

مدل سازی عددی برخورد سیال لزج با صفحه الاستیک شناور در یک حوضچه محدود

محمدرضا عساری^۱، حسن بصیرت تبریزی^۲، محسن حسنقلی زاده^{۳*}

۱- استادیار، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

۲- استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- مربی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول

چکیده

محاسبه تاثیر موج بر روی سازه عظیم شناور معمولاً بصورت تجربی یا عددی بدست می آید. محاسبه عددی معمولاً به دو صورت انجام می پذیرد. برخی با استفاده از معادله لاپلاس، سیال پتانسیل را حل می کنند و برخی دیگر از معادله ناویراستوکس استفاده کرده و سیال لزج را تحلیل می کنند. در این مقاله، برخورد سیال لزج با صفحه الاستیک شناور مورد بررسی قرار گرفته است که معادلات ناویراستوکس بصورت کوپله و همزمان با معادلات ورق الاستیک شناور حل می شوند. در مدل سازی عددی تغییرات عمودی ورق الاستیک شناور از مدل تفاضل محدود و روش آپویند استفاده شده است. نتایج عددی بدست آمده با نتایج عددی بصیرت تبریزی و کوچکی مطلق برای جریان پتانسیل و با نتایج عددی اوکوسو و نامبا و نتایج تجربی کاشیواگی برای جریان لزج، مقایسه شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهند که لزجت باعث افزایش شدید میرا شدن نوسانات عمودی ورق الاستیک نسبت به جریان غیر لزج می باشد.

کلمات کلیدی: برخورد سیال با جسم جامد، صفحه الاستیک، مدل سازی عددی، سیال لزج، موج خطی

NUMERICAL MODELING OF VISCOUS FLUID INTERACTION WITH FLOATING ELASTIC PLATE

M.R. Assari¹, H. Basirat Tabrizi², M. Hassangholi Zadeh³

1- Assistant professor, Joni Shapor University

2- Professor, Amirkabir University of Technology

3- Instructor, Islamic Azad University

Abstract

The estimation of wave loads on very large floating structure is usually done by an empirical or a computational approach. The computational approach usually assumes two types. Some use the Laplace equation or potential flow and some take the Navier-Stokes equation or viscous flow analysis. In this study, the interaction between wave and elastic plate is investigated by using viscous flow assumption. It is coupled with the elastic plate equation. Numerical solution is carried out with finite difference method in form of upwind scheme. The displacement of elastic plate is simulated numerically. Numerical results are compared with the numerical results of Basirat Tabrizi and Kouchaki Motlaq for potential flow and with the numerical results of Ohkusu and Namba and experimental results of Kashiwagi for viscous flow. The results show that viscous flows have more damping effect on displacement of elastic plate than non-viscous flows.

Keywords: fluid-rigid body interaction, elastic plate, numerical modeling, viscous fluid, linear wave

* نویسنده مسوول مقاله mohsen_hz7@yahoo.com

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر مطالعات زیادی پیرامون هیدروالاستیک سازه‌های دریایی انجام شده است. از مهمترین دستاوردها در این عرصه بر اساس تقدم زمانی برای محاسبه تغییر مکان ورق الاستیک می‌توان به تئوری خطی دو بعدی توسط Bishop and price، تئوری خطی سه بعدی توسط Wu and price اشاره کرد [۱، ۲]. پس از آنها Xia et al. تئوری غیر خطی دو بعدی و Chen، تئوری غیر خطی سه بعدی را ارائه کردند [۳، ۴].

تحقیقات و طراحی‌های زیادی روی سازه‌های شناور خیلی بزرگ بر اساس هیدروالاستیسیته پیوندی انجام شده است. در این رابطه می‌توان به Takuji، Kashiwagi و Hamamoto و Hermans اشاره کرد [۵، ۶، ۷ و ۸].

معمولاً برای بررسی سازه‌های عظیم شناور از مدل حصیری^۱ آنها را بصورت یک ورق نازک در نظر می‌گیرند. Ohkusu & Namba و همچنین Ertakin & Kim از این روش استفاده کرده‌اند [۹، ۱۰]. برای سازه عظیم شناور مگا - فلوت^۲ در ژاپن، Seto & Ochi نیز چنین کاری را انجام داده‌اند [۱۱]. در راستای بهبود پیش بینی رفتار سازه‌های عظیم شناور، تحقیقات و مطالعات Takagi & Takagi & Kohara و Nagayasu و Takagi باعث ارتقاء روش ری^۳ در رسیدن به جواب شده است [۱۲، ۱۳، ۱۴].

