

توسعه یک روش عددی حجم محدود برای ارزیابی عملکرد هیدرودینامیکی سازه های دریایی

روزبه پناهی^۱، مهدی شفیعی فر^{۲*}

۱- دانش آموخته دکتری عمران - سازه های هیدرولیکی، دانشگاه تربیت مدرس
۲- دانشیار سازه های هیدرولیکی و دریایی، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

در این مقاله، توسعه یک روش عددی به منظور ارزیابی عملکرد هیدرودینامیکی سازه های ساحلی و فراساحلی صلب ثابت یا متحرک، در جریان گذرای تک فازی یا دوفازی سیالات لزج و تراکم ناپذیر، با جزئیات ارائه شده است. برای این منظور، با انتخاب گسسته سازی حجم محدود و چیدمان هم مکان^۱، یک روش گام جزئی^۲ در حل میدان سرعت و فشار و یک روش حجمی^۳ در ارائه سطح آزاد پیاده شده است. دامنه محاسباتی دو بعدی، بر اساس رویکرد شبکه های روی هم^۴ - شامل یک شبکه زمینه^۵ غیریکنواخت کارترین و یک شبکه روافتاده^۶ از سلول های چهار وجهی - گسسته شده است. با توسعه کد بر اساس الگوریتم و حل مسائل نمونه، صحت و دقیقت رویکرد ارزیابی گردیده است. بدین ترتیب، یک روش عددی قوی در حل مسائل پیچیده هیدرودینامیک، همراه با قابلیت توسعه ساده به فضای سه بعدی معرفی شده است. بدین ترتیب، امکان بررسی مسائل هیدرودینامیکی در فضای دو بعدی فراهم آمده و بر این اساس، نیاز به توسعه کد به فضای سه بعدی وجود دارد. به علاوه، اثر آشفتگی باید اضافه شود. لازم به ذکر است که در انتقال تمامی متغیرهای میدان جریان دوفازی، از یک رویکرد ساده غیربقائی استفاده شده است. دستگاه معادلات جبری حاصل از شبکه های مختلف نیز، برای هر متغیر به صورت همزمان حل شده تا کوپل قوی بین شبکه ها برقرار شود. به علاوه، ترکیب اجزاء الگوریتم حاضر متفاوت با تحقیقات پیشین بوده و کارآمد می باشد.

کلمات کلیدی: حجم محدود، هیدرودینامیک عددی، شبکه های روی هم، سطح آزاد، ضرایب برا و پسا

A FINITE VOLUME ALGORITHM TO ASSESS HYDRODYNAMICS OF MARINE STRUCTURES

Roozbeh Panahi¹, Mehdi Shafieefar²

1- Ph.D. Graduate, Civil Engineering Department, Tarbait Modares University

2- Associate Professor, Civil Engineering Department, Tarbait Modares University

Abstract

Development of a compatible computational fluid dynamics procedure to investigate rigid and fixed/free coastal and offshore structures hydrodynamics in a time-dependent one/two phase flow of viscous incompressible fluids is presented. Differential governing equations are discretised using finite volume approach based on a colocated arrangement. The conservation equations for mass and momentum are solved using a fractional step method. In conjunction, free surface is simulated using a volume method. An overlapping mesh system is implemented to deal with a two-dimensional computational domain including a non-uniform background mesh of Cartesian cells as well as an overset mesh of quad cells. According to the complete assessment of the code developed based on the algorithm, there is a

* نویسنده مسؤول مقاله shafiee@modares.ac.ir

robust tool to deal with hydrodynamics where extension to three dimensions is straightforward, as well. Although many two-dimensional problems can be solved, but the code must be developed for three dimensions. In addition, turbulence is not considered in the present formulation and left for future researches. A simple non-conservative approach to transfer all two-phase flow variables is introduced. Besides, Algebraic sets of equations extracted from different meshes for each variable are solved simultaneously to construct a strong coupling. The final algorithm is a new and appropriate combination, as well.

Keywords: Finite Volume, Numerical Hydrodynamics, Overlapping mesh, Free Surface, Lift and Drag Coefficients

۱- مقدمه

بر جریان پتانسیل و مبتنی بر جریان واقعی تقسیم نمود. نتیجه استفاده از مفهوم جریان پتانسیل، نرم افزارهایی با سرعت بالا - با توجه به صرف نظر از پیچیدگی های درون میدان محاسباتی و کار بر روی مرزها - و همچنین محدودیت در کاربرد - بواسطه فرضیات ساده کننده - است. در مقابل، اگرچه استفاده از مفهوم شبیه سازی جریان واقعی - همراه با لزت، چرخش و آشفتگی - با هزینه بالای محاسباتی همراه می باشد، اما جواب های دقیق تر و کاربرد گسترده تر، بر مقولیت آن افزوده است.

