

# توسعه روش عددی المان مرزی جهت مدل سازی جریان دوفازی حول پروانه نیمه مغروق با در نظر گرفتن تاثیر جریان عرضی

احسان یاری<sup>۱\*</sup>، علی براتی مقدم<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار / مجتعم دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ehsanyari11@gmail.com

<sup>۲</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد / مجتعم دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ali.barati.moghaddam@gmail.com

## چکیده

طراحی و تحلیل پروانه نیمه مغروق به علت مواجه شدن با پارامترهای هندسی و هیدرودینامیکی مختلف مانند پروفیل سطح مقطع پره، پدیده کاویتاسیون-هوادهی، اثر سطح آزاد و جریان چند فازی بسیار پیچیده است. برای طراحی و بهینه سازی سامانه رانش پروانه نیمه مغروق، نیاز به حل گری است که بتواند با در نظر گرفتن کلیه پارامترهای هندسی و جریانی در مدت زمان کمی نتایجی با دقت مناسب ارائه دهد. در این مقاله تحلیل پروانه نیمه مغروق با استفاده از روش المان مرزی پرداخته شده است. دنباله موجود در پایین دست پروانه مدل سازی شده است و شرط مرزی سطح آزاد با استفاده از بسط تیلور و با در نظر گرفتن طول موج بلند استخراج شده است. نتایج به دست آمده در مقایسه با داده های تجربی نشان می دهد که روش المان مرزی قابلیت تحلیل پروانه نیمه مغروق را دارا بوده و با استفاده از نتایج عددی به دست آمده از این روش امکان تفکیک نواحی هوادهی اولیه، گذرا و ناحیه کاملاً هوادهی حین چرخش پروانه نیمه مغروق امکان پذیر می باشد. در این مقاله اثر جریان عرضی روی نتایج محلی مورد بررسی قرار گرفته است. از مقایسه نتایج عملکردی پروانه با در نظر گرفتن جریان عرضی، کاهش خطاها در ضرایب پیشروی کم مشاهده می شود.

## اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۵/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۱۹

کلمات کلیدی:

پروانه نیمه مغروق

روش المان مرزی

تاثیر جریان عرضی

## Boundary element method development for modeling of two-phase flow around the surface piercing propeller with regard to cross-flow effect

Ehsan Yari<sup>1\*</sup>, Ali Barati Moghadam<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Assistant professor, department of mechanical engineering, Maleke-Ashtar University of technology; ehsanyari11@gmail.com

<sup>2</sup>Master of science student, department of mechanical engineering, Maleke-Ashtar University of technology; ali.barati.moghaddam@gmail.com

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 12 Aug. 2019

Accepted: 11 Oct. 2019

#### Keywords:

Surface piercing propeller

Boundary element method

Cross flow effect


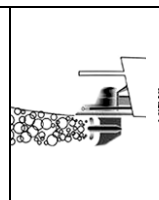
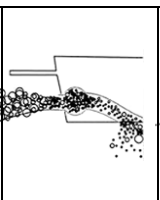


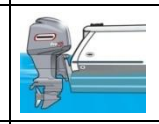
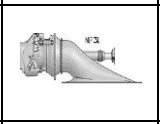

### ABSTRACT

Design and analysis of the semi-submersible propeller due to meet with geometric and hydrodynamic parameters such as profile cross-section of blades, cavitation, ventilation, the effect of free surface and multiphase flow is very complicated. Designed and optimized for the semi-submersible propeller propulsion systems, requiring the solver is able to consider all the geometric parameters and flow in a short time with accurate results. In this paper, analyzes of the semi-submersible propeller using the boundary element method has been developed. Wake in the downstream of SPP is modeling and boundary condition using Taylor expansion and taking into account the long wave length is extracted. The results compared with experimental data shows that the boundary element method capable for analysis of SPP and using obtained numerical results by this method, the separation of initial, transient and fully ventilated areas during the rotation of the semi-submersible propeller is possible. In this paper, cross-flow effect on local results is discussed. By comparing the performance results of the propeller with considering the cross flow effect, the error reduction at low advanced coefficients is observed.

## ۱- مقدمه

نیمه‌مغروق همان‌گونه که مشاهده می‌گردد، چگالی و رشد حباب‌های تولید شده (ریزش گردابه) نسبت به سایر سامانه‌های رانش متداول بسیار کمتر می‌باشد. در این سامانه رانش پدیده هوادهی جایگزین پدیده کاویتاسیون شده و لذا آثار مخرب پدیده کاویتاسیون مانند خوردگی، کاهش تراست و کاهش بازده حذف گشته و افزون بر آن به واسطه تشکیل ناحیه هوادهی راه‌اندازی اولیه موتور بهتر و میزان تراست تولیدی افزایش می‌یابد.

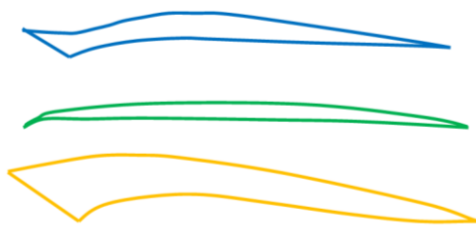
جدول ۱- مقایسه سامانه‌های رانش دریایی

			
			
سیستم رانش پروانه معمولی	سیستم رانش موتور برون نصب	سیستم رانش واترجت	سیستم رانش سطحی

سامانه رانش واترجت تا سرعت ۴۰ گره دریایی دارای بیشترین بازده نسبت به سایر سامانه‌های رانش متداول شناورهای تندرو می‌باشد اما با افزایش سرعت پروانه‌های نیمه‌مغروق عملکرد بهتری را در شناورهای پرسرعت و در سرعت‌های بالا دارا می‌باشند. آب‌خور کم شناور و حذف کاویتاسیون از جمله مهم‌ترین انگیزه‌ی طراحان برای بررسی، طراحی و به‌کارگیری سامانه رانش پروانه نیمه‌مغروق بوده است. به‌گونه‌ای که میزان آب‌خور شناور می‌تواند حتی کمتر از نصف قطر پروانه باشد.

### ۱-۱ هندسه مقطع و سری‌های مختلف

هندسه پروانه نیمه‌مغروق، از نظر ظاهری تا حدودی شبیه هندسه پروانه‌های معمولی است، با این تفاوت که طراحی مقطع پره اغلب به گونه‌ای است که دارای لبه ابتدایی<sup>۴</sup> نوک تیز با زاویه ورودی کم و لبه انتهایی<sup>۵</sup> ضخیم و پله‌دار<sup>۶</sup> می‌باشد. تویی پروانه و ریشه پره در مقابل بارهای زیاد خارج از مرکز و تناوبی وارده، مقاوم ساخته می‌شوند. نمونه‌ای از این مقاطع در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- سه نمونه از مقاطع پره پروانه نیمه‌مغروق

پروانه نیمه‌مغروق جزو سیستم‌های رانش نوین دریایی می‌باشد که به علت کاربرد زیاد در شناورهای سبک و تندرو از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پارامتر کاویتاسیون که در پروانه‌های معمولی<sup>۱</sup> (کاملاً مغروق)<sup>۲</sup> سبب کاهش تراست، افزایش گشتاور و همچنین ارتعاشات روی شفت و بدنه شناور می‌شود، در سیستم رانش پروانه نیمه‌مغروق با پدیده هوادهی جایگزین می‌شود. سیستم رانش پروانه‌ای کاملاً مغروق در گستره وسیعی از شناورهای سطحی کوچک، سبک و حتی تناژ متوسط استفاده می‌شود. شناورهای مجهز به پروانه نیمه‌مغروق قابلیت حرکت در آب‌های کم عمق، عمیق و حتی آب‌های گل آلود را دارا می‌باشند. دانش طراحی و تحلیل پروانه نیمه‌مغروق به علت مواجه شدن با پارامترهای هندسی و هیدرودینامیکی مختلف مانند پروفیل سطح مقطع پره، پدیده کاویتاسیون-هوادهی، اثر سطح آزاد و جریان چند فازی بسیار پیچیده و سخت می‌باشد. در شکل ۱ هندسه یک نمونه شناور مجهز به پروانه نیمه‌مغروق در یک آب‌خور مشخص نشان داده شده است. مهم‌ترین مزایای پروانه نیمه‌مغروق را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- امکان افزایش قطر پروانه به اندازه دلخواه
- عدم محدودیت در احتمال وقوع پدیده کاویتاسیون و جایگزینی آن با پدیده هوادهی
- تغییر پروفیل سطح مقطع پره پروانه و امکان دسترسی به بازده بالا در سرعت‌های بالای شناور
- تغییر میزان غوطه‌وری پروانه و کاهش زاویه شفت شناور