در بررسی مسائل هیدروالاستیک روشهایی چون روش B-spiline Galerkin، روش المان مرزی، تکنیک بسط مقادیر ویژه، تکنیک Wiener-Hopf، معادلات دیفرانسیلی - انتگرالی، روش Green-Naghdi و روشهای مختلف دیگری با فرض شیب کم سطح آزاد سیال و همچنین سطح صفحه الاستیک، جریان را خطی در نظر گرفته و سازه عظیم شناور را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸]. در برخورد موجهای با فرکانس بالا با ورق الاستیک شناور، روشهای دیگری برای بررسی تغییرات دینامیکی سازه‌های عظیم شناور همچون روشهای Hermans و Ohkusu & Numba وجود دارد [۱۹، ۲۰].

در تحقیقات اخیر بدست آمده، Belibassakis & Athanassoulis توانستند معادلات برخورد غیرخطی موج با سازه عظیم شناور را بر اساس تغییرات عمق آب و بصورت کوپله حل نمایند [۲۱]. همچنین با استفاده از روش B-spiline Galerkin، Kashiwagi and Ohkusu توانستند رفتار هیدرواستاتیکی سازه عظیم شناور را بدست آورند [۲۲]. and Dyachenko و Zakharov توانستند بر اساس تئوری ضعیف میرا کننده جریان، جریان پتانسیل را حل نمایند [۲۳]. Meylan & Sturova نیز با استفاده از دو روش مقادیر ویژه و تبدیل فوریه برخورد سیال با صفحه الاستیک شناور را در دو بعد مدل‌سازی کردند [۲۴]. در این تحقیق با توجه به اینکه در مورد اثر ویسکوزیته در برخورد با صفحه الاستیک شناور کمتر مورد توجه محققین بوده، این پارامتر مد نظر می‌باشد.

۲- معادلات اساسی حاکم

با توجه به اینکه مدل‌سازی انجام شده برای سیال تراکم ناپذیر است لذا چگالی با زمان تغییر نکرده و معادله پیوستگی به شکل زیر می‌باشد:

$$\operatorname{div} V = 0 \quad (۱)$$

معادله ناویراستوکس برای سیال تراکم ناپذیر بصورت زیر خواهد بود.

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla P + \mu \nabla^2 V \quad (۲)$$

برای محاسبه فشار درون سیال از معادله پواسون^۴، که با دایورژانس^۵ از معادله ممنتوم بدست می‌آید، استفاده شد.

$$\nabla^2 P = -2\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (۳)$$

معادله حاکم بر سطح آزاد، رابطه بین سرعت و تغییر مکان عمودی موج سیال را مشخص کرده و به فرم زیر می‌باشد:

$$\frac{u_{i,j}^{T+1} - u_{i,j}^T}{\Delta t} + \text{convection} \approx \text{source}$$

$$+ (1-f)g \left(\frac{u_{i+1,j}^{T+1} - 2u_{i,j}^{T+1} + u_{i-1,j}^{T+1}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1}^{T+1} - 2u_{i,j}^{T+1} + u_{i,j-1}^{T+1}}{\Delta y^2} \right) \quad (8)$$

$$+ fg \left(\frac{u_{i+1,j}^T - 2u_{i,j}^T + u_{i-1,j}^T}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1}^T - 2u_{i,j}^T + u_{i,j-1}^T}{\Delta y^2} \right)$$

f در رابطه بالا عاملی برای کنترل حل زمانی معادله می باشد. برای محاسبه دو ترم جابجایی و چشمه از روابط زیر استفاده می شود:

برای محاسبه ترم جابجایی دو حالت وجود دارد. اگر مولفه سرعت جریان در راستای x ، مثبت باشد آنگاه:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f \frac{u_{i,j}^T (u_{i+1,j}^T + u_{i,j}^T) - u_{i-1,j}^T (u_{i,j}^T + u_{i-1,j}^T)}{4\Delta x} +$$

$$(1-f) \frac{u_{i,j}^{T+1} (u_{i+1,j}^{T+1} + u_{i,j}^{T+1}) - u_{i-1,j}^{T+1} (u_{i,j}^{T+1} + u_{i-1,j}^{T+1})}{4\Delta x}$$

if $u_{i,j}^T > 0$

اگر مولفه سرعت جریان در راستای x ، منفی باشد آنگاه:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f \frac{u_{i+1,j}^T (u_{i+1,j}^T + u_{i,j}^T) - u_{i,j}^T (u_{i,j}^T + u_{i-1,j}^T)}{4\Delta x} +$$

$$(1-f) \frac{u_{i+1,j}^{T+1} (u_{i+1,j}^{T+1} + u_{i,j}^{T+1}) - u_{i,j}^{T+1} (u_{i,j}^{T+1} + u_{i-1,j}^{T+1})}{4\Delta x}$$

if $u_{i,j}^T < 0$

برای محاسبه ترم چشمه که مربوط به فشار است از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$v = -\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4)$$

