1)$$

$f$  نیروی وارد بر واحد طول استوانه قائم،  $u$  و  $\dot{u}$  به ترتیب مؤلفه های افقی سرعت و شتاب ذرات آب،  $C_D$  و  $C_M$  ضرایب درگ و اینرسی،  $\rho$  چگالی جرمی آب و  $D$  قطر استوانه می باشد. مؤلفه اینرسی معادله موريسون با مؤلفه افقی شتاب ذرات آب متناسب بوده و تحت اثر میدان غیرلزج قرار دارد. اندرکنش عضو با سیال شتابدار باعث می گردد تا ذرات آب در طی عبور از حول سیلندر ابتدا شتابی تند شونده به خود گرفته و سپس شتاب آنها بطور کند شونده، کاهش یابد. چنین واکنشی باعث ایجاد نیروی اینرسی می گردد. عبارت درگ نیز با مجذور سرعت افقی ذرات آب متناسب است. این سرعت از جریان های گردابی یا چرخشی نشأت می گیرد. بعداً ثابت گردید که این مدل برای امواج تصادفی، پایه های استوانه ای مایل و نیز حضور جریان دریایی قابل تعمیم است [۵]. پارامترهای

<sup>1</sup> Skjelberia & Hendrickson

به نتایج ارزنده‌ای رسیده‌اند که در آن  $e$ ، ارتفاع متوسط برجستگی‌های زبر موجود بر روی پایه استوانه‌ای می‌باشد [۳]. در زمینه مطالعات آزمایشگاهی، آزمایشاتی در مقیاس واقعی و بزرگ توسط مکوود و وولفرم<sup>۳</sup> در سال ۱۹۹۳ در آزمایشگاه هیدرولیک دلفت<sup>۴</sup> هلند، بر روی استوانه‌های با سطح صاف و با زبری مجازی انجام گرفته است [۵]. نقش زبری سطح لوله‌ها در تغییر دادن نیروی درگ و اینرسی حائز اهمیت است. این پدیده طبیعی به علت رشد آبریان و ارگانیزم‌های دریایی بر روی سطوح پایه‌های سازه اتفاق می‌افتد. رشد ارگانیزم دریایی در مراحل اولیه سریع بوده ولی با گذشت زمان رو به کاهش می‌گذارد. افزایش زبری باعث از یاد نیروی درگ خواهد شد [۶].

#### ۴- اهداف تحقیق

با توجه به مطالب گفته شده، مهمترین هدف تحقیق حاضر، بررسی روش  $SI$  در تعیین ضرایب  $C_D$  و  $C_M$  و نیز خطای مستتر در تخمین این ضرایب می‌باشد. بدین منظور آزمایشات صورت گرفته بر روی استوانه زیر تحت بارگذاری امواج تصادفی بدون سرعت جریان دریایی مربوط به آزمایشات دلفت هلند مورد ارزیابی و تحلیل قرار گرفته‌اند. همچنین از تئوری موج غیرخطی مرتبه پنجم استوکس - روش فنتون که در زمینه تخمین سینماتیک ذرات آب کاربرد فراوان دارد، استفاده شده و قابلیت آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در نهایت با استفاده از ضرایب و سینماتیک تخمین زده شده، به تخمین نیروی امواج با استفاده از معادله موريسون و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی پرداخته می‌شود.

#### ۵- روش $SI$ در تخمین ضرایب هیدرودینامیکی

همانطور که در قسمتهای قبل عنوان گردید در مهندسی کاربردی، آیین‌نامه‌های مختلفی پیشنهاد می‌کنند که مقادیر ضرایب هیدرودینامیکی براساس ترکیبی از تجربیات و آزمایشات گذشته و حال که در

$$\alpha_z(x, z, t) = \frac{\partial w}{\partial t} = \omega \frac{\sqrt{gk \tanh kh}}{k} x \times \sum_{i=1}^5 i^2 \alpha_i \sinh ik(z+d) \cos i(kx - \omega t) \quad (6)$$

که  $\phi$  تابع پتانسیل سرعت،  $h$  ارتفاع موج،  $c_E$  متوسط جریان یکنواخت و  $A_{ij}$ ،  $B_{ij}$  و  $\alpha_i$  ضرایب وابسته به  $kd$  ( $k$  عدد موج و  $d$  عمق آب) هستند که تمامی این ضرایب از منبع [۴] قابل دسترسی می‌باشند.