شکل ۱- شناور تندرو مجهز به سامانه رانش پروانه نیمه‌مغروق<sup>۳</sup>

در جدول ۱ چهار نوع سامانه رانش دریایی با توجه به میزان وقوع پدیده کاویتاسیون مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته‌اند. مطابق شکل‌های ارائه شده، بیش‌ترین میزان رشد حباب تولید شده و ریزش گردابه مربوط به پروانه کاملاً مغروق و سامانه رانش موتور قایق می‌باشد. در سامانه رانش واترجت، در قسمت ورودی، طول کانال و در قسمت خروجی چگالی نسبتاً بالایی از حباب‌های تولید شده و ریزش گردابه مشاهده می‌گردد. اما در سامانه رانش پروانه

### ۱-۳ تاریخچه

در گذشته به علت عدم پیشرفت قدرت پردازش سامانه‌های نرم‌افزاری بیش‌تر مطالعات صورت گرفته روی پروانه‌های نیمه‌مغروق بر پایه آزمایش تجربی استوار بوده است. از جمله اولین افرادی که روی پروانه‌های نیمه‌مغروق فعالیت داشته است، رینولدز<sup>۷</sup> (۱۸۷۴) است که به مطالعه تاثیر میزان غوطه‌وری روی عملکرد پروانه‌های اسکيودار پرداخته است [۱]. پس از آن تحقیقات تجربی زیادی صورت گرفته است که مهم‌ترین آن‌ها توسط شیب<sup>۸</sup> (۱۹۵۳) [۲]، هادلر و هکر<sup>۹</sup> (۱۹۶۸) [۳]، هکر (۱۹۷۳) [۴]، راینز<sup>۱۰</sup> (۱۹۸۱) [۵]، رز و کروپا<sup>۱۱</sup> (۱۹۹۱) [۶]، کروپا (۱۹۹۲) [۷]، رز و همکاران (۱۹۹۳) [۸] و ولنگ<sup>۱۲</sup> (۱۹۹۵) [۹] اشاره کرد. تمرکز کلیه این تحقیقات روی تعیین متوسط تراست، گشتاور، ممان‌های خمشی و نیروهای جانبی می‌باشد. از فعالیت‌های تجربی صورت گرفته در دو دهه اخیر می‌توان به اولفسون<sup>۱۳</sup> (۱۹۹۶) [۱۰]، میلر و زانتیر<sup>۱۴</sup> (۱۹۹۸) [۱۱]، دایسون<sup>۱۵</sup> (۲۰۰۰) [۱۲] و دایسون و همکاران (۲۰۰۰) اشاره کرد [۱۳]. عمده فعالیت‌ها در این تحقیقات روی تعیین بازده دینامیکی پروانه‌های نیمه‌مغروق و نیروهای القایی روی پره‌ها، شفت، هاب و... است.

با توجه به هزینه بالای روش‌های تجربی و با پیشرفت نرم‌افزارهای برنامه‌نویسی و ارتقای سرعت در پردازش استفاده از روش‌های عددی جایگاه ویژه‌ای جهت تحلیل و بهینه‌سازی سامانه‌های رانش دریایی ایجاد شده است. با توجه به تعدد تعداد پارامترهای هندسی و جریانی در تحلیل پروانه‌های دریایی و بخصوص پروانه نیمه‌مغروق لذا روش‌های عددی مناسب جهت تحلیل پروانه نیمه‌مغروق روش‌های خطوط بالابر، سطوح بالابر و بویژه المان مرزی است که نسبت به روش‌های حجم محدود، تفاضل محدود و المان محدود از قابلیت بالایی برخوردار هستند.

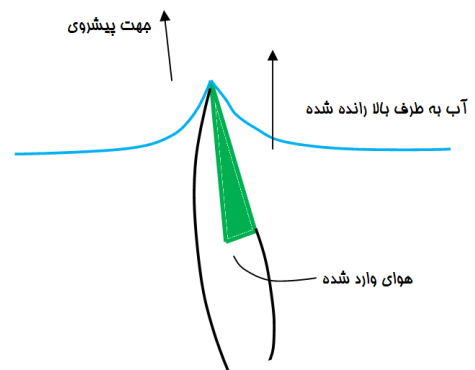
اولین فعالیت‌های مربوط به مدل‌سازی عددی پروانه‌های نیمه‌مغروق توسط ابرمت<sup>۱۶</sup> (۱۹۶۸) با استفاده از روش عددی تئوری خطوط بالابر و بدون در نظر گرفتن پارامترهای هوادهی و تغییرات دنباله انجام گرفته است [۱۴]. ولنگ و همکاران (۱۹۹۰) آنالیز ورود یک هیدروفویل سه بعدی به آب را با استفاده از روش عددی تئوری سطوح بالابر در حالت ناپایا انجام دادند [۱۵].

در ادامه روش‌های عددی ساوینیو<sup>۱۷</sup> و کیناس (۱۹۹۵) با استفاده از روش عددی المان مرزی دو بعدی به بررسی و آنالیز میدان جریان اطراف هیدروفویل نیمه‌مغروق با در نظر گرفتن هوادهی کامل پرداختند. اما این تحقیق صرفاً به بررسی ورود هیدروفویل به آب پرداخته بود و خروج هیدروفویل از آب را مورد بررسی قرار نمی‌داد و تغییرات سطح آزاد حذف شده بود [۱۶]. یانگ<sup>۱۸</sup> و کیناس (۲۰۰۲) با استفاده از روش المان مرزی به بررسی مدل‌سازی سه بعدی پروانه‌های سوپرکاویتاسیون و نیمه‌مغروق پرداختند. در این

### ۲-۱ دنباله ی آب و تشکیل اسپری

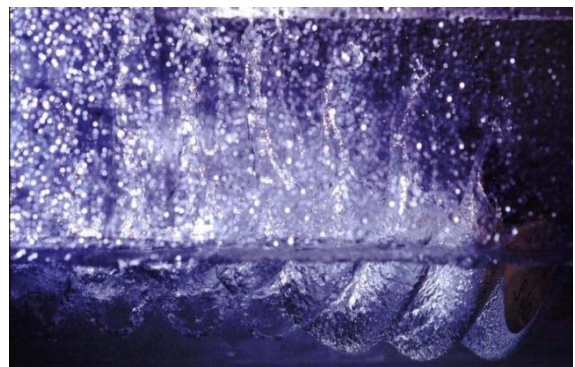
در هنگام برخورد پره پروانه نیمه‌مغروق پدیده‌هایی رخ می‌دهد، که وقوع آن‌ها در این نوع پروانه‌ها نسبت به سایر پروانه‌های متداول بیش‌تر است. سطح بدنه شناورها در هنگام حرکت، آب را در هوا اسپری می‌کنند. پدیده تشکیل اسپری در نتیجه کاهش عدد ویر در پشت پره، و ایجاد دنباله آب در هنگام خروج پروانه است. توسط سه عامل جریان آب را درون هوا اسپری می‌شود:

- نیروهای فشاری روی سطح دنباله، مقداری از آب را به بالا می‌رانند.