رابطه بالا یک معادله غیر خطی است. به منظور ساده سازی و خطی کردن معادله بالا از تاثیرات ناچیز ترم $u \frac{\partial \eta}{\partial x}$ صرفه نظر کرده و معادله سطح آزاد به این فرم در می آید.

$$v = -\frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (5)$$

پس از بررسی معادلات حاکم بر سیال به بررسی معادلات حاکم بر صفحه الاستیک شناور پرداخته شده است. با توجه به اینکه E ، مدول الاستیسیته ورق الاستیک، h ، ضخامت ورق و g ، ضریب پواسون می باشند، D ، ضریب سختی ورق به صورت زیر تعریف می شود:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-g^2)} \quad (6)$$

و با در نظر گرفتن $m_s = \rho h$ بعنوان جرم واحد سطح، معادله دیفرانسیلی خیز ورق در حالت دینامیکی به شکل زیر در می آید:

$$D \nabla^4 W + m_s \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = P(x, y, t) \quad (7)$$

۳- مدل سازی عددی

ابتدا به مدل سازی عددی معادلات حاکم بر جریان سیال می پردازیم. برای این کار از مدل بکار رفته توسط وایت^۶ که بر اساس روش تفاضل محدود می باشد استفاده گردید [۲۵].

جریان مورد نظر لایه ای در نظر گرفته شده است لذا برای مدل سازی عددی سرعت در راستای x با استفاده از رابطه (۲)، رابطه زیر بدست می آید:

(۱۱)

پس از مدل سازی عددی معادلات حاکم بر سیال به بررسی ورق الاستیک شناور پرداخته شده است. مدل سازی عددی معادله دینامیکی خیز ورق با استفاده از روش تفاضل محدود به صورت زیر انجام گردید.

(۱۴)

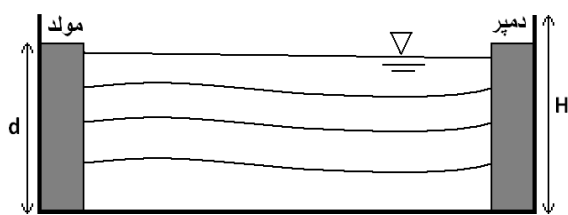
$$\frac{D}{h^4} \left[(1-f) [6W_i - 4W_{i-1} - 4W_{i+1} + W_{i-2} + W_{i+2}]^{T+1} + f [6W_i - 4W_{i-1} - 4W_{i+1} + W_{i-2} + W_{i+2}]^T \right] + \frac{m_s}{\Delta t^2} (W_i^{T+1} - 2W_i^T + W_i^{T-1}) = p_{i,N}^T$$

در رابطه (۱۴)، W ، نمایانگر جابجایی عمودی ورق الاستیک می باشد و اندیس N ، موقعیت نقاط ورق الاستیک را نسبت به کف حوضچه مشخص می کند. حال شرایط مرزی در دو سوی ورق الاستیک، که هر دو لبه آزاد در نظر گرفته شده اند، مورد بررسی قرار می گیرد. برای لبه آزاد ورق، معادلات زیر حاکم می باشند.

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + g \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \bigg|_{x=a} = 0 \quad (۱۵)$$

(۱۶)

$$\frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + (2-g) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \bigg|_{x=a} = 0$$



شکل ۱- نمای حوضچه ای که صفحه الاستیک شناور روی آن قرار می گیرد

برای حل معادله خیز ورق در شرایط دینامیکی بغیر از شرایط مرزی ذکر شده نیاز به دو شرط اولیه نیز می باشد. که این دو شرط در حل چنین ارضاء شده اند. الف) فرض شده در لحظه صفر همه چیز آرام بوده و هیچ موجی وجود ندارد و سرعت جریان برابر صفر است. ب) برای مرحله زمانی بعد که $T=1$ است،

$$\frac{\partial p}{\partial x} = (1-f) \frac{p_{i+1,j}^{T+1} - p_{i-1,j}^{T+1}}{2\Delta x} + f \frac{p_{i+1,j}^T - p_{i-1,j}^T}{2\Delta x}$$

