

فیلتر مکمل تطبیقی مبتنی بر حداقل مربعات برای تخمین وضعیت رونده زیرآبی

سید وحید ضیاء^{۱*}^۱ دستیار پژوهشی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، vahidzia@mut.ac.ir

چکیده

تخمین وضعیت/مکان‌یابی دقیق ربات‌ها برای کاربری‌های تحقیقاتی، صنعتی، نظامی و ... چالش همیشگی طراحان بوده است. ارائه روش تخمین وضعیت مبتنی بر اصول ساده فیلتر پایین‌گذر و بالاگذر در بطن فیلتر مکمل با بهره‌های تطبیقی‌پذیر از روش حداقل مربعات برای تلفیق اطلاعات حسگرهای ارزان‌قیمت برای ناوبری ربات زیرآبی با سناریوی حرکت دلفینی، هدف این پژوهش است. الگوریتم تطبیقی پیشنهادی، با توجه به خطای اندازه‌گیری، بهره‌های فیلتر مکمل را بصورت خودکار محاسبه کرده و نیاز به تنظیم دستی یا استفاده از بهره‌های ثابت را با توجه به دینامیک وسیله رفع می‌کند. عملکرد مناسب فیلتر مکمل تطبیقی پیشنهادی برای تخمین وضعیت یک ربات زیرآبی در آزمون‌های میدانی، مزیت این روش را برای جبران‌سازی نویز و بایاس متغیر با زمان حسگرهای ارزان‌قیمت تایید می‌کند.

اطلاعات مقاله

ناریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۰۳

کلمات کلیدی:

فیلتر مکمل تطبیقی

حداقل مربعات

ناوبری تلفیقی

بایاس متغیر با زمان

Adaptive Complementary Filter based on Least square to Attitude Estimation of underwater vehicle

Seyed Vahid Zia^{1*}¹ Northern Research Center for Science & Technology, Malek Ashtar University Of Technology, Iran; vahidzia@mut.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 9 Aug 2022

Accepted: 25 Oct 2022

Keywords:

Adaptive Complementary Filter
Least square
integrated Navigation
time-varying bias.

ABSTRACT

Accurate Attitude estimation/ localization of robots for research, industrial, military, etc., applications has always been a challenge for designers. The purpose of this research is to present an attitude estimation method based on simple principles of low-pass and high-pass filter in the Complementary Filter with Adaptable gains of the least squares method for combining inexpensive sensor information for navigation of an underwater robot with dolphin motion scenario. The proposed adaptive algorithm; automatically calculates the complementary filter gains according to the measurement error and eliminate the need for manual adjustment or the use of fixed gains according to the device dynamics. Proper performance of the proposed adaptive complementary filter for estimating the attitude of the underwater robot in field tests; confirms the advantage of this method for compensating for noise and time-varying bias inexpensive sensor.

۱ - مقدمه

تخمین وضعیت/جهت‌یابی یک وسیله نقلیه خودکار یکی از مهم-ترین جنبه‌های ناوبری مستقل و طراحی مسیر است که توسط سیستم مرجع وضعیت و جهت (AHRSⁱ) برآورده می‌شود. این سیستم شامل حسگرهای شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و مغناطیس‌سنج است که از حسگرهای اساسی مورد استفاده برای تخمین وضعیت سه محوره‌اند. تجمیع حسگرهای فوق در قالب یک واحد اندازه-گیری اینرسی (IMUⁱⁱ) به همراه الگوریتم تخمین، به عنوان یک

ابزار اندازه‌گیری توسط شرکت‌های مختلف با قیمت بسیار بالا به بازار عرضه شده است که از آن جمله می‌توان به محصول شرکت لورد میکرواسترینⁱⁱⁱ با نام تجاری 3DM اشاره نمود. از سوی دیگر می‌توان با تجمیع حسگرهای منفرد فوق و توسعه الگوریتم‌های تخمین، یک سیستم تخمین وضعیت و جهت ارزان‌قیمت برای طیف وسیعی از کاربردها مانند هواپیماهای بدون سرنشین، فضاپیماها، موشک‌های هدایت‌شونده، انواع روبات و غیره طراحی و پیاده‌سازی نمود.

از ژيروسکوپ، برای تخمین زاویه چرخش حول محورهای سه گانه استفاده می شود. این فرآیند به دلیل انتگرال گیری از نرخ های زاویه ای، باعث تجمع خطا در طول زمان شده که در صورت عدم تصحیح با مرجع خارجی، منجر به انحراف شدید از موقعیت صحیح خواهد شد. برای ارائه تخمین بهتر، مشاهدات شتاب سنج و مغناطیس سنج با مشاهده حاصل از ژيروسکوپ ترکیب می شود. ژيروسکوپ به دلیل ماهیت ذاتی، دارای مشخصه خطای فرکانس پایین (بایاس متغیر با زمان) در مقایسه با شتاب سنج و مغناطیس سنج است که دارای مشخصه خطای فرکانس بالای شبه نویز هستند. علاوه بر این شتاب سنج تحت تاثیر ارتعاشات محیطی بوده و مغناطیس سنج از میدان های مغناطیسی ناخواسته محیط (آهن نرم و سخت) و خطاهای ابزاری مانند فاکتور مقیاس، آفست و ... تاثیر می پذیرد که بر عملکرد آن ها تاثیر منفی دارد.

هدف از تلفیق این حسگرها، بهره گیری از ماهیت مکمل آنها جهت پوشش نقاط ضعف یکدیگر و تجمع قابلیت های آنها برای افزایش کارایی سیستم ناوبری در تخمین وضعیت است که مورد بررسی محققان قرار گرفته و توسعه روش های تخمین را در پی داشته است. در همین راستا چندین روش تخمین پارامتر شامل فیلتر مکمل ساده (CF^iv) تا فیلتر کالمن (KF^v) و فیلترهای تطبیقی مدل چندگانه vi توسعه داده شده است. فیلتر کالمن از روش های بسیار محبوب مبتنی بر ترکیب روش های آماری و یادگیری ماشین برای تخمین حالت است. با این حال، به دلیل ماهیت بسیار پیچیده، نیاز به دانش از مدل سیستم و ویژگی های نویز داشته و همگرایی خطا را در همه زمان ها تضمین نمی کند. با وجود پیشرفت های متعدد در جهت رفع برخی از این موارد و ارائه نسخه های جدید مانند فیلتر کالمن بدون بو vii ، فیلتر ذرات $viii$ و فیلترهای تطبیقی ix ، همچنان از نظر محاسباتی پیچیده بوده و برای محاسبه معکوس ماتریس از مشکلات تکنیکی رنج می برند. به منظور اجتناب از این اشکالات، یک روش تلفیق ساده که معمولاً به عنوان فیلتر مکمل شناخته می شود، توسط ویرکلر x (۱۹۵۱) مورد بحث قرار گرفت و توسط براون xi (۱۹۷۲) رایج شد.