#### ۳- پیشینه تحقیق

در تخمین نیروی امواج توسط مدل موريسون، تعیین ضرایب هیدرودینامیکی درگ ( $C_D$ ) و اینرسی ( $C_M$ ) که به طور همزمان با هم ترکیب می‌شوند، اهمیت ویژه‌ای دارد. اما تعیین مقادیر مناسبی برای این ضرایب در این مدل، کار مهم و دشواری است. در این زمینه توصیه و پیشنهادات متفاوتی از جانب محققین و آیین‌نامه‌های مختلف ارائه شده است، که از بین آنها می‌توان به آیین‌نامه‌های  $BSI$ ،  $API$ ،  $DNV$  و  $NPD$  اشاره نمود. موسسات تحقیقاتی دیگر نیز قواعدی را برای مقادیر ضرایب فوق بسته به شرایط محل به کارگیری سازه دریایی پیشنهاد نموده‌اند. در رابطه با پارامترهای مؤثر بر این ضرایب آزمایشاتی توسط کولگان و کارپنتر<sup>۱</sup> صورت گرفت. در این سری از آزمایشات آنها به بررسی چگونگی ارتباط ما بین تغییرات  $C_D$  و  $C_M$  در مقایسه با عدد بی بعد  $KC$  که توسط رابطه زیر تعریف می‌گردد پرداختند [۳].

$$KC = U_m T / D \quad (7)$$

$T$  زمان تناوب موج،  $U_m$  بیشینه سرعت ذرات آب در یک سیکل موج و  $D$  نیز قطر استوانه می‌باشد. سارپاکایا و همکارانش<sup>۲</sup>، در مجموعه آزمایشاتی که در مورد کیفیت همبستگی و ارتباط موجود مابین این ضرایب و عدد کولگان-کارپنتر ( $KC$ )، عدد رینولدز ( $Re$ ) و همچنین زبری نسبی سطح لوله ( $e/D$ )، انجام داده‌اند،

<sup>3</sup> Mackwood & Wolfram

<sup>4</sup> Delft

<sup>1</sup> Kolegan & Carpenter

<sup>2</sup> Sarpakaya et al

#### ۵-۱- خطی سازی معادله موریسون

با فرض توزیع نرمال سرعت ( $u$ ) و انحراف معیار ( $\sigma$ )، بورگمن<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۹ با استفاده از روش حداقل مربعات، بهترین تقریب خطی، مرتبه سه و مرتبه چهار عبارت غیرخطی موجود در رابطه موریسون،  $u|u|$  را محاسبه نمود [۶]:

$$u|u| = \sigma_u^2 \left[ \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left( \frac{u}{\sigma_u} \right) \right] \quad \text{Linear (۸-۱)}$$

$$u|u| = \sigma_u^2 \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ \frac{u}{\sigma_u} + \frac{1}{3} \left( \frac{u}{\sigma_u} \right)^3 \right] \right\} \quad \text{Cubic (۸-۲)}$$

$$u|u| = \sigma_u^2 \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{u}{\sigma_u} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{u}{\sigma_u} \right)^3 - \frac{1}{60} \left( \frac{u}{\sigma_u} \right)^5 \right] \right\} \quad \text{Quintic (۸-۳)}$$

بورگمن در سال ۱۹۷۲ نشان داد که تقریب مرتبه سه نسبت به تقریب خطی دقت بیشتری دارد، اما تقریب مرتبه چهار پیشرفت چندانی نسبت به تقریب مرتبه سه از نظر دقت نشان نمی‌دهد [۹].

#### ۵-۲- مبانی SI در تخمین ضرایب $C_M$ و $C_D$

در یک مدل خطی موج-نیرو با استفاده از تقریب خطی، معادله موریسون را (بدون جریان دریایی) می‌توان به صورت زیر نوشت [۶]:

$$f(t) = C_u \dot{u}(t) + K u(t) \quad (۹)$$

که در آن

$$K = \rho D C_D \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_u \quad (۱۰)$$

$$C = \frac{\pi}{4} \rho D^2 C_M$$

برای سیستم خطی معادله ۹ اگر ورودی، هارمونیک با دامنه ثابت به صورت زیر اعمال گردد:

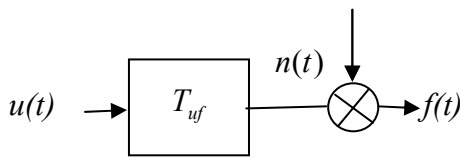
آزمایشگاه و محیط واقعی انجام می‌شوند، اتخاذ شود. روشهای مختلف حوزه زمانی و فرکانسی برای تحلیل داده های مناسب به منظور دستیابی به این ضرایب مورد استفاده قرار گرفته است [۷]. از جمله این روشها می توان به روش شناسایی سیستم یا "System Identification (SI)" اشاره کرد. در این تحقیق از این روش برای تخمین ضرایب هیدرودینامیکی استفاده شده است. روش SI استنباط پارامترهای یک سیستم از لحظه تحریک توسط بار خارجی تا ارائه تاریخچه زمانی پاسخ هنگامی که معادله کنترل حرکت آن سیستم شناخته شده باشد را در برمی گیرد [۸]. این روش می تواند براساس حوزه زمانی یا حوزه فرکانسی پایه ریزی شود. روش SI که در این تحقیق به کار گرفته شده، روشی مبتنی بر حوزه فرکانس می باشد. الگوریتم پایه ای SI، وابسته به اطلاعات ورودی- خروجی توابع چگالی طیفی توسط بندات و اشمیت<sup>۱</sup> گسترش یافت [۸]. خطاهای وابسته به تابع پاسخ فرکانس، تابع چگالی طیفی و توابع مرتبط توسط کاولج و اشمیت<sup>۲</sup> بررسی شد. سلوام و نارایانان<sup>۳</sup> در سالهای ۱۹۹۸ و ۱۹۹۹ تلاش های مقدماتی را برای به کارگیری روش معکوس SI در سیستمهای یک درجه آزادی SDOF تحت امواج تصادفی دریا آغاز کرده اند. در هر دوی این کارها، بدست آوردن ضرایب درگ و اینرسی مورد توجه بوده است [۸]. برای استنباط پارامترهای یک سیستم با روش SI، باید معادله کنترل حرکت آن سیستم شناخته شده باشد. در این مقاله با داشتن داده های ورودی (سرعت ذرات آب) و داده های خروجی (نیروی وارد به سیلندر) و قرار دادن معادله خطی سازی شده موریسون (به علت استفاده از روش خطی SI) به عنوان معادله کنترل حرکت سیستم، به تخمین پارامترهای مجهول که ضرایب درگ و اینرسی هستند، می پردازیم.