شکل ۳- اسپری آب ناشی از نیروهای فشاری

- نیروهای برشی لزج، ناشی از سطح فشاری پره، سطح آب را به سمت بالا می‌کشد، سپس آب را از لبه انتهایی پره، به صورت شعاعی به خارج پرتاب می‌کند.



شکل ۴- اسپری آب به صورت شعاعی

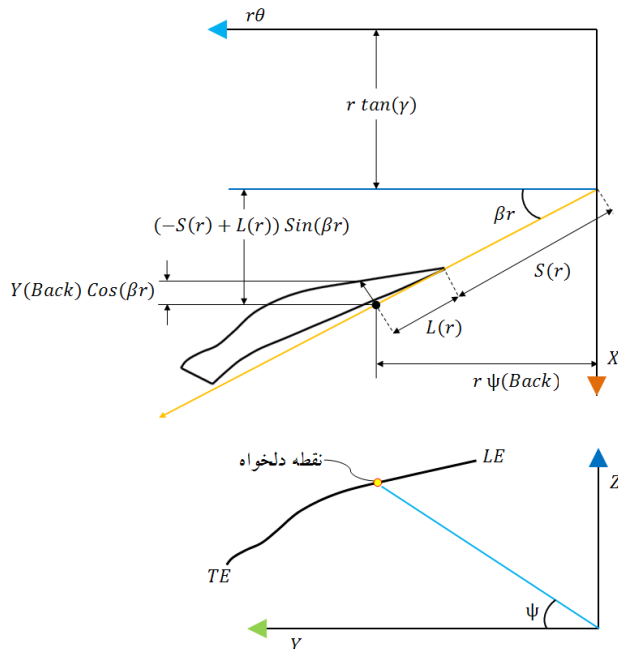
عدد رینولدز جریان آب در شرایط عملکرد در سرعت بالا، از مرتبه  $10^6$  است. در این رینولدز، تئوری لایه مرزی، عدد رینولدز محلی پایینی را، در سمت پرفشار پروانه، در نزدیکی پره، و هم‌چنین حباب‌هایی را در سمت مکش، و تشکیل ناحیه‌ی لزج را، پیش‌بینی می‌کند. در هنگام حرکت رو بالایی پره، به سطح آب، نیروهای ویسکوز، مقداری از آب را اطراف پره نگه می‌دارند. پره می‌تواند ۷ تا ۱۲ درصد حجم آب را، به اتمسفر خارج می‌کند.

می شوند پارامترهای مورد استفاده در فرمولاسیون پروانه بصورت زیر تعریف می شوند:

$S(r)$ : فاصله لبه جلویی هر مقطع از خط مرجع پروانه<sup>۲۲</sup> می باشد  $S(r)$  در سمت چپ دستگاه محلی قرار گرفته است، بنابراین با علامت منفی در فرمول ظاهر می شود. مبدا دستگاه مختصات محلی در لبه جلویی هر مقطع قرار می گیرد؛ جهت مثبت برای مولفه  $X$  به سمت لبه انتهایی مقطع بوده و جهت مثبت  $Y$ ، به سمت سطح پستی پره است.

$L(r)$ : فاصله لبه جلویی هر مقطع تا تصویر نقطه مورد نظر روی کورد آن مقطع می باشد.

$r \cdot \eta(Back)$ : جابجایی محیطی هر یک از نقاط یک مقطع، روی دایره ای با شعاع آن مقطع می باشد.



شکل ۵- شماتیک مربوط به فرمولاسیون ارائه شده برای هندسه پروانه دنباله بصورت یک صفحه با ضخامت برابر با صفر در نظر گرفته می شود؛ که هیچ‌گونه پرفش جریان و فشاری روی سطح دنباله وجود نداشته، ولی پرفش در مقادیر پتانسیل می تواند وجود داشته باشد. در شکل ۶ هندسه سه بعدی و گسسته شده پروانه و دنباله در نماهای مختلف نشان داده شده است. برای در نظر گرفتن اثرات دنباله مطابق نتایج تجربی طول دنباله به اندازه ۴ برابر قطر پروانه در نظر گرفته شده است.

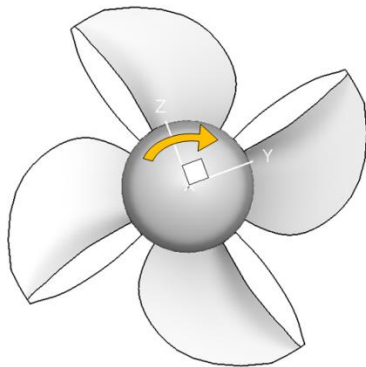
تحلیل جریان تراکم‌ناپذیر، غیر ویسکوز و غیر چرخشی در نظر گرفته شده است. در این تحقیق اثر جت سطح آزاد حذف شده و سطح آزاد به صورت تخت و با استفاده از روش تصویرسازی مدل شده است. عدد فرود بدون در نظر گرفتن حدود همواره صعودی در نظر گرفته شده است. اثر ویک روی سطح آزاد نیز حذف شده است [۱۷]. یانگ و ساواندر<sup>۱۹</sup> (۲۰۱۱) به بررسی آنالیز عددی پروانه‌های نیمه‌مغروق با اشل بزرگ پرداختند. در این مقاله هیدروالاستیک سه پروانه نیمه‌مغروق طراحی شده با استفاده از کوپل المان مرزی و المان محدود برای یک نمونه شناور  $SES$  مورد بررسی قرار گرفته است [۱۸]. یانگ و بریزولارا<sup>۲۰</sup> (۲۰۱۳) به بررسی عددی و فیزیکی هیدروفویل نیمه‌مغروق پرداختند. در این مطالعه با استفاده از روش المان مرزی برای یک هیدروفویل سه بعدی پاسخ‌های هیدرودینامیکی جهت تاثیر کاویتاسیون یا هوادهی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه تاثیر عمق با توجه به عدد فرود و هوادهی مورد مطالعه قرار گرفته است. بر اساس داده‌های به دست آمده مشاهده می شود که انطباق خوبی بین داده‌های عددی به دست آمده از روش المان مرزی و نتایج آزمایش تونل وجود دارد [۱۹]. یاری و قاسمی (۲۰۱۶) به بررسی تحلیل پروانه نیمه‌مغروق با استفاده از روش المان مرزی پرداخته‌اند که در آن اثر لبه انتهایی بر عملکرد پروانه نیمه‌مغروق بدون در نظر گرفتن اثر جریان عرضی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۰]. در ادامه چندین فعالیت عددی توسط یاری و قاسمی بر روی پروانه نیمه مغروق بصورت دوبعدی و سه بعدی با استفاده از روش RANS انجام گرفته است [۲۱-۲۴].

در مقاله حاضر تحلیل عددی پروانه نیمه مغروق با استفاده از روش المان مرزی بر پایه پتانسیل انجام شده است. این تحقیق در واقع ادامه و توسعه فعالیت های انجام گرفته در مراجع [۱۷] و [۲۰] می باشد. در مراجع فوق الذکر شکل گیری و توسعه ناحیه هوادهی صرفاً در راستای کورد<sup>۲۱</sup> پره و اصطلاحاً به صورت یک بعدی در دستگاه مختصات محلی منطبق بر المان محاسباتی پره انجام گرفته است. در حالیکه در این مطالعه توسعه ناحیه وادهی در هر دو راستای کورد و راستای شعاعی (اسپین) مورد مطالعه قرار گرفته است.

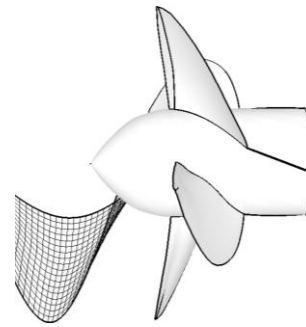
## ۲- تولید هندسه و معادلات حاکم بر روش المان مرزی

در این بخش تولید هندسه، معادلات حاکم بر مسئله و شرایط مرزی مربوط به تحلیل عددی هوادهی و کاویتاسیون جزیی روی پروانه در حالت ناپایا با استفاده از روش المان مرزی بررسی می شود.