ایده CF ، ترکیبی از سیستم ها با پاسخ فرکانسی مکمل (بالا گذر و پایین گذر) و فیلتر کردن فرکانس های نامعتبر از هر کدام و ترکیب پاسخ های آنها برای دریافت تخمین بهتر برای کل پهنای باند سیستم است. فیلتر مکمل به دلیل ساختار ساده، کارایی بالا و سهولت در پیاده سازی یک جایگزین متداول برای فیلتر کالمن است. از خصوصیات مهم CF عدم نیاز آن به کسب دانش در مورد ویژگی های نویز و مدل سیستم است. همچنین، فیلتر مکمل نیازی به عملیات پیچیده ماتریس معکوس نداشته و نرخ به روزرسانی بالاتری نسبت به فیلتر کالمن دارد. این ویژگی ها باعث شده است که در سیستم هایی با دینامیک سریع مانند کاربردهای هوایی،

استفاده از فیلتر مکمل نسبت به فیلتر کالمن به دلیل همگرایی کندتر (زمان بر بودن فرآیند تکراری تخمین) و پیچیدگی در پیاده سازی، تقدم داشته باشد.

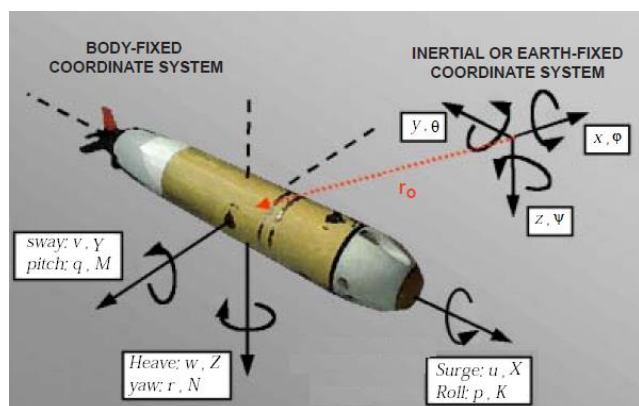
نسخه اولیه فیلتر مکمل، ساختار خطی دارد. ضعف فیلتر مکمل خطی xii ، عدم ارائه برآورد قابل اعتماد با افزایش زمان به دلیل تجمع بایاس ژيروسکوپ است (کورک $xiii$ ، ۲۰۰۴؛ ساریپالی xiv و همکاران، ۲۰۰۳). به منظور بهبود عملکرد تخمین، نسخه جدید با ساختار بازخوردی از خروجی تخمین به ورودی و مقایسه با مقدار اندازه گیری شده برای اصلاح تخمین ارائه شد که به فیلتر مکمل غیرمستقیم xv معروف است. در (۲۰۱۶)، الکایم xvi و اگزیاپهر $xvii$ یک فیلتر مکمل خطی کارآمد با کمک GPS با عملکردی معادل فیلتر ۱۵ حالت کالمن را پیشنهاد کردند. چندین نسخه فیلتر مکمل غیرخطی برای تخمین وضعیت توسط سالدین $xviii$ (۱۹۹۱)، وو xix و همکاران در (۲۰۱۶) و یو xx و همکارانش در (۲۰۱۱) ارائه شده است. ایستون xxi و همکارانش (۲۰۰۸)، فیلتر مکمل غیرخطی را با استفاده از یک رویکرد انتگرال تناسبی برای تخمین وضعیت و جبران بایاس ژيروسکوپ به روش آنالین بهبود بخشیدند. ترم تناسبی تقاطع فرکانسی بین شتاب سنج و تخمین وضعیت مبتنی بر ژيروسکوپ را کنترل می کند در حالی که ترم انتگرالی، بایاس ژيروسکوپ را تصحیح می کند. در ۲۰۰۸، ماهونی $xxii$ و همکارانش، فیلتر مکمل غیرخطی در یک گروه ویژه متعامد ارائه کرده و پایداری خطا را با تحلیل لیاپانوف مشاهده کردند. ضیاء و همکاران در (۲۰۱۹) یک سیستم ناوبری تلفیقی برای تخمین وضعیت نسبتاً دقیق یک رونده زیرآبی خودکار (AUV^{xxiii}) مبتنی بر سیستم موقعیت یاب جهانی GPS، واحد اندازه گیری اینرسی (شتاب سنج و ژيروسکوپ)، حسگر مغناطیس سنج و تکنیک فیلتر مکمل غیرخطی با بهره ثابت ارائه دادند. بهره های فیلتر با توجه به مقیاس شتاب دینامیکی و قرارگیری AUV در دسته دینامیک کم شتاب انتخاب شده اند.

استفاده از بهره های ثابت در فیلتر مکمل، دستیابی به عملکرد نیرومند را در محدوده گسترده ای از شرایط دینامیکی دشوار می کند. آنجا که وسیله با سرعت ثابت در حال حرکت است یا حرکت آن شتاب دار باشد، فیلتر رفتار متفاوتی از خود نشان می دهد که عوارض آن بصورت پرش دامنه یا اختلاف فاز در خروجی فیلتر تخمین ظاهر خواهد شد. راه غلبه بر این مشکل ارائه تابع تطبیقی مناسب برای بروزرسانی برخط $xxiv$ بهره های فیلتر است. به عبارت دیگر می توان برای بهبود نتایج فیلتر، روش های تطبیقی را برای تنظیم بهره های فیلتر توسعه داد یا بصورت ساده تر از سیستم جدول بندی بهره با توجه به دینامیک وسیله استفاده نمود. یو و همکاران (۲۰۱۱) یک طرح CF با بهره متغیر پیشنهاد دادند که پارامترهای بهره تناسبی و انتگرالی (K_I و K_P) براساس شتاب

غیرخطی انجام می‌گیرد که بهره‌های آن بطور خودکار و با استفاده از روش حداقل مربعات محاسبه و به روز می‌شوند. هدف کار پیشنهادی بدست آوردن پارامترهای بهره به صورت تطبیقی و رفع نیاز به انتخاب دستی پارامترهای بهره برای دستیابی به بهترین تخمین از وضعیت AUV در شرایط مختلف دینامیکی است. به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، پارامترهای وضعیت به دست آمده با استفاده از روش پیشنهادی با اطلاعات وضعیت حاصله از فیلتر کالمن مقایسه شده است و تحلیل آماری مزیت روش CF تطبیقی را نشان می‌دهد. ساختار مقاله بشرح زیر است: بخش ۲ مقدمات ریاضی مربوط به تخمین وضعیت و تفاوت ظریف CF را ارائه می‌دهد. بخش ۳ جزئیات روش پیشنهادی و مفهوم CF تطبیقی مبتنی بر LSE را برجسته می‌کند. در بخش ۴ نتایج تخمین وضعیت با روش پیشنهادی و مقایسه با فیلترهای دیگر ارائه شده است. و در نهایت، بخش ۵ نتیجه‌گیری مقاله است.

۲- تخمین وضعیت

برای تعیین وضعیت، انتخاب دستگاه مختصات برای تعیین یک مرجع واحد بسیار اهمیت دارد. دستگاه‌های مختصات بدنی^{xxxvii} و دستگاه مختصات مرجع زمینی^{xxxviii} (NED) بطور معمول برای پیاده‌سازی سیستم ناوبری در انواع وسایل نقلیه خودکار مورد استفاده قرار می‌گیرند. دستگاه مختصات بدنی شامل سه محور متعامد بوده که محور x (جهت مثبت رو جلو) راستای حرکت طولی مستقیم، محور y (جهت مثبت دست راست) راستای حرکت عرضی و محور z در راستای پایین است. مبدا دستگاه مختصات بدنی، مرکز ثقل جسم است. در دستگاه زمین مرکز، محور مثبت x به سمت شمال مغناطیسی، نقاط مثبت z به سمت مرکز زمین و y مثبت برای صفحه $x-z$ (تقریباً به سمت شرق) طبیعی است. در شکل زیر دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات زمین مرکز با هدف معرفی زوایای چرخش اولیه^{xxxix} ارائه شده است.