این مقاله، با انتخاب گستته سازی حجم محدود - با توجه به ماهیت جریان، خاصیت بقایی، نحوه برخورد با هندسه های پیچیده و گسترش و تداوم استفاده از این روش گستته سازی به منظور بررسی مسائل هیدرودینامیکی - به توسعه الگوریتم شبیه سازی مسائل هیدرودینامیکی همراه با اندرکنش سازه صلب ثابت یا متحرک و جریان دوفازی در فضای دوبعدی اختصاص دارد.

در آغاز توسعه چنین الگوریتمی، باید تصمیم گیری های اساسی در رابطه با نحوه محاسبه میدان سرعت و فشار، شبیه سازی سطح آزاد و نیز محاسبه و اعمال اثر حرکات سازه صلب بر دامنه محاسباتی انجام شود. با فرض وجود سیالات لزج و غیر قابل تراکم و همچنین صرف نظر از اثر آشفتگی، معادلات ناویر- استوکس بیانگر جریان حاکم در مسئله حاضر هستند. سه روش اصلی برخورد با این معادلات در حل غیر همزمان (متوالی) آنها شامل تخمین- اصلاح^۷، تراکم پذیری مصنوعی^۸ و گام جزئی می شود. تحقیق حاضر از رویکرد آخر به دلیل کارایی آن در حل مسائل گذرا استفاده نموده است [۱۱].

بررسی های هیدرودینامیکی با توجه به ماهیت پیچیده جریان و اندرکنش آن با سازه، همواره با دشواری های فراوانی همراه بوده و با توجه به اهمیت موضوع، روش های مختلفی در این زمینه توسعه یافته است. این رویکردها را می توان در چهار دسته اصلی اندازه گیری میدانی، انجام آزمایش، حل تحلیلی و حل عددی جای داد. اندازه گیری میدانی ساده ترین آنها بوده و عدم امکان استفاده در مراحل طراحی، بزرگترین ضعف آن محسوب می شود. اگرچه انجام آزمایش قابل اعتمادترین رویکرد محسوب می شود، اما مواردی همچون نیاز به اعمال تغییرات بر روی سازه نمونه ساخته شده به منظور بررسی اثر مؤلفه های مختلف طراحی، فراهم آوردن شرایط محیطی دلخواه، تحلیل و انتقال نتایج بدست آمده به ابعاد واقعی، برداشت اطلاعات و خطای اندازه گیری، از جمله مشکلات آن می باشند. هزینه های سنگین اولیه برای انجام آزمایش های دقیق را نیز می توان به موارد فوق افزود. معادلات حاکم بر جریان سیال، با پیچیدگی های فراوانی همراه بوده و امکان حل تحلیلی آنها - جز در مسائل بسیار ساده - وجود ندارد. از سوی دیگر، با بالا رفتن توان تئوری و محاسباتی، حل عددی معادلات حاکم و دینامیک سیالات محاسباتی، به عنوان یک ابزار مناسب - به ویژه در سال های اخیر - مطرح گردیده است. بدین ترتیب، امکان شبیه سازی مسائل مختلف مطرح در هیدرودینامیک در ابعاد واقعی و توانایی استخراج اطلاعات گوناگون با جزئیات دلخواه، به گونه مناسبی فراهم آمده است، هرچند همواره ساده سازی هایی نیز انجام شده است. روشهای مطرح در دینامیک سیالات محاسباتی را می توان به دو دسته کلی مبتنی

پس از معرفی معادلات اساسی حاکم در بخش دوم، جزئیات گستته سازی معادلات حاکم در بخش سوم طرح گردیده است. سپس، نحوه پیاده سازی روش شبکه های روی هم موردن بحث قرار گرفته است. بخش پنجم به برقراری ارتباط میان بخش های مختلف الگوریتم اختصاص دارد. در انتهای و به کمک کد توسعه یافته، جوانب مختلف الگوریتم مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- معادلات اساسی حاکم