مدل سازی عددی سرعت در راستای y همانند مدل سازی عددی سرعت در راستای x است. تنها تفاوت آن در این است که در ترم چشمه یک جزء $(-g)$ اضافه می گردد که بخاطر نیروی جاذبه است. برای محاسبه فشار با استفاده از معادله پواسون^۴، مدل سازی عددی آن به شکل زیر است که:

(۱۲)

$$\frac{p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{\Delta y^2} = -2\rho \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)$$

فرض بر آن است که ورق الاستیک شناور در یک حوضچه محدود مورد بررسی قرار می گیرد. لذا سرعت در کف و انتهای حوضچه برابر صفر می باشد. از آنجا که موج ورودی به حوضچه را در حالت آزمایشگاهی، یک مولد موج تولید می کند، اندازه سرعت ورودی سیال به درون حوضچه در هر لحظه از زمان و در هر موقعیتی از مکان، مشخص خواهد بود. در شکل ۱، نمای حوضچه نشان داده شده است.

با توجه به اینکه سرعت سیال در زیر ورق برابر صفر می باشد و در طول روند حل، ورق و سیال به هم متصل می باشند. لذا برای مدل سازی عددی معادله سطح آزاد سیال، از تغییرات سرعت در نقاط زیر محل تماس سیال با ورق الاستیک استفاده شده است. از این رو معادله (۵) به شکل زیر در می آید:

$$\eta_i^{T+1} = \eta_i^T + v_{i,j-1}^{T+1} \Delta t \quad (۱۳)$$

فرض شده که در معادلات مقدار هر خاصیت برای زمان T و $T+1$ با هم برابر $v^{T+1} = v^T$ خواهند بود.

از آنجایی که ورق و سیال از هم جدا نمی شوند پس

$$\eta = W \quad (17)$$

برای حل معادله (۱۴) و رسیدن به جواب، شرط پایداری را که در زیر آمده است، برای تمام نقاط مورد بررسی قرار گرفته است.

$$r = \frac{D\Delta t^2}{m_s \Delta x^4} \leq \frac{1}{2} \quad (18)$$

در روش تفاضل محدود، فاصله بین نقاط از اهمیت زیادی برخوردار است. به همین جهت باید از شرط زیر پیروی کند.

$$\frac{\Delta x}{\lambda} \leq \frac{1}{50} \quad (19)$$

که در این رابطه λ عددی بین صفر تا یک می تواند باشد.

فرآیند رسیدن به جواب بدین صورت است که ابتدا معادلات سرعت بدست آمده از روابط ناویر استوکس حل گردیده و مولفه های سرعت بدست می آیند. از آنجا که تغییر عمودی ورق را می توان بوسیله مولفه سرعت عمودی بدست آورد، با توجه به مولفه سرعت عمودی بدست آمده، از رابطه (۱۳) تغییر مکان صفحه محاسبه شده و با قرار دادن این جوابها در معادله (۱۴) فشار بر روی ورق بدست می آید. با استفاده از معادله پواسون، معادله فشار حل گردیده و فشار نقاط درون سیال تصحیح می شود و با تصحیح فشار، دوباره معادلات ناویر استوکس را حل کرده و سرعت نیز دوباره تصحیح می گردد. این روند آنقدر تکرار می شود تا تغییرات مولفه های سرعت و فشار کوچک شده و حل مسئله همگرا گردد.

۴- نتایج عددی

برای شبیه سازی، یک حوضچه با طول ۷ متر و عمق ۱ متر در نظر گرفته شده است. سیال درون