شکل ۱: دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات مرجع زمینی

دستگاه مختصات بدنی و مرجع زمینی با چند مرحله چرخش به اندازه زوایای اولیه حول محورهای سه گانه قابل نگاشت به

دینامیکی وسیله تعیین می‌شوند. در الگوریتم پیشنهادی، براساس مقیاس شتاب دینامیکی و بصورت تجربی فقط سه محدوده بدون شتاب، کم شتاب و شتاب بالا برای انتخاب بهره‌های تناسبی و انتگرالی فیلتر تعریف شده که مانند روش جدول‌بندی بهره^{xxv} است. ویدودو^{xxvi} و همکاران (۲۰۱۴) یک طرح CF تطبیقی منطبق بر منطق فازی برای تنظیم بهره‌های فیلتر پیشنهاد کردند. بعلاوه، آلوز نتو^{xxvii} و همکاران (۲۰۰۹) روش CF را از طریق تغییر فرکانس قطع برای فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر به صورت نمایی بر اساس اندازه‌گیری شتاب‌سنج تطبیق دادند. مین و جنونگ^{xxviii} (۲۰۱۵) یک تکنیک CF تطبیقی را پیشنهاد کردند که در آن بهره‌های فیلتر با اعمال تخمین حداقل مربع (LSE^{xxix}) بین چرخش‌های بدست آمده از فیلتر مکمل و یک رمزگذار^{xxx} چرخش بیرونی بدست می‌آید. دقت این طرح بستگی به یک حسگر خارجی دارد. برخی از کارهای اخیر در مورد فیلتر مکمل تطبیقی با هدف دستیابی خودکار به پارامترهای بهره با کمک بهینه‌سازی ازدحام ذرات^{xxxi} (پودار^{xxxii} و همکاران، ۲۰۱۷) و دستگاه CF تطبیقی مدل چندگانه با مقادیر مختلف بهره برای CF خطی (کوتاس^{xxxiii} و همکاران، ۲۰۱۷) انجام شده است. پراگ نارخده^{xxxiv} و همکاران در (۲۰۱۹) یک طرح تطبیقی با حداقل مربعات روی خطای مقادیر تخمینی و مقدار اندازه‌گیری شده برای محاسبه خودکار بهره‌های تناسبی و انتگرالی در فیلتر مکمل غیرخطی ارائه کردند. هو کانگ^{xxxv} در (۲۰۱۶) یک طرح CF تطبیقی برای تخمین وضعیت با استفاده از ژيروسکوپ و ابزار دیداری ارائه داده است. به منظور نیرومندی سیستم در برابر خطاهای اندازه‌گیری دیداری و تشخیص دینامیک وسیله، فرکانس قطع فیلتر مکمل با استفاده از منطق فازی و توابع عضویت طراحی شده بصورت تطبیقی تعیین می‌شود. پراگ نارخده و همکاران در (۲۰۲۱) یک فیلتر با ساختار آبخاری^{xxxvi} متشکل از فیلتر مکمل خطی برای تخمین وضعیت و فیلتر مکمل غیرخطی برای تصحیح بایاس ژيروسکوپ ارائه کرده‌اند.

در این پژوهش از تلفیق اطلاعات حسگرهای ژيروسکوپ، شتاب-سنج، مغناطیس‌سنج و گیرنده GPS برای تخمین موقعیت AUV استفاده شده است. براساس سناریوی حرکت دلفینی، AUV بخش اعظم مسیر خود را زیر آب پیمایش کرده و تنها در بازه‌های زمانی محدود برای ارتباط‌گیری گیرنده GPS به منظور اصلاح مسیر حرکت و حذف بایاس سمت ژيروسکوپ به سطح آب می‌آید. در بازه زمانی که AUV در زیر سطح آب در حال حرکت است، به دلیل عدم دسترسی به سیگنال GPS، از حسگر مغناطیس‌سنج به عنوان یک مرجع بیرونی برای محدود کردن بایاس ژيروسکوپ و انحراف شدید از مسیر استفاده می‌کند. تلفیق اطلاعات حسگرها به منظور تخمین وضعیت و موقعیت با استفاده از فیلتر مکمل

$$\varphi_a = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_z} \right) \quad (5)$$

$$\theta_a = \tan^{-1} \left(\frac{-a_x}{a_y \sin \varphi + a_z \cos \varphi} \right) \quad (6)$$

در روابط فوق a_x ، a_y و a_z مولفه‌های شتاب خطی حول محورهای x ، y و z هستند. در یک حرکت حالت پایدار مانند فاز حرکت کروز با سرعت تقریباً ثابت، به دلیل ناچیز بودن شتاب اینرسی، شتاب‌سنج تنها بردار گرانش را اندازه می‌گیرد. با ناچیز فرض کردن اختلالات بیرونی مانند شتاب‌های طولی و مرکزی^{xlvi}، با استفاده از معادلات (۵) و (۶) می‌توان زاویه‌های چرخش و پیچ را تخمین زد.

برخلاف محورهای X و Y ، چرخش حول محور Z منجر به هیچ تغییری در نیروی گرانشی وارد بر دستگاه و در نتیجه تغییری در قرائت شتاب‌سنج نمی‌شود، بنابراین با مولفه‌های شتاب نمی‌توان زاویه یاو را تخمین زد. برای تخمین زاویه سمت، می‌توان از تلفیق نرخ‌های فرکانس بالای حسگرهای اینرسی و مولفه‌های فرکانس پایین مغناطیس‌سنج و GPS استفاده نمود. با توجه به دو منبع در دسترس برای استخراج مولفه فرکانس پایین در فیلتر مکمل پیشنهادی، یک راهبرد انتخابگر در تعیین نوع حسگر مورد استفاده، در نظر گرفته شده است. به دلیل عدم دسترسی به امواج GPS در فاز حرکت کروز زیرسطحی، حسگر مغناطیس به عنوان مرجع خارجی حذف بایاس متغیر با زمان ژيروسکوپ، جایگزین GPS خواهد شد. بایاس حسگر مغناطیس در مقایسه با ژيروسکوپ کمتر و غیرقابل رشد با زمان است و به دلیل ماهیت فرکانس پایین با عبور از فیلتر پایین‌گذر حذف نمی‌شود. با وجود این مزیت‌ها، تاثیرپذیری از میدان‌های مغناطیسی ناخواسته محیط (آهن نرم و سخت) و خطاهای ابزاری مانند فاکتور مقیاس، آفست و ... بر عملکرد مغناطیس‌سنج تاثیر منفی خواهد داشت. البته تاثیر این خطاها را می‌توان با کالیبراسیون به حداقل رساند ولی زاویه سمت تخمینی از مغناطیس‌سنج نیز همچنان با خطا همراه است. بنابراین در ماموریت رونده زیرآبی، بازه‌های زمانی محدود حرکت سطحی روی آب برای برقراری ارتباط GPS پیش‌بینی شده است که بتوان بایاس ژيروسکوپ و خطای مغناطیس‌سنج را با توجه به دقت بالای GPS حذف و در نتیجه انحراف زاویه سمت را اصلاح نمود. با توجه به مطالب فوق، زاویه سمت حرکت در فاز حرکت سطحی بطور مستقیم از GPS با نرخ بروزرسانی کند استخراج شده و در فاز حرکت زیرسطحی با استفاده از مغناطیس-سنج با نرخ بروزرسانی سریع‌تر و مبتنی بر رابطه ۷ تخمین زده می‌شود:

یکدیگرند. سه زاویه چرخش حول محورهای x ، y و z به عنوان رول^{xl} (φ)، پیچ^{xli} (θ) و یاو^{xlii} (ψ) شناخته می‌شوند. اطلاعات چرخش را می‌توان به سه روش مختلف زاویه اوایلر، کوآرتنیون^{xliii} و ماتریس کسینوس جهت^{xliv} نشان داد. زوایای اوایلر نشان‌دهنده زاویه بین اجزای بردار سه بعدی در هر یک از محورها و محوری است که با دستگاه مرجع بدنه تراز شده است. کوآرتنیون یک نمایش وضعیت چهار پارامتری است که یک تغییر شکل مختصات را نشان می‌دهد که توسط یک چرخش واحد حول بردار تعریف شده در دستگاه مرجع ایجاد می‌شود. ماتریس کسینوس جهت، یک ماتریس 3×3 است که در آن هر ستون نشان‌دهنده بردارهای واحد در دستگاه بدنی است که در امتداد دستگاه مرجع، نمایش داده شده است. در این پژوهش، به دلیل سادگی در نمایش و تحلیل، از روش نمایش زاویه اوایلر استفاده شده است. ماتریس چرخش حول محورهای سه‌گانه با معادلات (۱-۳) بیان شده است:

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

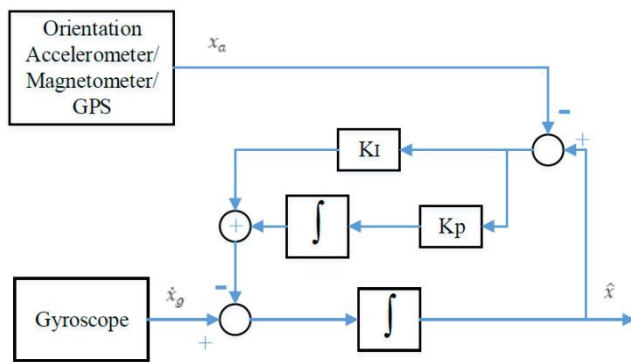
$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ماتریس دوران نهایی از حاصل ضرب ماتریس‌های R_x ، R_y و R_z حاصل می‌آید. فرآیند بروزرسانی نرخ‌های اوایلر ($\dot{\varphi}$ ، $\dot{\theta}$ ، $\dot{\psi}$) از نرخ چرخش (p, q, r) حاصل از ژيروسکوپ در دستگاه مرجع بدنی با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi \sec \theta & \cos \varphi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق، تخمین جهت از ژيروسکوپ بدست خواهد آمد. وجود مولفه فرکانس پایین رانش^{xlv} در خروجی ژيروسکوپ و فرآیند انتگرال‌گیری باعث می‌شود حتی زمانی که حسگر ثابت است، در خروجی تخمین جهت، یک انحراف بزرگ ایجاد شود. ثبات اندازه‌گیری در شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج در ناحیه فرکانس پایین نسبت به ژيروسکوپ بیشتر است. شتاب-سنج‌ها شتاب خطی را در امتداد محور حساس خود در دستگاه مرجع بدنی اندازه‌گیری می‌کنند. بنابراین می‌توان از آن برای تخمین زاویه چرخش و پیچ وسیله نقلیه‌ای که به آن بسته شده-اند، استفاده نمود:



شکل ۲: ساختار فیلتر مکمل غیرخطی

$$\hat{x} = \frac{1}{s} [\dot{x}_g + \left(k_p + \frac{k_I}{s}\right) (x_a - \hat{x})] \quad (1 \cdot)$$

خروجی معادله غیرخطی فوق بستگی به پارامترهای بهره K_P و K_I دارد. بنابراین به روشی برای محاسبه خودکار این بهره‌ها به منظور بهبود تخمین وضعیت نیاز خواهد بود.

۱-۳- تطبیق بهره‌های فیلتر مبتنی بر حداقل مربع خطا

پارامترهای بهره در ساختار فیلتر مکمل غیرخطی، عموماً بصورت یک عدد ثابت توسط طراح تعیین می‌شوند. وزن‌دهی به منابع اندازه‌گیری برای محاسبه و تطبیق خودکار این بهره‌ها با توجه به شرایط دینامیکی وسیله به بهبود تخمین وضعیت کمک خواهد کرد. در این مقاله، روش حداقل مربع خطا برای بدست آوردن پارامترهای K_P و K_I مناسب پیشنهاد شده است.

روش حداقل مربع خط با یک ساختار بازگشتی، از طریق به حداقل رساندن مجموع خطای مربع بین مشاهده و داده‌های مرجع در یک سیستم، برای تعیین پارامترها استفاده می‌کند. معادله (۱۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویس کرد:

$$\hat{x} = \frac{s^2}{s^2 + k_p s + k_I} \left(\frac{\ddot{x}_g}{s} \right) + \frac{k_p s + k_I}{s^2 + k_p s + k_I} x_a \quad (11)$$

در رابطه فوق، اولین تابع انتقال به عنوان فیلتر بالا گذر برای تخمین وضعیت از ژیروسکوپ اعمال شده و تابع انتقال دوم، به عنوان فیلتر پایین گذر برای تخمین وضعیت از شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج اعمال می‌شود. فرکانس قطع هر دو فیلتر یکسان و به پارامترهای فیلتر K_P و K_I وابسته است. خطا در تخمین وضعیت بصورت زیر ارائه می‌شود:

$$\delta \hat{x} = \frac{s \delta \dot{x}_g + (k_p s + k_I) \delta x_a}{s^2 + k_n s + k_I} \quad (12)$$

در صورتیکه شتاب سنج/مغناطیس سنج تنها منبع تخمین وضعیت باشند، با اعمال قضیه مقدار نهایی در معادله خطا (۱۲)، خطای تخمین به خطای بدست آمده، همگرا می‌شود که بیان ریاضی آن به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta x_a = \delta x_a \quad (13)$$

$$\psi_L = \begin{cases} \pi - \tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ 2\pi - \tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ -\tan^{-1}(\bar{m}_y / \bar{m}_x) \\ \pi / 2 \\ 3\pi / 2 \end{cases} \quad (\text{V})$$

در رابطه $\bar{m}_x$ و $\bar{m}_y$ مولفه‌های میدان مغناطیسی در صفحه افقی هستند که از ضرب خارجی مولفه‌های مغناطیس‌سنج در ماتریس دوران بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}\bar{m}_x &= m_x \cos(\hat{\theta}) + m_y \sin(\hat{\varphi}) \sin(\hat{\theta}) \\ \bar{m}_y &= m_y \cos(\hat{\varphi}) - m_z \sin(\hat{\varphi})\end{aligned}\tag{A}$$

در رابطه فوق اگر زاویه فراز و چرخش بطور مستقیم در دسترس نباشد، می‌توان از مقدار تخمینی آنها استفاده نمود. مولفه فرکانس بالای زاویه سمت از خروجی ژيروسکوپ مبتنی بر معادلات دینامیک سمت (۹) استنتاج می‌شود:

$$\dot{\psi} = (q \cos(\hat{\phi}) + r \cos(\hat{\phi}))/\cos(\hat{\theta}) \quad (9)$$

از آنجا که ویژگی‌های فرکانسی ژيروسکوپ، شتاب‌سنج/مغناطیس‌سنج و GPS مکمل یکدیگر هستند، تخمین جهت به دست آمده از آنها در یک چارچوب فیلتر مکمل با هم ترکیب شده است، که در ادامه توضیح داده شده است.