<sup>1</sup> Bendat & Schmidt

<sup>2</sup> Cawleg & Schmidt

<sup>3</sup> Selvam & Narayanan

<sup>4</sup> Borgman



شکل ۱ - مدل خطی (SISO) برای معادله موریسون

با استفاده از داده‌های مناسب آزمایشگاهی برای نیروی اندازه‌گیری شده و سرعت ذرات آب متناظر می‌توان تابع تبدیل را از رابطه زیر بدست آورد:

$$T_{uf}(f) = \frac{G_{uf}(f)}{G_{uu}(f)} \quad (18)$$

که در آن  $G_{uu}(f)$  تابع یک طرفه چگالی طیفی ورودی (سرعت ذرات آب) و  $G_{uf}(f)$  تابع دو طرفه چگالی طیفی ورودی (سرعت ذرات آب) و خروجی (نیروی اندازه‌گیری شده) می‌باشد. در نهایت با استفاده از معادلات (۱۶) و (۱۷) می‌توان تخمینی از ضرایب هیدرودینامیکی به صورت تابعی از فرکانس بدست آورد. این مدل را می‌توان برای معادله موریسون تعمیم داد که در آن از تقریب خطی مرتبه سه استفاده شده است [۶]. در این مدل  $T_1$  و  $T_3$  به ترتیب توابع تبدیل خطی و غیرخطی معادله موریسون می‌باشند. پس معادله موریسون را با استفاده از تقریب مرتبه سوم می‌توان به شکل زیر بدست آورد:

$$f(t) = K_M \dot{u}(t) + K_{D1} u(t) + K_{D2} u(t)^3 \quad (19)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} K_M &= C_M \rho \pi D^2 / 4 \\ K_{D1} &= 3\alpha \sigma^2 C_D \rho D / 2 \\ K_{D2} &= \alpha C_D \rho D / 2 \end{aligned} \quad (20)$$

در اینجا با استفاده از روش سری هارمونیک ولترا می‌توان نشان داد که تابع مرتبه دو پاسخ فرکانس برابر

$$f(t) = f_0 e^{i2\pi ft} \quad (11)$$

در این صورت خروجی حاصل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u(t) = T(f) f_0 e^{i2\pi ft} \quad (12)$$

با جایگزینی معادلات (۱۰) و (۱۱) در معادله ۸-۱ پاسخ فرکانس تابع سیستم یا FRF<sup>۱</sup> به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T(f) = \frac{1}{K + i2\pi fC} \quad (13)$$

بنابراین در حوزه فرکانس می‌توان نوشت:

$$U(f) = T(f)F(f) \quad (14)$$

که در آن  $U(f)$  و  $F(f)$  به ترتیب توابع تبدیل فوریه سرعت ذرات آب و نیروی اندازه‌گیری شده موج می‌باشند، در نتیجه رابطه (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F(f) = \frac{1}{T(f)} U(f) = T_{uf}(f) \times U(f) = (K + i2\pi fC) \times U(f) \quad (15)$$

در این رابطه،  $T_{uf}(f)$  تابع تبدیل خطی بین سرعت ( $u$ ) و نیرو ( $f$ ) می‌باشد. حال با انتخاب دو پارامتر حقیقی بی‌بعد  $C_{Df}$  و  $C_{Mf}$  به صورت:

$$\text{Re}[T_{uf}(f)] = \rho D C_{Df}(f) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma u \quad (16)$$

$$\text{Im}[T_{uf}(f)] = 2\pi f \rho \frac{\pi D^2}{4} C_{Mf}(f) \quad (17)$$

و با استفاده از روابط سیستم یک ورودی - یک خروجی (SISO)<sup>۲</sup>، مدل شکل نمودار ۱ را به خود می‌گیرد:

<sup>۱</sup> Frequency Response Function

<sup>۲</sup> Single Input-Single Output

استفاده می‌گردد. این مرحله از کار شامل بازیافت اطلاعات، تبدیل اطلاعات از حالت باینری به ASCII، حذف قسمتهای زائد و نامناسب از تاریخچه‌های زمانی، دسته‌بندی و تقسیم نمودن تاریخچه‌های زمانی، به دو بخش جداگانه و تقریباً یکسان، فیلتر یا صاف نمودن<sup>۳</sup> تاریخچه‌های زمانی، تعیین سریهای زمانی شتاب (با مشتق‌گیری از سری زمانی سرعت)، ذخیره نمودن سریهای زمانی تراز سطح آب، سرعت، شتاب و نیروی مربوط به هریک از دو بخش در فایل‌های جداگانه می‌باشد. در این تئوری فرض بر این است که کل نداشت موج از مجموع تک-موجهای منظمی تشکیل شده است که برای هر یک از این تک-موجها مقادیر پیروی عبور از صفر به بالا<sup>۴</sup>،  $T$  و ارتفاع تک موج،  $H$  منحصر به فردی وجود دارد. بدین ترتیب، داده‌های مورد نیاز برای اجرای پردازش تخمین ضرایب هیدرودینامیکی به روش SI فراهم می‌آید. در این تحقیق در روند مذکور سری زمانی سرعت بدست آمده از پردازش تخمین سینماتیک ذرات آب به دو قسمت تقسیم و از قسمت اول داده‌ها (Run1) جهت برآورد ضرایب هیدرودینامیکی و از قسمت دوم داده‌ها (Run2) برای مقایسه نتایج بدست آمده با مقادیر اندازه‌گیری شده نیرو حاصل از پردازش استفاده گردید. با داشتن سریهای زمانی سرعت (ورودی) و نیروی وارد به سیلندر (خروجی) و با تبدیل فوریه این سریها، داده‌های حوزه فرکانس مدل یک ورودی-یک خروجی SI تشکیل و سپس با جدا نمودن قسمتهای حقیقی و موهومی داده‌های بدست آمده و با استفاده از روابط (۲۳) طیف ضرایب هیدرودینامیکی تخمین زده می‌شود.

## ۶- تخمین نیروی امواج با استفاده از معادله

### موریسون

در این مرحله با استفاده از نتایج طیفی بدست آمده برای  $C_D$  و  $C_M$ ، و در اختیار داشتن سریهای زمانی تخمین زده شده مربوط به سینماتیک ذرات آب حاصل

صفر خواهد شد و عبارت غیرخطی دارای توان فرد است. بلیک و کلوپمن<sup>۱</sup> نشان دادند که می‌توان عبارت مرتبه اول و سوم را به شکل زیر بدست آورد [۶]:

$$\begin{aligned} T_1(f) &= K_{D1} + i2\pi f K_M \\ T_3(f) &= K_{D2} / 6 \end{aligned} \quad (21)$$

بنابراین تبدیل فوریه معادله موریسون به صورت زیر بدست می‌آید:

$$F(f) = U(f)(K_{D1} + i2\pi f K_M) + \left(\frac{K_{D2}}{6}\right)(U^{*3}(f)) \quad (22)$$

که در آن ترم  $U^{*3}(f)$  ضرب تلفیقی مرتبه سوم  $U(f)$  در خودش<sup>۲</sup> می‌باشد. با تجزیه معادله موریسون به اجزاء خطی و غیرخطی تابع پاسخ فرکانسی بارگذاری درگ و اینرسی ( $T_1, T_2$ ) بدست می‌آید که از آن می‌توان  $C_{Df}$  و  $C_{Mf}$  را به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} C_{Mf}(f) &= \frac{\text{Im}(T_1)}{2\pi f \left(\frac{\rho \pi D^2}{4}\right)} \\ C_{Df}(f) &= \frac{\text{Re}(T_1)}{3\alpha \sigma^2 \left(\frac{\rho D}{2}\right)} \end{aligned} \quad (23)$$

بنابراین با توجه به مبانی SI به شرح فوق، ابتدا لازم است تاریخچه‌های زمانی اندازه‌گیری شده سرعت و نیرو در دسترس باشد. اندازه‌گیری پارامترهای فوق توسط سرعت‌سنجها و حلقه‌های نیروسنج در فلوم موج صورت گرفته است. از این پارامترهای اندازه‌گیری شده به منظور معتبر سازی پارامترهای تخمین زده شده استفاده می‌گردد. پس از انجام پردازش آماده سازی داده‌های خام و مرتب‌سازی آنها که شامل فیلتر نمودن و حذف قسمتهای زائد داده‌ها می‌شود، از این داده‌ها برای تخمین سینماتیک ذرات آب به روش فنتون

<sup>3</sup> Smoothing

<sup>4</sup> Zero Up-Crossing

<sup>1</sup> Blik& Klopman

<sup>2</sup> Triple Convolution

میانگین مربوط به کل تاریخچه زمانی تراز سطح آب، بزرگتر باشد، ملاک مقایسه قرار می‌گیرند. برای این منظور روابط (۲۴) و (۲۵) به شکل زیر تغییر می‌یابند [۶]:

$$MNE = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(u_m)_i - (u_{cal})_i}{(u_m)_i} \right] \quad (26)$$

$$RMSE = 100 \times \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(u_m)_i - (u_{cal})_i}{(u_m)_i} \right]^2} \quad (27)$$