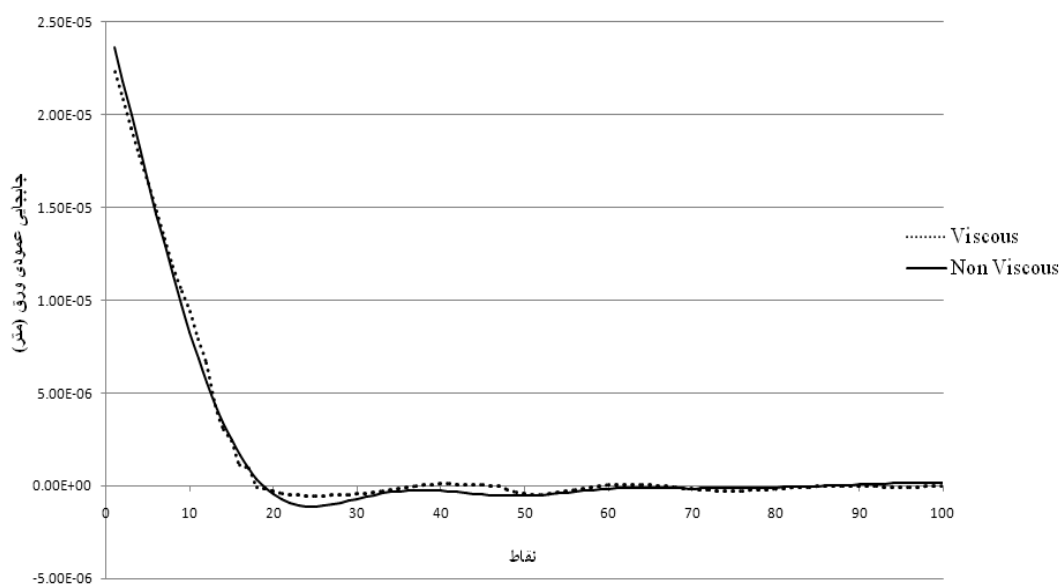
حوضچه، آب با چگالی $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ و لزجت $\mathcal{Q} = 0.01005 \text{ N.s/m}^2$ است. عمق آب برابر $d = 70 \text{ cm}$ می باشد. موج بوجود آمده در ورودی حوضچه ناپایدار بوده و دارای خواص موج با عمق متوسط می باشد. دامنه اولیه موج 3 cm و طول موج 2.8 m در نظر گرفته شده است. جنس ورق الاستیک شناور، پلی اتیلن بوده و دارای ابعادی به طول ۷ متر و عرض واحد می باشد. چگالی آن kg/m^3 914 ، ضریب پواسون 0.3 و مدول الاستیسیته پلی اتیلن، 550 MPa در نظر گرفته شده است.

حل برای شرایط مختلف مکانی و زمانی مورد محاسبه و در همه موارد شرط پایداری مورد نظر قرار گرفته است. نتایج بدست آمده بر اساس برنامه نوشته شده به زبان برنامه نویسی فرترن^۷ می باشد و برای حل تقسیمات زمانی بصورت $\Delta t = 0.0001 \text{ sec}$ و تقسیمات مکانی بصورت $\Delta x = 0.001 \text{ m}$ در نظر گرفته شده است. تعداد تکرارها در هر مرحله حل، بیش از ۲۰۰ هزار تکرار بوده است. بر این اساس r برابر 0.5 و λ برابر 0.5 می گردند که شرایط پایداری را ارضا می کنند.

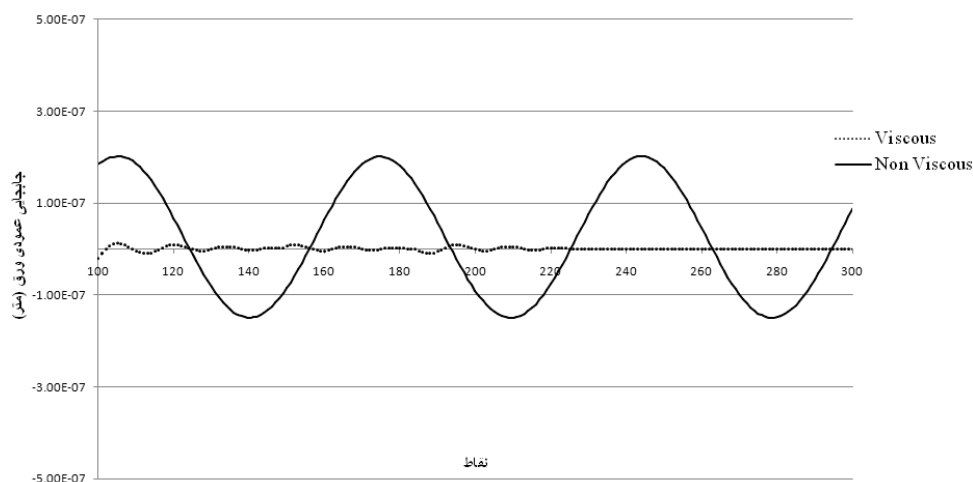
با توجه به نتایج عددی که در شکلهای ۲ تا ۴ نشان داده شده است جریان لزج حالت تناوبی به خود گرفته است. البته با توجه به اینکه در ورودی یک مولد موج است و همچنین در انتهای حوضچه که مسدود شده است تغییرات صفحه الاستیک شناور اندکی متفاوت شده است که بر درستی حل دلالت دارد. در انتها به علت بسته بودن حوضچه جریان میرا می گردد و در ورودی به علت برخورد موج با صفحه ابتدای آن اندکی بالاتر می رود. در جریان لزج تغییرات صفحه الاستیک خیلی سریع شروع به میرا شدن می گذارد ولی در جریان غیر لزج تغییرات صفحه الاستیک ابتدا بصورت تناوبی بوده و در انتها به آرامی شروع به میرا شدن می گذارد که در مقایسه با تغییرات جریان لزج قابل مشاهده می باشد. شکل ۲ نشان می دهد که تغییرات در ابتدای ورق در هر دو حالت چندان زیاد نمی باشد و ماکزیمم و مینیمم جابجایی عمودی در رابطه با سیال غیر لزج اتفاق می افتد. شکل ۳ به وضوح تفاوت لزجت را در ادامه ورق الاستیک شناور نشان می دهد. جابجایی