۳- فیلتر مکمل غیر خطی

از محدودیت‌های اصلی فیلتر مکمل خطی، ناتوانی در محاسبه آنالین بایاس ژيروسکوپ و تاثیر منفی آن بر تخمین جهت است. برای حذف حالت پایدار بایاس ژيروسکوپ و حفظ دینامیک‌های سیستم غیرخطی، ایده ترکیب این فیلتر با یک انتگرال‌گیر توسط پاسکوال^{xlvi} در (۲۰۰۰) پیشنهاد گردید که به عنوان فیلتر مکمل غیرخطی شناخته می‌شود. افزودن کنترل‌کننده تناسبی به همراه انتگرال، مزیت داشتن خروجی حتی با خطای صفر را فراهم می‌کند که منجر به کاهش خطای حالت پایدار و پیشگیری از فرجهش بیش از حد پایین در پاسخ دینامیکی می‌شود. ساختار فیلتر مکمل غیرخطی برای تخمین وضعیت در شکل ۲ نشان داده شده است.

اگر $\dot{x}_g = \{\varphi, \theta, \psi\}$ نرخ چرخش بدست آمده از ژيروسکوپ و $x_a = \{\varphi_a, \theta_a, \psi_m\}$ وضعیت خام شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج باشد، تخمین $\hat{x} = \{\varphi, \theta, \psi\}$ از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

تساوی آن با رابطه (۱۶)، پارامترهای ماتریسی مدل سیستم بصورت زیر قابل استخراج است:

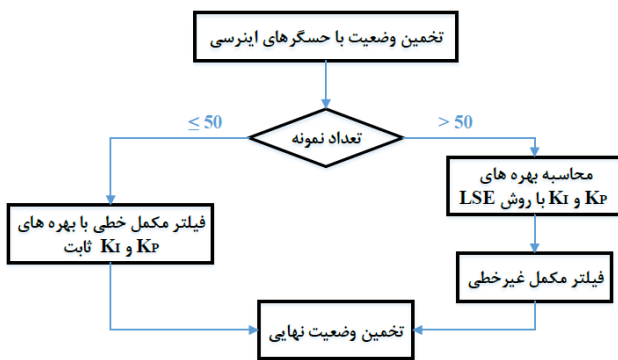
$$\underbrace{\hat{x} - \hat{x}_g}_S = \underbrace{\left[(x_a - \hat{x}) \quad \frac{1}{s} (x_a - \hat{x}) \right]}_H \underbrace{\begin{bmatrix} k_p \\ k_I \end{bmatrix}}_K \quad (21)$$

مقادیر بهره K_P و K_I با حل حداقل مربع از رابطه زیر قابل استخراج است:

$$\begin{bmatrix} k_p \\ k_I \end{bmatrix} = (H^T H)^{-1} H^T S \quad (22)$$

مهم‌ترین ویژگی روش فوق عدم نیاز آن به مرجع مستقل بیرونی برای محاسبه مقادیر K_P و K_I و استفاده از همان حسگری است که وضعیت با آن تخمین زده می‌شود.

چالش اصلی برای محاسبه بهره‌های فیلتر با روش تطبیقی LSE، نامشخص بودن مقادیر K_P و K_I در شروع فرآیند تخمین است. برای رفع این مشکل می‌توان از ساختار فیلتر مکمل خطی با بهره-های ثابت در شروع فرآیند تخمین استفاده نمود که در آن $\hat{x}$ پیش‌بینی شده است. پس از چند بار تکرار اولیه، مقادیر K_P و K_I با روش LSE محاسبه شده و می‌توان از آنها در ساختار فیلتر مکمل غیرخطی استفاده نمود. تعیین تکرار اولیه برای تغییر وضعیت از فیلتر خطی به غیرخطی وابسته به طراح و کاملاً اختیاری است که در این مقاله پس از ۵۰ تکرار انجام می‌شود. نمودار الگوریتم پیشنهادی برای پیاده‌سازی فیلتر مکمل مبتنی بر مربع خطا در شکل ۳ شرح داده شده است.



شکل ۳: نمودار الگوریتم فیلتر مکمل مبتنی بر حداقل مربع

در ادامه کارایی فیلتر مکمل غیرخطی مبتنی بر حداقل مربع پیشنهادی برای تخمین وضعیت یک رونده زیرآبی نوعی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت و نتایج حاصل از آن با طرح‌های تخمین وضعیت موجود مانند فیلتر مکمل با بهره ثابت و فیلتر کالمن مقایسه می‌شود.

۴- پیاده‌سازی و تحلیل نتایج

با توجه به نمودار (۲)، تفاوت بین اندازه‌گیری شتاب‌سنج و تخمین نهایی فیلتر به عنوان پارامتر حداقل‌سازی برای به دست آوردن تنظیمات بهینه بهره یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی در نظر گرفته می‌شود. با انتخاب مناسب پارامترهای بهره K_P و K_I ، خطای $(x_a - \hat{x})$ به حداقل می‌رسد. روش LSE برای انتخاب تطبیقی بهره‌های تناسبی-انتگرالی و به حداقل رساندن مجموع تفاوت‌های مربع بین سیگنال واقعی و مشاهده شده استفاده می‌شود و تابع هزینه مربوطه را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$J(K_P, K_I) = \sum_{n=1}^N (x_a[n] - \hat{x}[n])^2 \quad (14)$$

حداقل تخمین مربعی K_P و K_I به صورت زیر است:

$$\{\hat{K}_P, \hat{K}_I\} = \arg \min_{K_P, K_I} J(K_P, K_I) \quad (15)$$

طرح LSE فرض می‌کند که مدل سیگنال تابعی از پارامتر تخمین زده شده است. برای یک مدل سیستم معین:

$$S = HK \quad (16)$$

که S نمونه‌های مرجع $N \times 1$ ، H ماتریس اندازه‌گیری $N \times P$ و K ماتریس پارامتر $P \times 1$ است که باید تخمین زده شود. حال، اگر X نمونه‌های اندازه‌گیری شده $N \times 1$ و w نویز اندازه‌گیری مربوطه با میانگین صفر باشد، مدل سیستم را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$X = HK + w \quad (17)$$

تابع هزینه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} J(K_P, K_I) &= \sum_{n=1}^N (x_a[n] - s[n])^2 = \sum_{n=1}^N (x_a[n] - \hat{x}[n])^2 \\ &= (X - HK)^T (X - HK) \end{aligned} \quad (18)$$

در رابطه فوق ماتریس $S = (s[1], s[2], \dots, s[n])^T$ بیانگر نمونه‌های مرجع و ماتریس $X = (x[1], x[2], \dots, x[n])^T$ بیانگر نمونه‌های اندازه‌گیری شده است. مشتق معادله (۱۸) در $K = (\hat{K}_P, \hat{K}_I)$ و تساوی آن با صفر مطابق زیر است.

$$\frac{J(K_P, K_I)}{dK} \bigg|_{\hat{K}_P, \hat{K}_I} = 0 \Rightarrow -2H^T X + 2H^T H K = 0 \quad (19)$$

حل حداقل مربع برای ماتریس تخمینی K را می‌توان بصورت بیان نمود.

$$K = (H^T H)^{-1} H^T X \quad (20)$$

با مشتق‌گیری از معادله فیلتر مکمل غیرخطی (معادله (۱۰)) و مرتب‌سازی آن به فرم ماتریسی برای استفاده از روش LSE و

نتایج حاصله از روش تخمین CF تطبیقی در نمودارهای زیر ارائه شده است. برای مقایسه، وضعیت تخمینی از فیلتر کالمن نیز در نمودارها قابل مشاهده است.