با توجه به شکل ۵ هندسه مقاطع با داده های هندسی مربوطه در دستگاه مختصات محلی با استفاده از فرمولاسیون پروانه به دستگاه مختصات کلی انتقال داده شده و نسبت به خط مرجع پروانه سنجیده



شکل ۷- طرح‌واره دستگاه مختصات سه بعدی کلی حول پروانه و جهت چرخش



شکل ۶- هندسه دنباله پروانه نیمه مغروق در قسمت پایین دست جریان

## ۲-۱ فرمول‌بندی تئوری روش المان مرزی

روش المان مرزی بر پایه پتانسیل قادر به بررسی جریان روی اجسام با سطح برآ<sup>۲۴</sup> و یا سطح غیر برآ، با جریان ورودی یکنواخت یا غیر یکنواخت در حالت پایا و ناپایا می‌باشد. این اجسام می‌توانند حرکتی به صورت جابه‌جایی خطی یا دورانی داشته باشند و به عنوان مثال پروانه، هیدروفویل، هاب، سکان، نگهدارنده‌ها<sup>۲۵</sup> و... باشند. در این تحقیق  $\Omega$  به عنوان میدان جریان خارجی حول جسم (میدان حل) و  $S = \partial\Omega$  به عنوان مرز جسم در نظر گرفته شده است. یک دستگاه مختصات کلی<sup>۲۶</sup> (کارتزین اینرسی) ثابت در فضا تعریف و با  $X = (X, Y, Z)$  نشان داده شده است. دستگاه مختصات محلی<sup>۲۷</sup> متصل به جسم، در حالت کارتزین به صورت  $x = (x, y, z)$  و در حالت استوانه‌ای به صورت  $(x, r, \theta)$ ، مطابق با دستگاه مختصات نیرویی استاندارد ITTC تعریف شده است. در دستگاه مختصات محلی X محور مثبت بسمت قسمت پایین دست پروانه، Y محور مثبت به سمت پورت<sup>۲۸</sup> و Z محور عمود بر صفحه شامل X و Y می‌باشد. در دستگاه مختصات استوانه‌ای محلی  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$  و  $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-y}{z}\right)$  می‌باشد، که می‌توانند به همراه جسم جابه‌جا شوند یا بچرخند.

معادلات با توجه به دستگاه مختصات متصل به جسم به دست آمده است. برای پروانه دستگاه مختصات راستگرد، و جهت چرخش در جهت عقربه‌های ساعت مطابق شکل ۷ فرض شده است. سرعت زاویه‌ای پروانه ثابت بوده و با  $\vec{\omega}$  نمایش داده شده است. در حالت کلی برای تحلیل هوادهی-کاویتاسیون حول جسم، مرز جسم به چهار ناحیه سطح خیس جسم  $S_B$ ، سطح هوادهی شده  $S_V$ ، سطح کاویتاسیونی  $S_C$  و سطح دنباله  $S_W$  تقسیم‌بندی می‌شود.

## ۲-۲ معادلات حاکم بر جریان

با فرض این که جریان در میدان حل خارجی حول جسم و سطوح هوادهی و کاویتاسیونی به اندازه کافی و موثر غیرلزج، تراکم‌ناپذیر و غیر چرخشی باشد، سرعت اغتشاشی در کلیه میدان حل به استثنای سطوح ناپیوسته میدان سرعت، که تشکیل دنباله سطح بالاشو از جسم را می‌دهند، غیر چرخشی می‌باشد. به عبارت دیگر برای استفاده از معادله لاپلاس جهت مدل کردن جریان سیال حول پروانه باید جریان در کلیه نقاط میدان بجز یک سری نقاط ناپیوستگی (که دنباله پروانه جایگزین آن‌ها می‌شود) غیر چرخشی باشد. در حالت جریان ورودی غیریکنواخت مانند حالت لزج یا جریان دنباله پشت شناور، فرض بر این است که قسمت چرخشی سرعت اغتشاشی به همراه ورتیسیتیته اغتشاشی مربوط به سیال در دنباله موثر کشتی شناخته شده است) در نظر گرفته شده است. بنابراین با در نظر گرفتن این حالت کلیه سه فرض بالا برقرار شده و می‌توان از معادله لاپلاس استفاده نمود.

با در نظر گرفتن فرض غیرچرخشی بودن سیال می‌توان گفت

$$\nabla^2 \phi(x, t) = 0 \quad (1)$$

$$V(x, t) = V_0(x, t) + \nabla\phi(x, t) \quad (2)$$

سرعت اغتشاشی برابر با گرادین پتانسیل اغتشاشی است. برای جریان سیال تراکم‌ناپذیر، معادله پیوستگی  $\nabla \cdot V(x, t) = 0$  به صورت معادله لاپلاس در می‌آید:

سرعت کل در هر نقطه از میدان سیال،  $\Omega$ ، برابر با جمع سرعت اغتشاشی و سرعت غیر اغتشاشی است.

برای جریان سیال تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی معادلات ممننوم نویر - استوکس به صورت معادله برنولی خلاصه می‌شود. در دستگاه مختصات متصل به جسم معادله برنولی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{p}{\rho} + \frac{|V|^2}{2} + gz = \frac{p_{ref}}{\rho} + \frac{|V_0|^2}{2} \quad (3)$$

بررسی دو شرط مرزی سینماتیکی<sup>۳۱</sup> و دینامیکی<sup>۳۲</sup> انجام شود. با این فرض که تابع  $F(S_1, S_2, S_V, t) = S_V - \eta_V(S_1, S_2, t) = 0$  معادله سطح هوادهی باشد، شرط مرزی سینماتیکی مطابق زیر می‌شود:

$$S_V = \eta_V(S_1, S_2, t) \quad (۹)$$

$$\frac{D}{Dt}[F(S_1, S_2, S_V, t)] \quad (۱۰)$$

$$= \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right) [S_V - \eta_V(S_1, S_2, t)] = 0$$

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2} \rho V_{ref}^2} \quad (۴)$$

$$\sigma = \frac{p_{ref} - p_v}{\frac{1}{2} \rho V_{ref}^2} \quad (۵)$$

شرط مرزی دینامیکی یکسان بودن فشار روی سطح هوادهی با فشار اتمسفر را بیان می‌کند.

$$P = P_{atm} \quad or \quad C_p \approx 0 \quad (۱۱)$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} \quad (۶)$$

#### • شرط مرزی سطح آزاد

با استفاده از بسط سری تیلور حول  $\phi$  رابطه مرتبه اول سطح آزاد به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$\frac{\partial^2 \phi(x, y, z, t)}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial z} = 0 \quad at \quad z = 0 \quad (۱۲)$$

در شکل ۶ هندسه پروانه نیمه‌مغروق با در نظر گرفتن نواحی حل، شرایط مرزی، سرعت جریان ورودی به پروانه نشان داده شده است. با توجه به این که ماهیت جریان حول پروانه نیمه‌مغروق ناپایا است، لذا جهت بررسی عملکرد نیرویی و استخراج مشخصات جریانی محلی و انتگرالی پروانه چرخش یک پره پروانه از لحظه ورود به آب تا لحظه خروج آن از سطح آزاد مورد بررسی و آنالیز قرار گرفته شده است. مطابق شکل پره اصلی و دنباله مربوط به آن مشخص می‌باشد. در این شکل P معرف نقطه کنترل و Q معرف نقطه میدانی می‌باشد که بردار واصل بین p و q در واقع بردار  $\Gamma$  است که در محاسبات انتگرالی نقش اصلی را اجرا می‌کند.