این نمودار نتایج را بصورت بی بعد نشان می دهد که محور افقی آن نشان دهنده طول ورق بوده و بر اساس نصف طول ورق بی بعد شده است. محور عمودی این نمودار نیز تغییرات عمودی ورق الاستیک را نشان می دهد که بر اساس بزرگترین تغییر که همان تغییر نقطه ابتدایی می باشد، بی بعد شده است. نمودار Ohkusu & Namba بر اساس داده های تجربی که بدست آوردند، رسم شده است در حالیکه نمودار رسم شده توسط Kashiwagi از حل عددی بدست آمده است. نکته قابل توجه این است که نتایج Ohkusu & Namba و Kashiwagi بر اساس حوضچه با انتهای باز بدست آمده است یعنی انتهای ورق دارای فاصله بینهایت با انتهای حوضچه می باشد. لذا تغییرات بدست آمده توسط Kashiwagi که عددی می باشد در انتهای ورق بسیار با نتایج تجربی Ohkusu & Namba متفاوت گردیده است. با این حال نتایج عددی بدست آمده توسط مدل سازی حاضر بسیار شبیه نتایج تجربی Ohkusu & Namba می باشد که خود گویای درستی نتایج عددی بدست آمده می باشد.

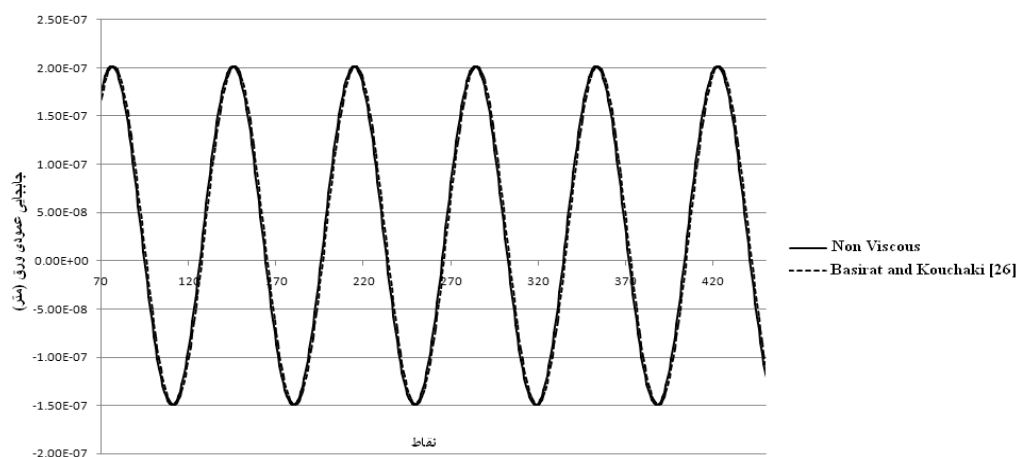
ناشی از نوسانات جریان غیر لزج، بزرگتر از جابجایی ناشی از جریان لزج می باشد که خود گویای مقاومت جریان لزج در طول حرکت سیال به سمت انتهایی آن است. از نتایج بدست آمده چنین بر می آید که حل بدست آمده از حل معادلات ناویراستوکس همان روندی را دنبال می کند که حل بدست آمده برای جریان پتانسیل به آن رسیده است چرا که در شکل ۴، نتایج بدست آمده از بصیرت تبریزی و کوچکی مطلق که برای جریان پتانسیل بدست آمده با نتایج جریان غیر لزج بدست آمده مورد مقایسه قرار گرفته است. نزدیکی این دو نمودار نشان دهنده درستی روند حل می باشد [۲۶]. لازم به ذکر است که نتایج بصیرت تبریزی و کوچکی مطلق برای جریان پایدار بدست آمده در حالیکه نتایج حاضر برای جریان ناپایدار بدست آمده است که نتایج آمده در شکل ۴، یکی از بازه های زمانی را نشان می دهد. شکل ۵، نتایج بدست آمده این مدل سازی را با نتایج بدست آمده توسط Ohkusu & Namba و Kashiwagi مورد مقایسه قرار گرفته است که بسیار شبیه به این نمودارها می باشد [۶، ۲۷].