همانگونه که پیشتر نیز بیان گردید، با توجه به تغییر شکل های پیچیده سطح آزاد، تحقیق حاضر از رویکرد حجمی شبیه سازی سطح آزاد و حل یک معادله انتقال در این زمینه استفاده نموده است. با محاسبه توزیع دو فاز سیال، می توان فرض نمود که یک سیال مؤثر در کل دامنه محاسباتی وجود دارد. بدین ترتیب، معادلات ناویر- استوکس و پیوستگی برای یک سیال مؤثر تراکم ناپذیر و لزج، همراه با لزجت و جرم حجمی متغیر در سلول های مختلف دامنه محاسباتی، حل می شوند. معادله انتقال نسبت حجمی (α) و نحوه محاسبه جرم حجمی (ρ) و لزجت (V) سیال مؤثر در هر سلول محاسباتی به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{eff} = \alpha \rho_1 + (1-\alpha) \rho_2 \quad (2)$$

$$V_{eff} = \alpha V_1 + (1-\alpha) V_2 \quad (3)$$

در این روابط، u_i مؤلفه کارترین سرعت سیال، x_i مؤلفه کارترین مکان و زیر نویس های ۱ و ۲ بیانگر دو فاز سیال (برای مثال آب و هوا) است. معادلات ناویر- استوکس و پیوستگی برای سیال مؤثر یاد شده، عبارتند از:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = & \\ - \frac{1}{\rho_{eff}} \frac{\partial P}{\partial x_i} + V_{eff} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i & \end{aligned} \quad (4)$$

رویکردهای اصلی موجود در شبیه سازی سطح آزاد شامل رویکرد سطحی یا تعییب سطح آزاد^۹ و رویکرد حجمی یا تسخیر سطح آزاد^{۱۰} می باشند. با توجه به مزايا و معایب روش های مختلف [۲] و همچنان نیازهای مسأله پیش رو (جریان دوفازی آب و هوا با تغییر شکل های بزرگ و پیچیده در فصل مشترک دو فاز)، تحقیق حاضر از روش حل معادله انتقال نسبت حجمی^{۱۱} در رویکرد دوم استفاده نموده است [۲]. نسبت حجمی اسکالری بین صفر و یک بوده و مقدار آن، بیانگر درصد حضور دو فاز در هر سلول محاسباتی است.

در نظر گرفتن حرکات سازه نیاز به استراتژی خاصی در شبکه بندی دامنه محاسباتی داشته و رویکرد های اصلی مطرح در این زمینه شامل شبکه متصل به جسم [۳]، شبکه شکل پذیر^{۱۲} [۴]، شبکه با مرز لغزنده^{۱۳} [۵]، بازتولید شبکه^{۱۴} [۶]، شبکه های روی هم [۷] و شبکه کارترین^{۱۵} [۸] می باشند. مزايا و معایب روش های یاد شده، در مرجع [۹] مرور گردیده است. از آنجائیکه که تحقیق حاضر در مسیر توسعه یک نرم افزار جامع شبیه سازی هیدرودینامیکی سازه های ساحلی و فراساحلی انجام شده است، پس از بکارگیری روش شبکه متصل به جسم در گام های پیشین [۳]، از روش شبکه های روی هم - با توجه به مزاياي متعدد آن- استفاده گردیده و آخرین نتایج آن ارائه شده است. لازم به ذکر است، در مواردی مثل برخورد استوانه با سطح آزاد آب، که حرکات آزاد سازه^{۱۶} (حداکثر سه درجه آزادی در فضای دو بعدی) مطرح می باشند، نیاز به حل معادلات اندازه حرکت خطی و زاویه ای نیز در هر گام زمانی و پس از محاسبه بارهای وارد بر سازه، وجود خواهد داشت. بدین ترتیب، موقعیت جدید سازه بدست آمده و در ادامه، از استراتژی شبکه بندی موردن بحث به منظور اعمال اثر حرکات سازه استفاده می شود. بدینهی است، در موارد همراه با حرکات اجباری سازه^{۱۷} نیازی به حل معادلات حرکت جسم صلب وجود ندارد. زیرا، در این حالت موقعیت سازه مستقل از شرایط جریان اطراف آن معلوم است. بر این اساس، حرکات سازه در هر گام زمانی به صورت مستقیم بر روی استراتژی شبکه بندی وارد می شود.

سمت چپ معادله (۷) از ساده ترین تقریب ممکن استفاده گردیده و مقدار کمیت در مرکز سلول، به عنوان نماینده سلول درنظر گرفته شده است. جمله جابجایی (عبارت دوم سمت چپ معادله (۷)) نیز، با استفاده از میانیابی گاما^{۲۴} تقریب زده است [۱۱]. در رابطه با گسسته سازی جمله فشار - با توجه به حضور سطح آزاد و به ویژه اختلاف جرم حجمی بالای دو فاز سیال مورد بررسی مثل آب و هوا - از میانیابی جدید دو تکه استفاده شده است، که جزئیات بیشتر در این رابطه در مرجع [۱۰] وجود دارد. جمله پخش (عبارت دوم سمت راست معادله (۷)) با استفاده از میانیابی اور - ریلکسد^{۲۵} محاسبه شده است [۱۱]. در نهایت، با جمله گرانش نیز مشابه جمله غیر دائم برخورد شده است.