۴-۱- تخمین زاویه غلت

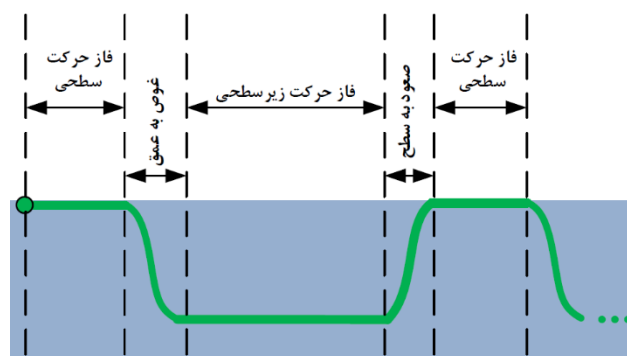
برای کنترل زوایای سه گانه اوایلر، از بالک‌های کنترلی با ترکیب بعلاوه (+) استفاده شده است. دلیل اصلی انتخاب این ساختار، تفکیک کانال‌های زوایای اوایلر برای ساده‌سازی معادلات حاکم بر وسیله و سهولت طراحی کنترلی کننده است. در این ترکیب بالک-های افقی برای کنترل زاویه فراز و بالک‌های عمودی برای کنترل زاویه سمت کارایی دارند. بنابراین کنترل مستقیمی روی زاویه غلت اعمال نمی‌شود. در چنین ساختاری بطور معمول کانال غلت از طریق تنظیم فاصله مرکز جرم و مرکز بویانسی^{xlix} بصورت دینامیکی پایدار می‌شود. منظور از پایداری دینامیکی، وقوع نوسانات محدود حول زاویه صفر در کانال غلت برای پیشگیری تداخل عملکردی سطوح کنترلی است. بنابراین با توجه به محاسبات تنظیم پایداری، سرعت حرکت رونده و شرایط محیطی مانند امواج نوساناتی در کانال غلت مشاهده خواهد شد. در شکل زیر تخمین زاویه غلت با روش CF تطبیقی و فیلتر کالمن ارائه شده است.

دستآورد تخمین پیشنهادی روی اطلاعات آزمون میدانی یک AUV شبیه‌سازی شد. ماموریت AUV پیمودن مسافت حداقل نقطه مبدا تا مقصد با اجرای سناریوی دلفینی متشکل از فازهای حرکت سطحی و زیرسطحی است. پیمایش مسیر، روی خط مستقیم بین مبدا و مقصد به عنوان کوتاه‌ترین مسیر و مبتنی بر قانون هدایت هدف‌بین (LOS^{xlvi}) انجام خواهد گرفت و زاویه مماسی مسیر به عنوان فرمان زاویه سمت به حلقه کنترل اعمال می‌شود. در شکل ۴ مختصات مبدا و مقصد قابل مشاهده است.

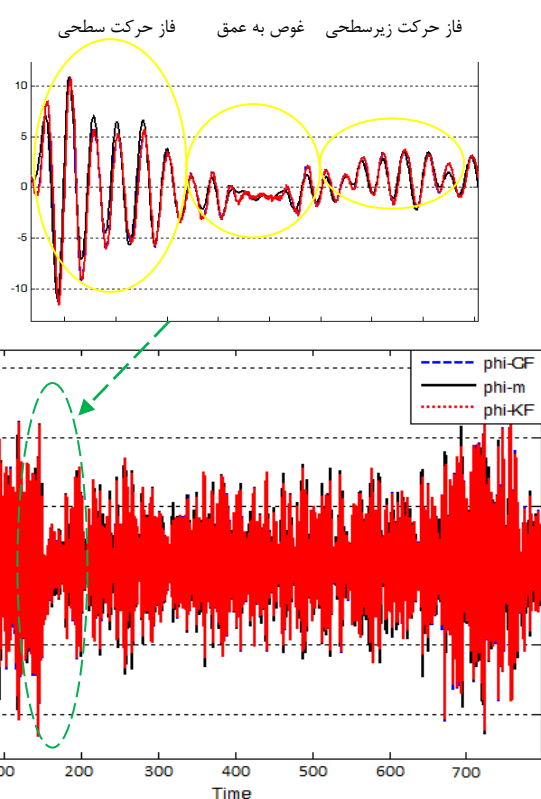


شکل ۴: مختصات مبدا و مقصد مسیر حرکت AUV

هدف از فاز زیرسطحی، دور شدن از تلاطم و اعوجاج‌ها ناشی از امواج سطحی، کاهش نیروی مقاوم در برابر بدنه و افزایش سرعت وسیله برای پیمایش مسیر طولانی‌تر است. در فاز حرکت زیرسطحی به دلیل عدم دسترسی به سیگنال GPS تنها از تلفیق اطلاعات حسگرهای مغناطیس‌سنج و ژيروسکوپ برای تعیین وضعیت شناور و سمت حرکت استفاده می‌شود. فاز حرکت سطحی تنها برای استفاده از اطلاعات GPS به منظور حذف خطای جمع‌شونده ژيروسکوپ و تصحیح سمت حرکت در بازه‌های زمانی کوتاه در سناریو لحاظ شده است. در نمودار ۵ نمایی از سناریوی حرکتی وسیله ارائه شده است.