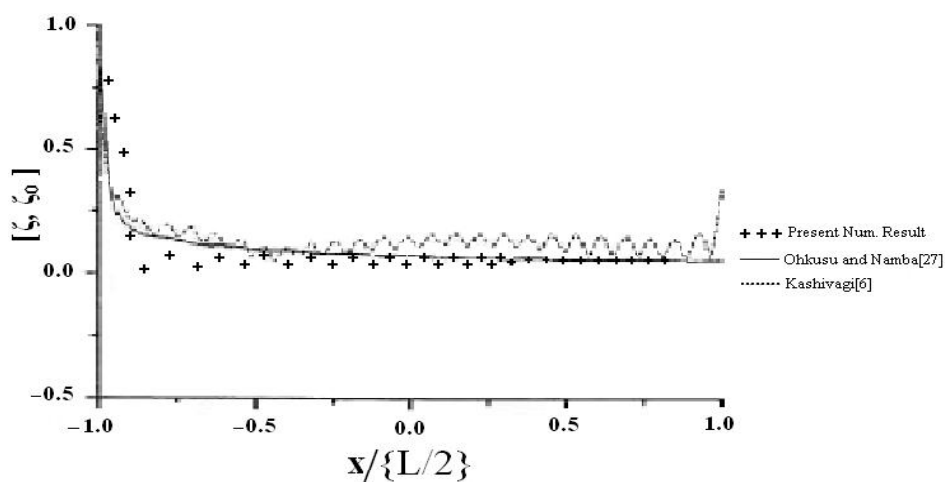
شکل ۲- تغییر مکانهای نقاط ورودی در مقایسه جریان لزج و غیر لزج



شکل ۳- تغییر مکانهای نقاط میانی در مقایسه جریان لزج و غیر لزج



شکل ۴- نمودار تغییر مکان ورق در جریان پتانسیل



شکل ۵- تغییرات ورق در اثر موج در ورودی

۵- نتیجه گیری

لزجت بطور چشم گیری بر روی نتایج و همچنین حل معادلات، تاثیر به سزایی دارد. لزجت باعث کوچک شدن تغییرات ورق الاستیک در اثر برخورد موج شده و همچنین عامل میرا شدن تغییرات در ورق الاستیک می باشد.

بر اساس نمودارها و نتایج حاصله، حل بدست آمده که از کوپله کردن معادلات ناویر استوکس با معادلات ورق الاستیک شناور بدست آمده، برای پیش بینی تغییرات عمودی ورق الاستیک شناور قابل قبول می باشد.

کلید واژگان

5-Divergence
6-White
7-Fortran

1-Pontoon type
2-Mega-Float
3-Ray method
4-Poisson equation

فهرست علائم

E	مدول الاستیسیته، Pa	D	ضریب سختی ورق، N.m
f	ضریب زمانی	g	شتاب گرانش، m/s^2
h	ضخامت ورق، m	i	مولفه مکان x
j	مولفه مکان y	m_s	جرم واحد سطح، kg/m^2
P	فشار، Pa	t	زمان، sec
T	بازه زمانی، sec	u	مولفه سرعت در راستای x، m/s
V	بردار سرعت، m/s	v	مولفه سرعت در راستای y، m/s
W	جابجایی ورق، m	x	مولفه مکان در راستای افقی، m
y	مولفه مکان در راستای عمودی، m	η	جابجایی عمودی موج، m
μ	ضریب لزجت، $N.s/m^2$	ϑ	ضریب پواسون
ρ	چگالی، kg/m^3		

۸ - مراجع

structures using quadratic BEFE hybrid model, Hydroelasticity in Marine Technology, Japan, pp. 37–36.
6-Kashiwagi, M., (1998), A B-Spline Galerkin scheme for calculating the hydroelastic response of a very large floating structure in waves, Journal of Marine Science and Technology R (1), 37–49.
7-Hamamoto, T., Suzuki, A., Fujita, K., (1997), Hybrid dynamic analysis of large tension leg floating structures using plate elements, 7th ISOPE, Vol.1, pp. 285–292.
8-Hermans, A.J., (1998), A boundary element method to describe the excitation of waves in a very large floating flexible platform, 2nd Intl. Conf. Hydroelasticity in Marine Technology, p. 69–76.