که در آنها  $N$  تعداد امواجی که دارای ارتفاعی بیش از ارتفاع میانگین ( $H_{rms}$ ) هستند،  $(u_m)_i$  بیشینه قدر مطلق پارامتر اندازه‌گیری شده در تک-موج  $\lambda_m$ ، که دارای ارتفاعی بیش از  $H_{rms}$  باشد و  $(u_{cal})_i$  بیشینه قدرمطلق پارامتر تخمینی در تک-موج  $\lambda_m$ ، که دارای ارتفاعی بیش از  $H_{rms}$  است، می‌باشند. در محاسبه خطاهای مختلف می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

- در محاسبه خطای ناشی از روش SI، نحوه کار به این صورت است که طیف ضرایب  $C_D$  و  $C_M$  که به روش SI بدست آمده‌اند را همراه با سینماتیک اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه در معادله موريسون جاگذاری می‌کنیم و سری زمانی نیرو را بدست می‌آوریم. خطای موجود ما بین نیروهای تخمین زده شده از این طریق و مقادیر نیروی اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه با استفاده از دو معیار MNE و RMSE تعیین می‌شوند.

- در محاسبه خطای نیروی امواج توسط مدل موريسون، خروجیهای حاصل از قسمت ۶ ملاک مقایسه با مقادیر اندازه‌گیری شده نیرو قرار گرفته و مقدار خطای MNE و RMSE بدست می‌آید.

## ۷- آزمایشات مورد استفاده در این تحقیق

در این مقاله، داده‌های مرجع شماره [۱۰] مورد استفاده قرار گرفته است. انجام این آزمایشات در

از روش فنتون و با جاگذاری این پارامترها در معادله موريسون، نیروی امواج تصادفی محاسبه می‌گردد. طبیعتاً تفاوت‌هایی بین مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر تخمین زده شده نیرو، نمایان می‌گردد. میزان این تفاوتها، قابلیت مدل موريسون را در تعیین و برآورد نیروی امواج تصادفی وارد بر پایه‌های استوانه‌ای مشخص می‌سازد. با انجام مراحل تحلیل، برای اینکه هر یک از روشهای به کار برده شده در مراحل مختلف را بتوان مورد ارزیابی قرار داد، لازم است معیاری برای تعیین خطای نسبی روشهای به کار برده شده ارائه نمود. در مجموع دو نوع معیار برای مقایسه مابین خطاهای ناشی از منابع مختلف خطا، اعم از خطای ناشی از تخمین ضرایب هیدرودینامیکی، خطای مربوط به تخمین سینماتیک ذرات آب و نیز خطای تخمین نیروی موج به کار برده شده است. اولین معیار، میانگین خطای نرمال (بدون بعد شده) مابین کمیت‌های تخمینی و اندازه‌گیری شده و دومین معیار ریشه مجذور میانگین خطاهای نرمال مابین کمیت‌های اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده می‌باشد. روابط لازم برای معیارهای اول و دوم را به شکل زیر می‌توان نوشت [۶]:

$$MNE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{e_i}{f_m} ; e_i = f_m - f_e \quad (24)$$

$$RMSE = 100 \times \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(f_m - f_e)}{f_m} \right]^2} \quad (25)$$

که  $e_i$  خطای مابین کمیات اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده،  $N$  تعداد نقاط مقایسه شده از کمیت مورد نظر،  $f_m$  کمیت اندازه‌گیری شده موج (سرعت، شتاب ذرات آب و یا نیروی امواج) و  $f_e$  کمیت تخمین زده شده موج (سرعت، شتاب ذرات آب و یا نیروی امواج) می‌باشد.

در طراحی سازه‌های دریایی به روش بارهای نهایی، بیشتر با امواج بزرگی سر و کار داریم که بیشینه نیرو را در طول عمر سازه بر آن وارد می‌سازند. از اینرو دو معیار مطرح شده صرفاً برای امواج با دامنه بزرگ به کار برده خواهند شد و کلیه امواجی که ارتفاع آنها از ارتفاع

## ۸-۱- ارزیابی نتایج حاصل از روش فنتون در تخمین سینماتیک ذرات آب

بر اساس آنچه که در قسمت ۲-۲ بیان گردید، داده های آزمایشگاهی مورد پردازش قرار گرفته و نتایج میزان خطا در جدول ۱ خلاصه شده است:

| خطای<br>%.RMSE | خطای<br>%.MNE | سینماتیک ذرات آب |
|----------------|---------------|------------------|
| ۱۲/۷۳          | -۱/۶۷         | تراز سطح آب      |
| ۱۸/۵۳          | -۳/۴۳         | سرعت ذرات آب     |
| ۲۱/۹۶          | -۵/۶۵         | شتاب ذرات آب     |