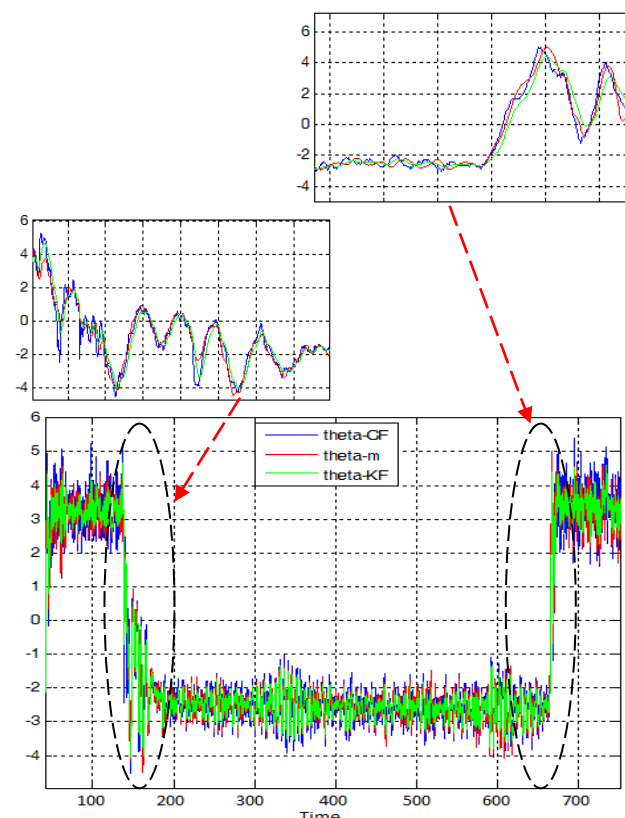
شکل ۵- سناریوی حرکتی وسیله زیرآبی



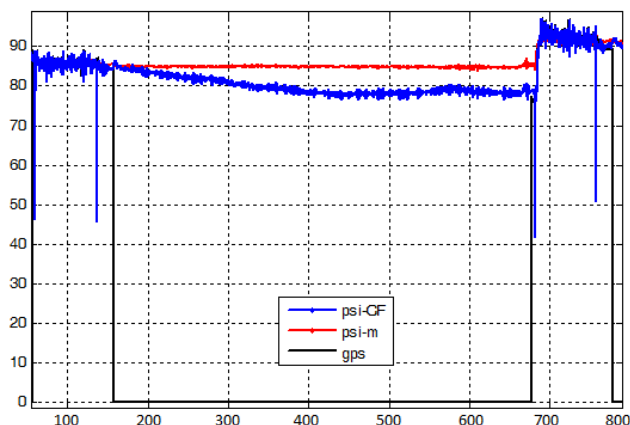
شکل ۶- مقدار واقعی زاویه غلتش و مقدار تخمینی با فیلتر مکمل تطبیقی و فیلتر کالمن (درجه)

تخمین نسبتاً دقیق و مشابه توسط فیلتر CF تطبیقی و فیلتر کالمن در مقایسه با مقدار واقعی زاویه غلتش در نمودار ۶ قابل

مرجع سیستم ناوبری است. در حالیکه خطای زاویه سمت منتجه از تخمینگر CF تطبیقی در مقایسه با GPS تقریباً دو درجه است.



شکل ۷- زاویه فراز اندازه گیری شده و تخمین زاویه فراز با فیلتر CF تطبیقی و کالمن (درجه)



شکل ۸- تخمین زاویه سمت با فیلتر CF تطبیقی و استخراج زاویه سمت از ژيروسکوپ و GPS (درجه)

الگوریتم CF تطبیقی به گونه‌ای طراحی شده است که در فاز حرکت سطحی و با تایید صحت اطلاعات GPS، بایاس حسگر مغناطیس و ژيروسکوپ حذف شده و اصلاح مسیر حرکت AUV برای قرارگیری در زاویه سمت صحیح انجام می‌گیرد. به عبارت دیگر خروجی تخمینگر سمت به زاویه سمت منتجه از GPS همگرا می‌شود. این مسئله در شکل ۹ قابل مشاهده است.

مشاهده است. به منظور مقایسه بهتر تخمین نسبت به مقدار اندازه‌گیری شده و دریافت یک دید تحلیلی-آماری، مقادیر میانگین خطا و واریانس زاویه غلتش تخمینی از فیلتر مکمل تطبیقی و کالمن در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- میانگین و واریانس خطای تخمین زاویه غلت از فیلتر مکمل تطبیقی و فیلتر کالمن نسبت به مقدار اندازه‌گیری شده

پارامتر	میانگین خطای تخمین	واریانس خطای تخمین (σ^2)
زاویه غلتش تخمینی از فیلتر مکمل تطبیقی	$5.5062e^{-4}$	0.0045
زاویه غلتش تخمینی از فیلتر کالمن	$-2.0596e^{-5}$	0.0003

نکته قابل توجه دیگر از نمودار ۶، دامنه نوسان متغیر زاویه غلت در سه فاز حرکت سطحی، فاز غوص به عمق کروز و فاز حرکت زیرسطحی است. به دلیل اثر سطح و تلاطم امواج، دامنه نوسانات زاویه غلت AUV در فاز حرکت سطحی بزرگتر است.

۲-۴- تخمین زاویه فراز

در شکل ۷ تخمین زاویه فراز از طریق فیلتر مکمل تطبیقی و فیلتر کالمن در مقایسه با سیگنال مرجع فراز قابل مشاهده است. با تغییر فاز حرکت از سطح به عمق و تغییرات زاویه فراز، تخمین مناسب فیلتر CF تطبیقی از زاویه فراز در بزرگنمایی‌های ارائه شده در نمودار ۷ مشاهده می‌گردد.

مقادیر میانگین خطا و واریانس زاویه فراز تخمینی از فیلتر مکمل تطبیقی و کالمن در مقایسه با مقدار اندازه‌گیری شده در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- میانگین و واریانس خطای تخمین زاویه فراز از فیلتر مکمل تطبیقی و فیلتر کالمن نسبت به مقدار اندازه‌گیری شده

پارامتر	میانگین خطای تخمین	واریانس خطای تخمین (σ^2)
زاویه فراز تخمینی از فیلتر مکمل تطبیقی	$-1.213e^{-4}$	$4.203e^{-4}$
زاویه فراز تخمینی از فیلتر کالمن	$-7.7762e^{-6}$	$-4.2436e^{-5}$

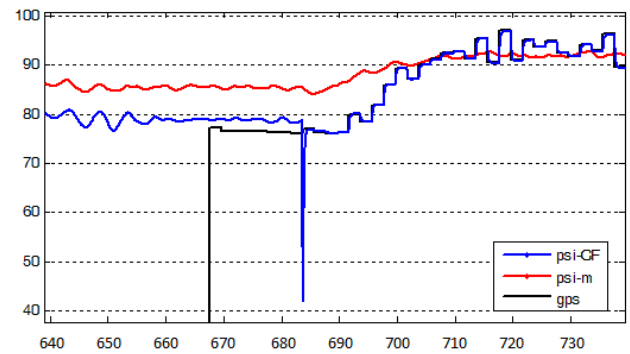
۳-۴- تخمین زاویه سمت

شکل ۸ عملکرد فیلتر CF تطبیقی در تخمین زاویه سمت را نشان می‌دهد. خط تیره زاویه سمت حاصله از GPS، خط نقطه‌چین زاویه سمت تخمینی با ژيروسکوپ و خط چین، تخمین زاویه سمت با فیلتر CF تطبیقی و با تلفیق اطلاعات حاصله از مغناطیس‌سنج و GPS است. خروجی الگوریتم پیشنهادی، بیانگر تخمین دقیق زاویه سمت پس از تقریباً ۶۰۰ ثانیه فاز حرکت زیرآبی و عدم دسترسی به GPS است. با توجه به شکل ۸، در لحظه صعود AUV به سطح، زاویه سمت حاصله از ژيروسکوپ بدلیل بایاس جمع-شونده با زمان، دارای خطای ده درجه‌ای نسبت به GPS به عنوان

مزیت فیلتر مکمل، ایجاد یک کانال فرکانسی همه‌گذر برای تلفیق اطلاعات چندین حسگر با پاسخ فرکانسی متفاوت به منظور استفاده در کاربری‌های تعیین وضعیت و مکان‌یابی است که افزودن قابلیت تطبیق بهره‌های فیلتر، دستیابی به عملکرد نیرومند را در محدوده گسترده از شرایط دینامیکی (حرکت با سرعت ثابت در عمق کروز یا مانورهای شتاب‌دار هنگام غوص و صعود) امکان‌پذیر کرده است. از مزایای دیگر روش پیشنهادی در مقایسه با فیلتر کالمن عدم نیاز آن به شناسایی مدل سیستم و ویژگی‌های نویز برای تخمین وضعیت است. نتایج حاصله بیانگر دقت مناسب ترکیب دو حسگر مغناطیس با بایاس ثابت نسبت به زمان و GPS با دقت بالا و ارائه راهکار برای سوئیچ بین آنها متناسب با فاز حرکت سطحی و زیرسطحی در بطن فیلتر مکمل تطبیقی، برای جهت‌یابی مسیر حرکت AUV در مقایسه با بایاس افزایشده ژيروسکوپ است.