1-Bishop, R.E.D., Price, W.G., (1979), Hydroelasticity of Ships, Cambridge University Press, UK.
2-Price, W.G., Wu, Y.S., (1985), Structural responses of a SWATH of multi-hulled vessel travelling in waves, Int. Conf. on SWATH Ships and Advanced Multi-hulled Vessels, RINA, London.
3-Xia J.Z., Wang Z.H., Jensen J.J., (1998), Non-linear wave loads and ship responses by a time-domain strip theory, Marine Structure 11 (3), 101–123.
4-Chen X.J., Juncher Jensen J., Cui W.C., Fu S.X., (2003), Hydroelasticity of a floating plate in multidirectional waves, Ocean Engineering 30, 1997–2017.
5-Takuji H., (1998), 3D hydroelastic analysis of module linked large floating

- 19-Hermans AJ., (2003), The ray method for the deflection of a floating flexible platform in short waves, *J Fluid Struct* 17, 593–602
- 20-Ohkusu, M., Namba, Y., (1996), Analysis of hydroelastic behaviour of a large floating platform of thin plate configuration in waves, *International workshop on very large floating structures, VLFS'96*, pp. 143–148
- 21-K.A. Belibassakis, G.A. Athanassoulis, (2006), A coupled-mode technique for weakly nonlinear wave interaction with large floating structures lying over variable bathymetry regions, *Applied Ocean Research* 28, 59–76.
- 22-Kashiwagi M., Ohkusu M., (2007), A B-spline Galerkin Scheme for Computing Hydroelastic Behavior of a Very Large Floating Structure, *Proceedings of International Conference on Violent Flows, Organized by RIAM, Kyushu University, Fukuoka, Japan.*
- 23-Dias F., Dyachenko A.I., Zakharov V.E., (2007), Theory of weakly damped free-surface flows: a new formulation based on potential flow solutions, *Physics Letters A*, 372, 1297-1302.
- 24-M.H. Meylan, I.V. Sturova, (2009), Time-dependent motion of a two-dimensional floating elastic plate, *Journal of Fluid and Structures* 25, 445-460
- 25-White, Frank M., (1991), *Viscous Fluid Flow*, 2nd ed., McGraw-Hill, Inc.
- 26-Basirat Tabrizi, H., Kouchaki Motlaq, M., (2004), A numerical modeling for the wave forcing of floating thin plate, 12th Annual Computational Fluid Dynamics Conference Proceeding, pp. 40-44, Canada.
- 27-M. Ohkusu, Y. Namba, (2004), Hydroelastic analysis of a large floating structure, *Journal of Fluids and Structures* 19, 543–555.
- 9-Ohkusu, M., Namba, Y., (1998), Hydroelastic behavior of floating artificial islands, *JSNA, Japan*, Vol 183, p.239–248.
- 10-Ertekin, R.C., Kim, J.W., (1999), Hydroelastic response of floating mat-type structure in oblique, shallow water waves, *Journal of Ship Research* 43 (4), 241–254
- 11-Seto, H., Ochi, M., (1998), A hybrid element approach to hydroelastic behavior of a very large floating structure in regular wave, 2nd Intl. Conf. Hydroelasticity in Marine Technology, Japan, pp. 185–193.
- 12-Takagi, K., Kohara, K., (2000), Application of the ray theory to hydroelastic behavior of VLFS, *Proceedings of the 10th ISOPE*, vol. 1, Seattle, USA, pp. 72–77
- 13-Takagi K., Nagayasu M., (2007), Ray theory for predicting hydroelastic behavior of a very large floating structure in waves, *Ocean Engineering* 34, 362–370.
- 14-Takagi K., (2002), Hydroelastic response of a very large floating structure in waves—a simple representation by the parabolic approximation, *Applied Ocean Research* 24, 175–183.
- 15-Takagi K., Shimada K., Ikebuchi T., (2000), An anti-motion device for a very large floating structure, *Mar Struct* 13, 421–36.
- 16-Andrianov AI, Hermans AJ., (2003), The influence of water depth on the hydroelastic response of a very large floating platform, *Mar Struct* 16, 355–71.
- 17-Tkacheva LA., (2001), Hydroelastic behaviour of a floating plate in waves, *J Appl Mech Tech Phys* 42(6), 991–6
- 18-Kim JW, Ertekin RC., (2002), Hydroelasticity of an infinitely long plate in oblique waves: linear Green Naghdi theory, *J Eng Mar Environ*; 216(M2), 179–97.