در مقایسه خطاهای تخمین تراز سطح آب، سرعت و شتاب با یکدیگر ملاحظه می‌گردد مقدار خطاهای مربوط به تخمین شتاب ذرات آب در مقایسه با سرعت و تراز سطح آب بیشتر است. علت این مسئله را می‌توان در نحوه تعیین شتاب ذرات آب از سریهای زمانی سرعت جستجو نمود. اساس تعیین سرعت افقی- طولی در سری آزمایشات مورد استفاده بر مبنای مشتق گیری برحسب مختصه طولی  $X$  می‌باشد، به طوریکه شرایط مرزی تا حد امکان ارضاء گردد [۵]. با این روش خطاهایی در مقادیر سرعت پیش خواهد آمد. با توجه به روالی که در تحقیق حاضر اختیار شده است، تعیین شتاب با مشتق گیری از سریهای زمانی سرعت برحسب زمان انجام می‌پذیرد. با مشتق گیری از سریهای زمانی یکسری خطاهای اضافی در روند محاسبات ایجاد خواهد شد. از اینرو در تخمین شتاب، خطاهای ایجاد شده از دو سو با هم ترکیب می‌گردند و خطاهای بیشتری را نسبت به خطاهای تخمین سرعت نتیجه می‌دهند که نتیجه این تحلیلها در شکلهای ۲ و ۳ ارائه شده است.

آزمایشگاه هیدرولیک دلفت هلند در کانال موج دلتا<sup>۱</sup> با عمق تقریبی ۵ متر و طول ۲۵۰ متر و عرض ۷ متر صورت گرفته است، تولید امواج توسط یک صفحه مولد موج که به صورت هیدرولیکی به حرکت در می‌آید صورت می‌گیرد. انرژی امواج نیز به واسطه شیب ساحل بتنی که در انتهای دیگر کانال تعبیه شده است، مستهلک می‌شوند. حلقه‌های نیروسنج، عقربه‌های ارتفاع سنج موج<sup>۲</sup> و سرعت سنجهای ذرات آب، از جمله تجهیزات اندازه گیری تعبیه شده در کانال می‌باشند. با وسایل موجود امکان ایجاد هر دو نوع موج منظم و تصادفی فراهم بوده است. محدوده شرایط موج منظم قابل دسترس مابین پریودهای ۳ تا ۱۰ ثانیه قرار داشته به طوریکه در نهایت ارتفاعی که برای امواج مذکور در این پریودها ایجاد شده است، به ۲ متر می‌رسد. از بین طیفهای موج تصادفی مختلفی که قابل دسترس بودند طیف JONSWAP ملاک ایجاد امواج نامنظم بوده است. در این تحقیق، داده‌های انتخاب شده از آزمایشات مذکور، در ارتباط با موجهای تصادفی با تاج موجهای طولی و با ارتفاع مشخصه  $H_s = 1.5m$  و پریود پیک  $T_p = 5.9s$  می‌باشند. دو استوانه به قطر اسمی ۲۱۰ و ۵۰۰ میلی‌متر در کل این آزمایشات به کار برده شده بود که در این تحقیق از نتایج مربوط به استوانه کوچکتر که به طور ثابت در فاصله ۱۶ متری از ساحل و در فاصله ۱۶۴ متری از مولد موج قرار گرفته بود استفاده گردید. طراحی استوانه‌ها طوری صورت گرفته بود که ایجاد هر دو وضعیت ثابت و متحرک را برای پایه‌ها ممکن سازد تا از این طریق بتوان آزمایشات در حالت وجود مشترک میدان موج و جریان دریایی پایدار را نیز شبیه‌سازی نمود.

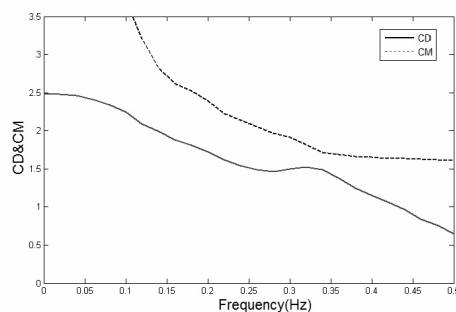
## ۸- ارزیابی و بحث روی نتایج

در این قسمت به ارزیابی نتایج مدل شامل تخمین سینماتیک ذرات آب به روش فنتون، تخمین ضرایب هیدرودینامیکی و تخمین نیروی امواج وارد به سازه به کمک معادله موريسون پرداخته می‌شود:

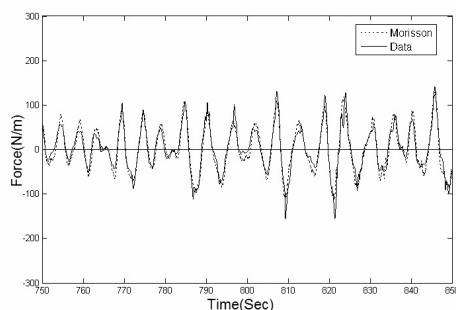
<sup>1</sup>Delta Wave Flume of Delft Hydraulic Laboratory in the Netherlands

<sup>2</sup>Wave Height Gauges

توسط مدل موریسون تخمین زده شد. شکل ۵ سری زمانی نیروی تخمین زده شده و اندازه گیری شده را نشان می دهد. با مقایسه سری زمانی نیرو به این روش با سری زمانی نیروی اندازه گیری شده در آزمایشگاه و محاسبه مقادیر MNE و RMSE مربوطه می توان مقدار خطای هر یک از این روشها را در تخمین ضرایب هیدرودینامیکی بدست آورد، این خطاها محاسبه گشته که برای روش های MNE و RMSE به ترتیب برابر ۷/۲۴- و ۲۰/۷۱ حاصل گردیده است.