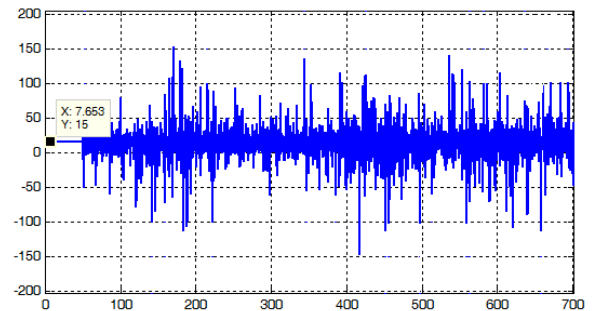
۶- مراجع

- 1- Parag Narkhede, Alex Noel Joseph Raj, Vipran Kumar, Vinod Karar and Shashi Poddar "Least square estimation-based adaptive complimentary filter for attitude estimation" Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 41(1) 235–245, 2019.
- 2- Chan Gook Park, Chang Ho Kang, Sanghyun Hwang and Chul Joo Chung "An Adaptive Complementary Filter For Gyroscope/Vision Integrated Attitude Estimation" International Journal of Aeronautical & Space Sci. 17(2), 214–221, 2016.
- 3- Mahony R, Hamel T and Pflimlin J-M "Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group" IEEE Transactions on Automatic Control 53(5): 1203–1218, 2008.
- 4- Armando Alves Neto, Douglas Guimarães Macharet, Víctor Costa da Silva Campos, Mario Fernando Montenegro Campos "Adaptive complementary filtering algorithm for mobile robot localization" Journal of the Brazilian Computer Society, 2009; 15(3):19-31.
- 5- Parag Narkhede, Shashi Poddar, Rahee Walambe, George Ghinea and Ketan Kotecha "Cascaded Complementary Filter Architecture for Sensor Fusion in Attitude Estimation" Sensors 2021, 21, 1937.
- 6- Seyed Vahid Zia, Javad Babaei, Ebrahim Alizadeh "Design and Experimental Evaluation of integrated orientation estimation algorithm Autonomous Underwater Vehicle Based on Indirect Complementary Filter" Journal of Control, Vol. 13, No. 1, Spring 2019. "In Persian"
- 7- Widodo RB, Edayoshi H and Wada C "Complementary filter for orientation estimation:

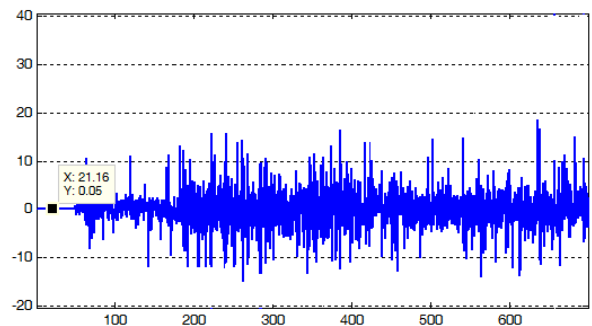


شکل ۹- اختلاف زاویه سمت تخمینی با فیلتر CF تطبیقی و ژيروسکوپ در مقایسه با GPS. همگرایی خروجی تخمینگر پیشنهادی به GPS در فاز حرکت سطحی

تغییرات بهره‌های K_I و K_P در فیلتر CF تطبیقی به ترتیب در نمودارهای ۱۰ و ۱۱ قابل مشاهده است.



شکل ۱۰- تغییرات بهره K_P در فیلتر CF تطبیقی



شکل ۱۱- تغییرات بهره K_I در فیلتر CF تطبیقی

همانطور که بیان شد، برای دستیابی به تخمین اولیه از پارامترهای وضعیت AUV، بهره‌های فیلتر CF تطبیقی در ۵۰ ثانیه ابتدایی مقدار ثابتی داشته و سپس محاسبه بهره‌ها با روش حداقل مربعات آغاز و در فرآیند تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۵- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از پیاده‌سازی فیلتر مکمل تطبیقی برای AUV، بیانگر کارایی بالای دستاورد پیشنهادی برای تخمین وضعیت است.

- xli Pitch
- xlii Yaw
- xliii Quaternion
- xliv Direction Cosine Matrix
- xlvi Drift
- xlvi Longitudinal and Centripetal Accelerations
- xlvii Pascoal
- xlviii Line Of Sight Guidance law
- xlix buoyancy

Adaptive gain based on dynamic acceleration and its change" soft computing and intelligent systems (SCIS). 7th International Conference on and Advanced Intelligent Systems (ISIS), 15th International Symposium On, Japan, 2-6 Dec. 2014, pp. 906-909. IEEE.

- 8- Poddar S, Narkhede P, Kumar V and Kumar A "PSO aided adaptive complementary filter for attitude estimation" Journal of Intelligent & Robotic Systems, (2017), 87(3-4): 531543.
- 9- Tae Suk Yoo, Sung Kyung Hong, Hyok Min Yoon and Sungsu Park "Gain-Scheduled Complementary Filter Design for a MEMS Based Attitude and Heading Reference System" Sensors 2011, 11, 3816-3830, 29 March 2011.
- 10- Kottath R, Narkhede P, Kumar V, et al. "Multiple model adaptive complementary filter for attitude estimation" Aerospace Science and Technology, (2017), 69, 574-581.

-
- i Attitude and Heading Reference System
 - ii Inertial Measurement Unit
 - iii LORD MicroStrain
 - iv Complementary Filter
 - v Kalman Filter
 - vi Multiple model adaptive filters
 - vii Unscented Kalman filter
 - viii Particle filter
 - ix Adaptive filters
 - x Wirkler
 - xi Brown
 - xii Linear complementary filter
 - xiii Corke
 - xiv Saripalli
 - xv Non-linear complementary filter
 - xvi Elkaim
 - xvii Gebre-Egziabher
 - xviii Salcudean
 - xix Wu
 - xx Yoo
 - xxi Euston
 - xxii Mahony
 - xxiii Autonomous Underwater Vehicle
 - xxiv On-Line
 - xxv Gain-Scheduled
 - xxvi Widodo
 - xxvii Alves Neto
 - xxviii Min and Jeung
 - xxix Least Square Estimation
 - xxx Encoder
 - xxxi Particle swarm optimization
 - xxxii Poddar
 - xxxiii Kottath
 - xxxiv Parag Narkhede
 - xxxv Chang Ho Kang
 - xxxvi Cascaded Complementary Filter
 - xxxvii body frame
 - xxxviii North-East-Down frame
 - xxxix Euler angles
 - xl Roll