در معادله (۳) فشار،  $\rho$  چگالی سیال و  $p_{ref}$  فشار مرجع سیال است. برای پروانه فشار مرجع، فشار ناحیه بسیار دور از بالادست<sup>۲۹</sup> پروانه در راستای شفت پروانه می‌باشد و با استفاده از قانون هیدرواستاتیک  $p_{ref} = p_{atm} + \rho g z_{atm}$  به دست می‌آید ( $p_{atm}$  فشار اتمسفر در ارتفاع  $Z_{atm}$  است). دو پارامتر مهم و بی بعد یعنی ضریب فشار و عدد کاویتاسیون به صورت زیر تعریف می‌شوند:

در معادلات (۴) و (۵) فشار بخار  $p_v$  و سرعت مرجع بوده و معمولاً برابر با  $|V_0|$  سرعت جریان ورودی است. برای پروانه سرعت مرجع معمولاً میزان سرعت ورودی یا مقدار  $nD$  در نظر گرفته می‌شود.

D معرف قطر پروانه و n اندازه دور پروانه یا سرعت دورانی در هر دور بر ثانیه بوده و برابر است با:

معادله دینامیکی (۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{2}{V_{ref}^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{|V|^2 - |V_0|^2}{V_{ref}^2} + \frac{2gz}{V_{ref}^2} = -C_p \quad (۷)$$

#### ۳-۲ شرایط مرزی

برای حل معادله لاپلاس، مطابق با معادله (۱)، در جریان خارجی حول پروانه یا هیدروفویل باید شرایط مرزی در هر یک از المان‌های سطحی تعریف شوند.

#### • سطح جسم

در قسمت سطح خیس جسم برای ارضا شدن شرط مرزی، صفر بودن مولفه سرعت عمود بر المان، می‌توان از شرط مرزی نیومن<sup>۳۰</sup> استفاده نمود. در نواحی خیس مقدار پتانسیل کل که جمع پتانسیل اغتشاشی و پتانسیل ناشی از جریان ورودی می‌باشد برابر صفر بوده و لذا شرط نیومن به صورت زیر بیان می‌شود که در آن n بردار نرمال هر المان به سمت بیرون است.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -V_0 \cdot n \quad (۸)$$

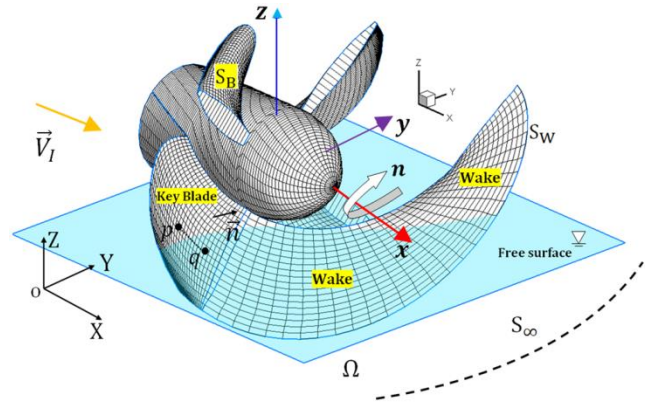
#### • سطح هوادهی

سطح هوادهی ( $S_V$ ) در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:  $\eta_V$  ضخامت ناحیه هوادهی در دستگاه مختصات غیر متعامد محلی و  $S_V$  نشان دهنده سطح هوادهی می‌باشد. سطح هوادهی مجهول بوده و اصلاح آن با توجه به معادله (۹) در جهت عمود بر سطح المان انجام می‌پذیرد. برای تعیین سطح هوادهی مجهول باید

شکل ۸- پارامترهای موثر بر تحلیل پروانه بکمک روش المان مرزی

۴-۲ گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال

در حالت هوادهی-کاویتاسیون تعداد کل المان‌ها با تعداد المان‌های جسم برابر است. برای گسسته‌سازی آن‌ها نقاط هوادهی و کاویتاسیونی از نقاط خیس جدا می‌شوند مطابق رابطه (۱۳).



$$\sum_{k=1}^Z \left[ \sum_{j=1}^{N_j} \left( \sum_{i=1}^{i_d-1} D_{nij}(t) \phi_{ij}(t) + \sum_{i=i_d}^{i_r} D_{nij}(t) \phi_{ij}(t) + \sum_{i=i_r+1}^{i=i_v-1} D_{nij}(t) \phi_{ij}(t) + \sum_{i=i_v}^{N_i} D_{nij}(t) \phi_{ij}(t) \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=1}^{i_d-1} \dot{D}_{nij}(t) \phi_{ij}(t) - \sum_{i=i_d}^{i_r} \dot{D}_{nij}(t) \phi_{ij}(t) - \sum_{i=i_r+1}^{i=i_v-1} \dot{D}_{nij}(t) \phi_{ij}(t) \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=i_v}^{N_i} \dot{D}_{nij}(t) \phi_{ij}(t) \right) + \sum_{i=1}^{N_{wj}} (W_{nj}(t) \Delta \phi_j(t)) - \sum_{i=1}^{N_{wj}} (\dot{W}_{nj}(t) \Delta \phi_j(t)) \right] = \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^Z \left[ \sum_{j=1}^{N_j} \left( \sum_{i=1}^{i_d-1} S_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) + \sum_{i=i_d}^{i_r} S_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) + \sum_{i=i_r+1}^{i=i_v-1} S_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=i_v}^{N_i} S_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=1}^{i_d-1} \dot{S}_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) - \sum_{i=i_d}^{i_r} \dot{S}_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) - \sum_{i=i_r+1}^{i=i_v-1} \dot{S}_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=i_v}^{N_i} \dot{S}_{nij}(t) \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{ij}(t) \right) \right], \quad n = 1, \dots, N_{total}$$

۳- نتایج

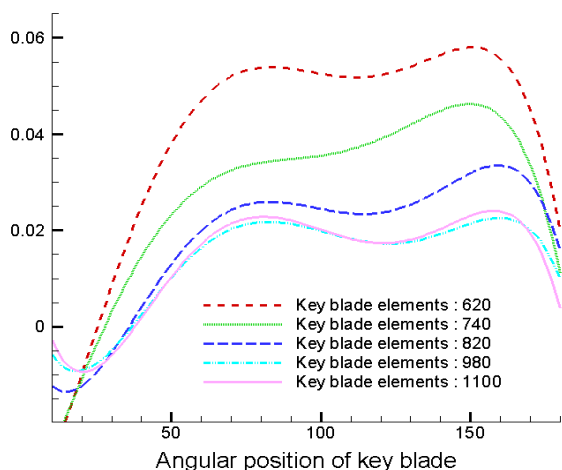
۳-۱ پروانه نیمه‌مغروق 841-B

با به‌کارگیری روابط هندسی می‌توان هندسه پروانه نیمه‌مغروق را مدل‌سازی نمود. در روش المان مرزی لازم است فقط سطح جسم گسسته‌سازی شود. لذا سطح پره‌ها، هاب و دنباله دنباله‌ای توسط المان‌های چهارضلعی مسطح تقریب زده می‌شود. برای بررسی اعتبارسنجی نتایج حاصل از تحلیل عددی روش المان مرزی، هندسه پروانه نیمه‌مغروق اولفسون 841-B مطابق شکل ۹ استفاده شده است. این پروانه، نیمه‌مغروق چهار پره‌ای با فنجان‌های انتهایی است. مشخصات هندسی پروانه در جدول ۲ ذکر شده است. جهت افزایش دقت چگالی شبکه در نزدیکی لبه ابتدایی و فنجان‌های انتهایی پره مطابق شکل ۱۰ بیش‌تر شده است.