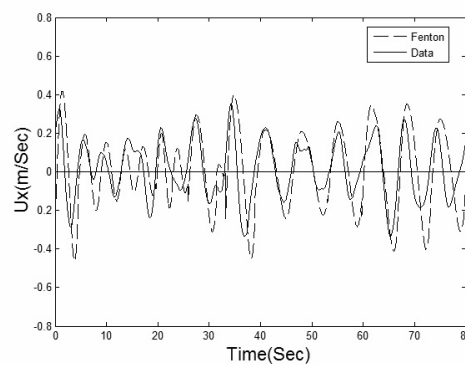
شکل ۴- تغییرات ضرایب  $C_D$  و  $C_M$  نسبت به فرکانس امواج



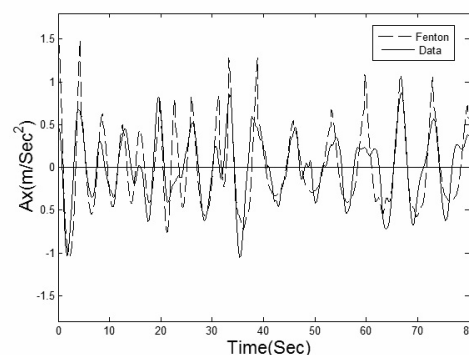
شکل ۵- مقایسه سری زمانی نیروی موج تخمین زده شده و اندازه گیری شده وارد به سیلندر

### ۳-۸- ارزیابی نتایج تخمین نیروی امواج توسط معادله موریسون

با تخمین نیروی امواج به کمک مقادیر  $C_D$  و  $C_M$  تخمین زده شده از یکسو، و سینماتیک تخمین زده شده به روش فنتون از سوی دیگر و مقایسه آن با مقادیر اندازه گیری شده نیرو در آزمایشگاه، می توان دقت معادله موریسون را بررسی نمود. این مقایسه انجام و نتایج بدست آمده از پردازشها، حاکی از خطای



شکل ۲- مقایسه تاریخچه زمانی اندازه گیری شده و تخمین زده شده سرعت ذرات آب



شکل ۳- مقایسه تاریخچه زمانی اندازه گیری شده و تخمین زده شده شتاب ذرات آب

### ۲-۸- ارزیابی نتایج حاصل از تخمین ضرایب هیدرودینامیکی به روش SI

در شکل ۴ تغییرات ضرایب درگ و اینرسی در قبال فرکانس امواج نشان داده شده است. با توجه به این شکل، میانگین ضرایب  $C_D$  و  $C_M$  به ترتیب برابر ۱/۶۴ و ۲/۱۱ می باشد. فرکانس موج غالب در این تحقیق برابر ۰/۱۷ Hz می باشد که مقادیر ضرایب  $C_D$  و  $C_M$  برای این فرکانس از امواج به ترتیب برابر ۱/۷۳ و ۲/۵۷ بدست می آید. همانطوریکه در قسمت قبل اشاره شد، می توان مقادیر خطای میانگین نرمال (MNE) و ریشه میانگین مربعات خطای نرمال (RMSE) ضرایب هیدرودینامیکی را به کمک روابط (۲۶) و (۲۷) تعیین نمود.

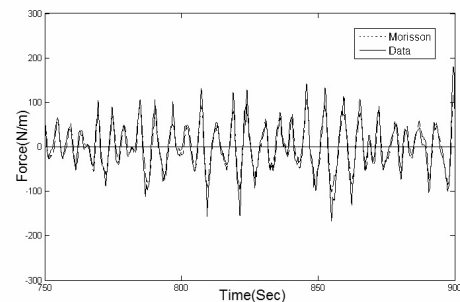
بدین منظور ابتدا با جایگذاری مقادیر بدست آمده  $C_D$  و  $C_M$  و نیز سینماتیک اندازه گیری شده  $\dot{u}$  و  $u$  در آزمایشگاه، سری زمانی نیروی موج وارد به سیلندر،

امواج (معادله موريسون) باز می‌گردد که قابلیت بیش از این در تخمین نیروی امواج را ندارد کما اینکه خطای تخمین نیروی امواج توسط معادله موريسون هنگامیکه از روشهای دیگری برای تخمین ضرایب هیدرودینامیکی موجود در آن استفاده شده است، کلاً در رنج خطاهای بدست آمده در این تحقیق می‌باشد (نظیر روشهای به کار رفته در مرجع [۶])، اما با اینحال، مناسب‌ترین مدلی که رفتار امواج در مجاورت سازه‌های استوانه‌ای را مدل می‌کند، مدل موريسون می‌باشد.