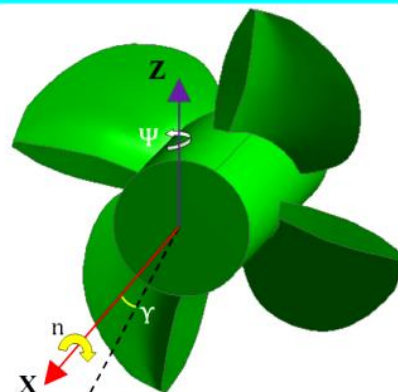
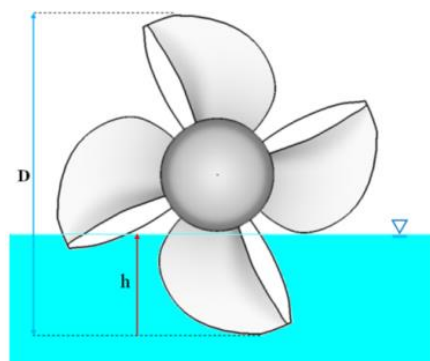
جدول ۲- اطلاعات هندسی پروانه 841-B

نماد	مقدار	پارامتر
$D$	۲۵۰	قطر پروانه (میلی متر)
$d$	۸۵	قطر توپی (میلی متر)
$P$	۳۱۰	گام در نسبت شعاع ۰/۷ (میلی متر)
$d/D$	۰/۳۴	نسبت قطر توپی به قطر پروانه
$P/D$	۱/۲۴	نسبت گام در نسبت شعاع ۰/۷
$A_E/A_0$	۰/۵۸	سطح گسترش یافته
$Z$	۴	تعداد پره‌ها
R.H.		جهت چرخش

به این که تحلیل پروانه نیمه‌مغروق در حالت ناپایا می‌باشد، لذا مطابق شکل ۱۱ نمودار تغییرات ضریب تراست پره اصلی در تحلیل عددی با افزایش تعداد المان‌های سطحی روی پره اصلی مورد بررسی قرار گرفته است. همان گونه که مشاهده می‌گردد با توجه به شبکه مناسب همگرایی در تحلیل به سرعت اتفاق می‌افتد. (تعداد المان‌ها مربوط به یک پره می‌باشد- پره اصلی که مبنای محاسبات است)

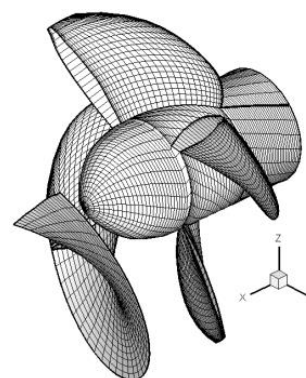


شکل ۱۱- تغییرات ضریب تراست پره اصلی در یک دور چرخش (از ورود به آب تا خروج) بر حسب ضریب پیشروی در  $J=0.5$  تعداد مختلف المان‌ها در  $J=0.5$



شکل ۹- پروانه نیمه‌مغروق 841-B و مدل تولید شده جهت آنالیز عددی و معرفی زاویه یاو ( $\Psi$ )، میزان غوطه‌وری  $I = h/D$ ، زاویه شفت ( $\gamma$ ) و سرعت دورانی

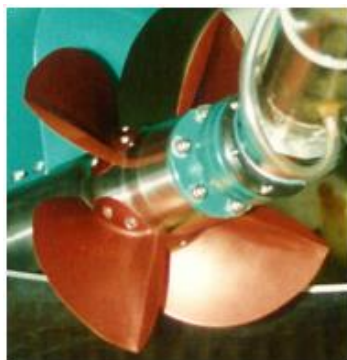
در روش المان مرزی لازم است فقط سطح جسم گسسته‌سازی شود. لذا سطح پره‌ها، هاب و دنباله دنباله‌ای توسط المان‌های چهارضلعی مسطح<sup>۳۳</sup> تقریب زده می‌شود. در شکل ... المان‌های سطحی محاسباتی بر روی سطح پروانه نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌گردد تراکم المان‌ها در مرزهای پره و نزدیک فنجانگی انتهایی بیشتر شده است.



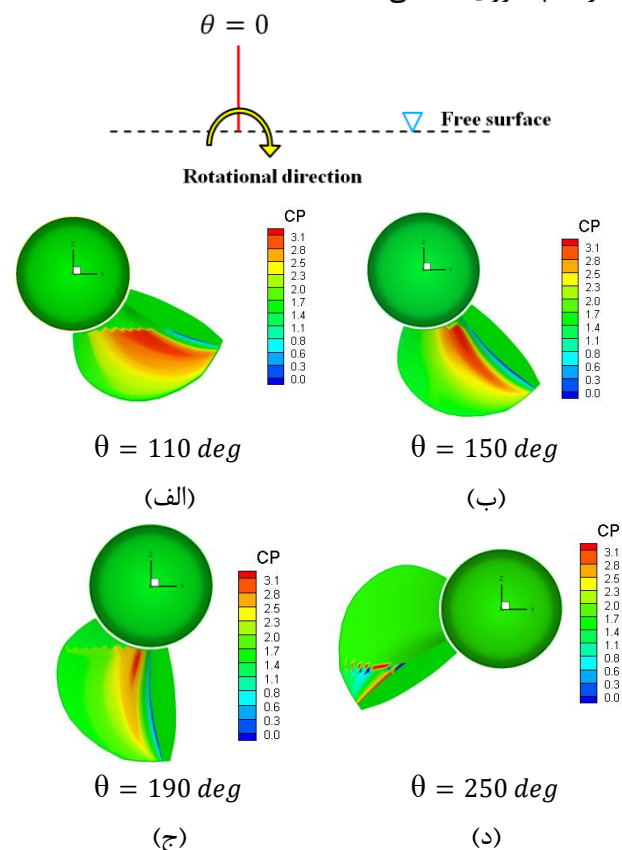
شکل ۱۰- شبکه تولید شده روی سطح پروانه نیمه‌مغروق و دنباله

### ۳-۲ بررسی شرط استقلال شبکه

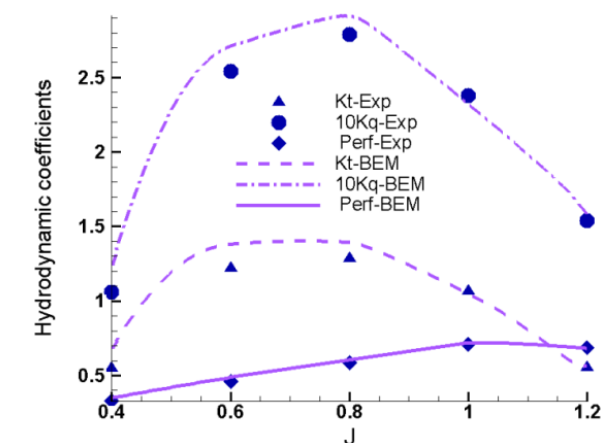
برای تحلیل جریان حول پروانه ابتدا نیاز به تولید شبکه مناسب است؛ زیرا نوع شبکه به کار برده شده، نوع المان‌ها و تعداد المان‌ها تاثیر به‌سزایی در درستی پاسخ‌ها دارند. پس از تولید هندسه یکی از مهم‌ترین موارد، بررسی شرط استقلال شبکه می‌باشد. با توجه



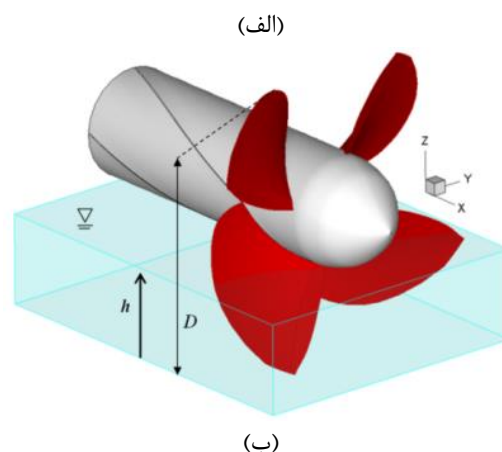
راستای طول کورد هر مقطع است) هم‌راستا با جهت کورد مقطع پره خارج نشده و با زاویه از سطح پره پرتاب می‌شود. در شکل ۱۴ نمودار عملکردی پروانه در ضرایب پیشروی مختلف در مقایسه با داده‌های تجربی و در شکل ۱۵ نیز مقایسه درصد خطای داده‌های تجربی با نتایج تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد بیش‌ترین میزان خطا مربوط به ضریب پیشروی ۰/۴ می‌باشد.



شکل ۱۳- توزیع ضریب فشار بر روی سطح پره اصلی پروانه نیمه‌مغروق 841-B در یک دور چرخش از ورود به آب تا خروج از آب (از الف تا د) در ضریب پیشروی  $J=1.3$ .



شکل ۱۴- ضرایب تراست (KT)، گشتاور (KQ) و بازده محاسبه شده در مقایسه با داده‌های تجربی



شکل ۱۲- هندسه پروانه، الف) اولفسون [۱۰] و ب) نمونه تولید شده در کد المان مرزی

### ۳-۴ اعتبارسنجی نتایج عددی نیرو- ممان با داده‌های اندازه‌گیری شده با در نظر گرفتن تاثیر جریان عرضی

برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از تحلیل عددی، ضرایب تراست و گشتاور و بازده پروانه نیمه‌مغروق در ضرایب پیشروی مختلف با استفاده از روش المان مرزی استخراج شده و با نتایج تجربی مربوطه مقایسه شده است. برای بررسی رفتار پارامترهای محلی و نتایج انتگرالی محدوده ضرایب پیشروی ۰/۴ الی ۱/۲ انتخاب شده است؛ زیرا رفتار ضرایب عملکردی پروانه نیمه‌مغروق در نواحی مختلف ضریب پیشروی (ضرایب پیشروی زیاد، متوسط و کم) متفاوت است.

در شکل ۱۳ توزیع فشار روی سطح جلویی پروانه نیمه‌مغروق در ضریب پیشروی  $J=1/3$  نشان داده شده است. مطابق شکل در لحظه برخورد پره با سطح آب هنگامی که لبه انتهایی پره وارد آب می‌شود، جهش فشاری در ناحیه وسیعی نزدیک به فنجان روی سطح پره به‌وجود می‌آید که در مقایسه با اندازه ضریب فشار لبه ابتدایی پره (ناحیه نقاط سکون) به مراتب بزرگ‌تر است. در واقع در این حالت پره پروانه در ناحیه گذرا در طی یک دور چرخش است و حضور در ناحیه گذرا سبب بزرگی مقادیر ضریب فشار می‌شود.

فنجان انتهایی پره مانع حرکت جریان سیال آب در راستای طول کورد و رسیدن به لبه انتهایی پره و ناحیه پشت پره است. لذا همین عامل سبب افزایش فشار روی سطح جلویی پره و توسعه ناحیه هوادهی روی سطح پشتی پره می‌باشد. با چرخش پره در ناحیه مغروق شاهد توزیع فشار تقریباً مشابه در موقعیت‌های مختلف می‌باشیم. در ناحیه خروج پره از آب کاهش میزان فشار روی سطح جلویی پره مشاهده می‌گردد.

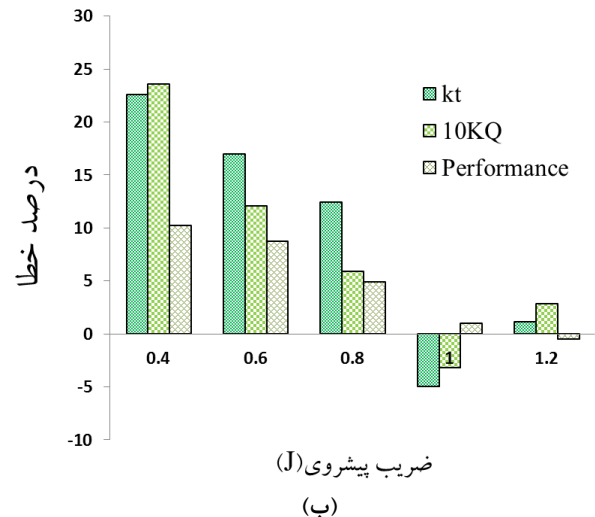
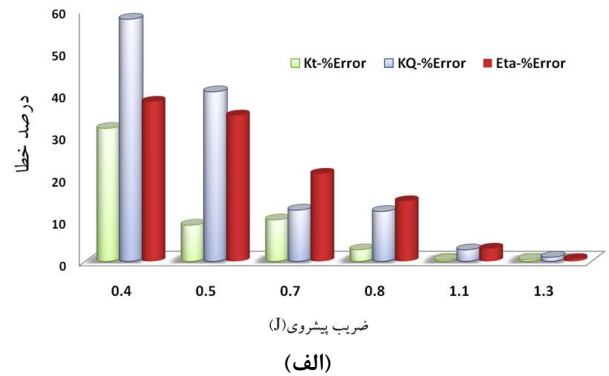
شایان ذکر است که در صورت عملکرد مناسب فنجان لبه انتهایی پره، جریان سیال ورودی به سطح جلویی پره (ورود سیال آب در

سطح آزاد، تشکیل دنباله گردابه های جاری از لبه انتهایی پره به صورت ناپایا و اعمال اثر هوادهی و یا کاویتاسیون با در نظر گرفتن اثر جریان عرضی.

- با بررسی روند نمودار عملکردی پروانه (ضریب تراست، ضریب گشتاور و بازده هیدرودینامیکی) نیمه مغروق به دست آمده با استفاده از روش عددی المان مرزی هر سه ناحیه هوادهی جزئی، ناحیه گذرا و ناحیه کاملاً هوادهی شده در محدوده دقت مناسبی قابلیت تفکیک می باشد. به عبارت دیگر روش المان مرزی قابلیت تحلیل پروانه نیمه مغروق را داراست.
- در اعداد فرود بالا اثر نیروهای گرانشی کاهش یافته و انطباق بهتری بین نتایج عددی در مقایسه با داده های تجربی مشاهده می گردد.
- محدوده ناحیه هوادهی تخمینی با استفاده از روش عددی المان مرزی با در نظر گرفتن تاثیر جریان عرضی در مقایسه با داده های تجربی دارای انطباقی بهتر و خطاهای کمتری می باشد.

### کلید واژگان

- 1 Conventional propellers
- 2 Fully wetted
- 3 Arneson Industries LLC
- 4 Leading Edge
- 5 Trailing Edge
- 6 Stepped
- 7 Reynolds
- 8 Shiba
- 9 Hadler & Hecker
- 10 Rains
- 11 Rose & Kruppa
- 12 Wang
- 13 Olofsson
- 14 Miller و Szantyr
- 15 Dyson
- 16 Oberembt
- 17 Savineau
- 18 Young
- 19 Savander
- 20 Brizzolara
- 21 Chordwise direction
- 22 Generator Line
- 23 Downstream
- 24 Lifting surface
- 25 Struts
- 26 Global coordinate
- 27 Local coordinate
- 28 Port side
- 29 Upstream of propeller
- 30 Numan Condition
- 31 Kinematic Boundary Condition
- 32 Dynamic Boundary Condition



شکل ۱۵- مقایسه درصد خطای نتایج عددی در مقایسه با داده های تجربی در ضرایب پیشروی مختلف، (الف) بدون تاثیر جریان عرضی [۲۰] (ب) با تاثیر جریان عرضی

### ۴- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله هدف توسعه روش المان مرزی سه بعدی بر پایه پتانسیل جهت مدل سازی جریان سیال حول پروانه نیمه مغروق می باشد. برنامه المان مرزی توسعه یافته قابلیت تولید هندسه و تحلیل پروانه نیمه مغروق تحت میدان جریان ورودی یکنواخت و یا غیریکنواخت در حالت پایا و ناپایا را دارد. اساس الگوریتم حل بر تحلیل پروانه نیمه مغروق به صورت ناپایا با در نظر گرفتن اثر سطح آزاد و سپس استخراج ناحیه هوادهی و یا کاویتاسیونی و تحلیل پروانه تا دستیابی به همگرایی هر گام زمانی استوار می باشد. جهت اعتبارسنجی نتایج عددی، پروانه نیمه مغروق مدل 841-B اولفسون [۱۰] انتخاب شده است. مهم ترین فعالیت های انجام گرفته و نتایج به دست آمده زیر می باشند:

- ایجاد برنامه تولید هندسه پروانه نیمه مغروق با قابلیت تولید شبکه مناسب روی سطح پره جهت تحلیل با استفاده از روش عددی المان مرزی
- توسعه الگوریتم تحلیل پروانه نیمه مغروق با استفاده از روش المان مرزی بر پایه پتانسیل با در نظر گرفتن اثر

33 Bi-linear quadrilateral panel

$\Omega$	دامنه حل برای میدان جریان خارجی حول جسم
$\sigma$	عدد کاویتاسیون
$\theta$	بعد سوم در دستگاه مختصات استوانه ای
$\omega$	اندازه سرعت دورانی
$\eta_v$	ضخامت هوادهی
$\phi$	پتانسیل اغتشاشی
$\partial\Omega$	مرز جسم
$\frac{\partial\phi}{\partial n}$	تغییرات پتانسیل نسبت به بردار نرمال

فهرست علائم

$C_p$	ضریب فشار
$D$	قطر پروانه
$D_{nij}$	ماتریس ضرایب تاثیر دو قطبی
$D'_{nij}$	ماتریس دو قطبی تصویر
$J = \frac{V_A}{nD}$	ضریب پیشروی
$K_Q$	ضریب گشتاور
$N_i = N + NC$	تعداد المانها در راستای طول کورد

۵- مراجع

- 1- Reynolds, O., (1874), *On the effect of immersion on screw propellers*, Transactions of Institute of Naval Architecture, Vol.2.
- 2- Shiba, H., (1953), *Air-drawing of marine propellers*, Technical Report 9, Transportation Technical Research Institute.
- 3- Hadler, J. and Hecker, R., (1968), *Performance of partially submerged propellers*, In the 7th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.
- 4- Hecker, R., (1973), *Experimental performance of a partially submerged propeller in inclined flow*, Lake Buena Vista, FL. SNAME Spring Meeting.
- 5- Rains, D. A., (1981), *Semi-submerged propellers for mono-hull displacement ships*, In Propeller '81 Symposium, pages pp. 15–40, VA. Society of Naval Architects and Marine Engineers, Virginia Beach.
- 6- Rose, J. C. and Kruppa, C. F. L., (1991), *Surface piercing propellers – methodical series model test results*, In FAST'91, Norway.
- 7- Kruppa, C. F. L., (1992), *Testing surface piercing propellers*. In Hydrodynamics: Computations, Model Tests, and Reality, pages pp. 107–113.
- 8- Rose, J. C., Kruppa, C. F. L., and Koushan, K., (1993), *Surface piercing propellers - propeller/hull interaction*, In FAST'93, pages pp. 867–881, Japan.
- 9- Wang, D., (1977), *Water entry and exit of a fully ventilated foil*, Journal of Ship Research, 21:pp. 44–68.
- 10- Olofsson, N., (1996), *Force and flow characteristics of a partially submerged propeller*, PhD thesis, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering,

$N_j = M$	تعداد المان ها در راستای طول اسپن یا شعاعی
$N_{Wi}$	تعداد تقسیمات در راستای محوری دنباله
$N_{Wj} = M$	تعداد تقسیمات در راتای عرضی ویک
$N_t$	تقسیمات چرخش پروانه بر حسب زاویه
$N_{Total}$	تعداد کل المان های روی سطح پره ها و هاب
$N_{cavJ}$	تعداد المان های تحت کاویتاسیون در هر طول کورد
$P_v$	فشار بخار
$P_{ref}$	فشار مرجع
$P_{min}$	فشار مینیمم
$P$	شمارنده المان چشمه
$Q$	گشتاور
$q$	شمارنده المان محاسباتی
$S_B$	سطح خیس جسم
$S_C$	سطح کاویتا
$S_V$	سطح هوادهی
$S_W$	سطح ویک
$S_\infty$	سطح در بینهایت
$S_1, S_2$	دستگاه مختصات منحنی شکل محلی
$S_{nij}$	ماتریس ضرایب تاثیر چشمه
$V$	سرعت اغتشاشی
$V_0$	سرعت جریان ورودی
$V_{ref}$	سرعت مرجع
$V_n$	سرعت سطح دنباله در جهت عمود
$V(V_x, V_y, V_z)$	بردار سرعت در دستگاه مختصات مرجع
$V(V_{s1}, V_{s2}, V_{s3})$	بردار سرعت در دستگاه مختصات منحنی شکل
$Z$	تعداد پره ها
$g$	شتاب گرانش زمین
$i_d$	اندیس المان شروع کاویتاسیون
$i_r$	اندیس المان بسته شدن سطح کاویتا
$i_v$	اندیس المان شروع هوادهی
$n$	اندازه دور پروانه
$p_{ref}$	فشار مرجع سیال
$p$	فشار در هر نقطه روی جسم و میدان حل
$p_{atm}$	فشار اتمسفر
$r(x, \tilde{x})$	فاصله بین المان چشمه و المان محاسباتی
$\hat{r}(x, \tilde{x})$	فاصله بین المان چشمه و تصویر المان محاسباتی

- 21- E. Yari, H. Ghassemi, (2016), *Numerical study of surface tension effect on the hydrodynamic modeling of the partially submerged propeller's blade section*, *J. Mech.* 32: 653-664.
- 22- E. Yari, H. Ghassemi, (2016), *Numerical analysis of surface piercing propeller in unsteady conditions and cupped effect on ventilation pattern of blade cross-section*, *J. Mar. Sci. Technol.* 21: 501-516.
- 23- E. Yari, H. Ghassemi, (2016), *The unsteady hydrodynamic characteristics of a partial submerged propeller via a RANS solver*, *J.Mar. Eng. Technol.*14: 111-123.
- 24- E. Yari, (2017), *Time Domain Analysis of the Ventilation around the Partial Immersed Propeller Using Sliding Mesh Method*, *Int. J.Mari. Technol.* 7: 19-27.
- Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- 11- Miller, W. and Szantyr, J., (1998), *Model experiments with surface piercing propellers*, *Ship Technology Research*, 45:pp. 14–21.
- 12- Dyson, P. K., (2000), *The modeling, testing and design, of a surface piercing propeller drive*, PhD thesis, Department of Mechanical and Marine Engineering, Plymouth University.
- 13- Dyson, P. K., Chudley, J., and Grieve, D., (2000), *An experimental program to determine the mean and time varying loads imposed by surface piercing propellers*, Sydney. Sea Australia.
- 14- Oberembt, H., (1968), *Zur bestimmung der instationären flügelkräfte bei einem propeller mit aus dem wasser herausschlagenden flügeln*, Technical report, Inst.für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr. 247.
- 15- Wang, G., Jia, D., and Sheng, Z., (1990), *Hydrodynamic performance of partially submerged ventilated propeller*, Shipbuilding of China, (2).
- 16- Savineau, C. and Kinnas, S., (1995), *A numerical formulation applicable to surface piercing hydrofoils and propellers*, In 24th American Towing Tank Conference, Texas A&M University, College Station, TX.
- 17- Young, Y.L., and Kinnas, S., (2002), *Numerical modeling of supercavitating and surface-piercing propellers*, PhD Thesis. The University of Texas at Austin, Department of civil engineering.
- 18- Young, Y.L., and Savander, B.R., (2011), *Numerical analysis of large-scale surface-piercing propellers*, *Ocean engineering* volume 38, Issue 13, 1368-1381.
- 19- Young, Y.L, and Brizzolara, S., (2013), *Numerical and physical investigation of a surface-piercing hydrofoil*, Third International Symposium on Marine Propulsors smp'13, Launceston, Tasmania, Australia, 1-8.
- 20- Yari, E., and Ghassemi., H., (2016), *Hydrodynamic analysis of the surface-piercing propeller in unsteady open water condition using boundary element method*, *International journal of naval architecture and ocean engineering*, Volume 8, pp:22-37.