#### ۹ - پیشنهادات

- می‌توان در تحقیقات آینده با محاسبه و مقایسه پارامترهایی نظیر عدد رینولدز  $(Re)$ ،  $e$  (زبری نسبی)،  $\beta$  (نسبت  $KC$  به  $Re$ ) و سرعت جریان که بیانگر شرایط جریان و میدان موج است، از تمامی جهات به ارزیابی نتایج پرداخت. با احتساب اثرات جریان یکنواخت، عوامل غیر خطی در میدان جریان بیشتر شده و خطاهای تخمین نیروی امواج و جریان به مراتب بیشتر از حالت بدون جریان خواهد بود. لازم است جهت محاسبات و آنالیز سازه‌های دریایی که در چنین شرایطی قرار خواهند گرفت، از ضرایب اطمینان بیشتری استفاده نمود.
- به کارگیری تئوریهای موج غیرخطی با توجه به محدوده بهینه کاربرد آنها، باعث می‌گردد تا در تخمین نیروهای امواج به مقدار قابل توجهی از خطاهای محاسباتی کاسته شود. لذا استفاده از تئوری موج خطی به غیر از شرایطی که امواج با دامنه کم مورد نظر باشد، صرفاً

۱۵/۲۴٪ برای روش  $MNE$  و خطای ۳۵/۴۳٪ برای روش  $RMSE$  می‌باشد. شکل ۶، مقایسه نیروی اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده را برای ۳۰ موج از  $Run2$  نشان می‌دهد. در زمینه تخمین نیروی امواج به روش موريسون می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:



شکل ۶ - مقایسه نیروی تخمین زده شده و اندازه گیری شده برای ۳۰ موج از  $Run2$

- خطای این تخمین، ترکیب غیرمتوازی از خطاهای ناشی از تخمین سینماتیک ذرات آب و نیز ضرایب هیدرودینامیکی است. خطاهای بدست آمده در تخمین نیرو با سینماتیک تخمینی می‌تواند معیار واقعی در تعیین سهم خطاهای منابع بوجود آورنده خطاها باشد.
- چون در محاسبات کنونی، اثرات ناشی از نیروهای عرضی<sup>۱</sup> و نیز اثرات پدیده انعکاس امواج دخالت داده نشده‌اند، لذا چنین به نظر می‌رسد که قسمتی از ناهماهنگی مابین نتایج مربوط به تعیین خطاهای تخمین سینماتیک ذرات آب و همچنین خطاهای تخمین نیرو به ازای استفاده از تئوری استوکس در این مسأله نهفته باشد.
- روش به کار برده شده در تخمین ضرایب هیدرودینامیکی و متعاقب آن تخمین نیروی امواج، در کل دارای خطای قابل ملاحظه‌ای می‌باشد. علت این امر به طبیعت معادله به کار برده شده در تخمین ضرایب و نیروی

<sup>1</sup> Transverse Force

force on Jacket type platforms in persian gulf", ICOPMAS, Tehran, Iran.

8-Paneer selvam, R. & Bhattacharyya, S.K., (2001): "Parameter identification of a compliant nonlinear SDOF system in random ocean waves by reverse MISO method", Journals of Ocean Engineering 28, PP. 1199-1223.

9-Borgman, L.E., (1972): "Statistical models for ocean waves and wave forces", Advanced in Hydro science. Vol. V III, PP. 139-181.

10-Mackwood, P.R., (1993): "Wave & current flows around circular cylinders at Larg scale", LIP Project 10D, PP. 27.

به عنوان روشی برای طراحی اولیه مناسب می باشد.

- از جمله مواردی که در انجام اندازه گیریهای در محل لازم است مد نظر قرار گیرد، تعیین زبری (ناشی از رشد ارگانیزمهای دریایی) سطوح اعضاء سازه ای می باشد. با داشتن مقادیر احتمالی این پارامتر، در انتخاب ضرایب  $C_M$  و  $C_D$  از خطاهای زائد کاسته شده نیازی به در نظر گرفتن ضریب اطمینان بالا در محاسبات نخواهد بود.
- اثر پدیده انعکاس موج در محاسبات و به خصوص در تحلیلهای آزمایشگاهی باید منظور گردد تا از نامعینی های موجود در میدان جریان و شرایط مختلف سازه ای کاسته شود.

#### ۱۰- مراجع

- 1-Chakrabarti, S.K., (1987): "Hydrodynamics of offshore structures", Mechanics Publications, New York.
- 2-Morison. J.R. & et al, (1950): "The force exerted by surface waves on piles", American Institute of Mining & Metallurgical Engineerings, Vol. 189, PP. 147-154.
- 3-Sarpakaya, T.& Isaacson, M., (1981): "Mechanics of forces on offshore structures" Van Nostrand Reinhold Company Inc, New York.
- 4-Fenton, J.D., (1985): "A fifth- order stokes theory for steady waves", Journal water way, port, coastal & ocean Engineering, Vol. III, No2, PP. 216-234.
- 5-Mackwood, P.R., (1993): "Wave & current flows around circular cylinders at Larg scale", LIP Project 10D, PP. 27.
- 6-Wolfram, M.,& Naghipour, M., (1996): "On the estimation of force coefficients and their predictive accuracy for very rough circular cylinders", Journals of Applied Ocean Research 28, PP. 311-328.
- 7-Ketabdari, M.J., Badkoobeh, A., (2004): "Evaluation of inline and Vortex shedding