گسسته سازی جمله غیر دائم معادله انتقال نسبت حجمی (معادله (۸)) نیز مشابه جمله غیر دائم معادله (۷) است. در گسسته سازی زمانی این جمله، میانیابی ضمنی مرتبه اول اولر^{۲۶} بکار برده شده است. تقریب نسبت حجمی روی سطح ظاهر شده در گسسته سازی جمله جابجایی معادله (۸)، نیازمند توجه خاصی می باشد. استفاده از میانیابی های ساده در این رابطه، معمولاً مقادیر غیر فیزیکی بوجود آورده و باعث تغییر شکل های غیر واقعی و پخش عددی سطح آزاد [۲]، می شوند. با توجه به بررسی های انجام شده [۲]، تحقیق حاضر از میانیابی کیکسم^{۲۷} استفاده می نماید. این میانیابی با جابجایی بین دو طرح سی بی سی^{۲۸} [۱۲] و یو کیو^{۲۹} [۱۳]، ترکیبی از آن دو را برای محاسبه نسبت حجمی روی سطح ارائه می دهد. در گسسته سازی زمانی این جمله نیز از میانیابی کرنک - نیکلسون استفاده گردیده است. در واقع، تحقیقات پیشین نشان داده است که بکارگیری میانیابی ضمنی مرتبه اول در این رابطه، منجر به پخش عددی در جهت جریان و میانیابی صریح مرتبه اول منجر به پخش عددی عمود بر جریان می شوند [۲].

لازم به ذکر است که تمامی گسسته سازی های مکانی یاد شده، بر روی سلول چهار وجهی پیاده شده و در ذخیره اطلاعات از چیدمان هم مکان استفاده گردیده

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

در این روابط، P فشار و g مؤلفه کارتزین گرانش می باشند.

۳- گسسته سازی و حل میدان جریان دوفازی

با توجه به روش شبکه بندي و وجود شبکه متحرک در دامنه محاسباتی، معادلات دیفرانسیلی حاکم در شکل لاغرانژی - اولری مورد استفاده قرار می گيرند. پس از انتگرال گیری در مکان و استفاده از قضیه گوس^{۱۹} - برای تبدیل انتگرال روی سطح به انتگرال روی حجم- معادلات فوق به صورت زیر در می آيند:

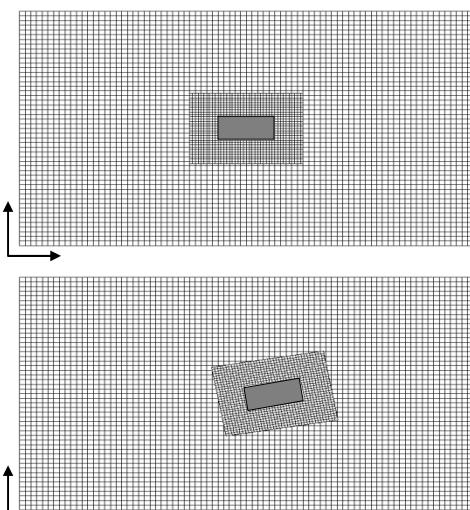
$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_{eff} dV + \int_A \rho_{eff} \mathbf{u}_{rel} \cdot \mathbf{n} dA = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V u_i dV + \int_A u_i (\mathbf{u}_{rel} \cdot \mathbf{n}) dA = \\ - \int_A \frac{1}{\rho_{eff}} P n_i dA + \int_A \nu_{eff} \nabla u_i \cdot \mathbf{n} dA \quad (7) \\ + \int_V g_i dV \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \alpha dV + \int_A \alpha \mathbf{u}_{rel} \cdot \mathbf{n} dA = 0 \quad (8)$$

كه در آنها، $\mathbf{u}_{rel} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_m$ بیانگر بردار سرعت سیال (\mathbf{u}) نسبت به بردار سرعت شبکه محاسباتی (\mathbf{u}_m) بوده و \mathbf{n} بردار عمود بر سطح سلول محاسباتی به سمت خارج از آن است.

معادلات (۶) و (۷) در قالب حل میدان سرعت و فشار و بر اساس روش گام جزئی کیم و چوی^{۲۰} حل شده اند، با این تفاوت که در گسسته سازی زمانی جملات جابجایی و پخش، به جای طرح آدامز - بشفرت^{۲۱} از طرح کرنک - نیکلسون^{۲۲} استفاده گردیده است. به علاوه، در خطی سازی جمله جابجایی نیز به جای روش نیوتونی از تکرار پیکارد^{۲۳} استفاده شده است. این روش گام جزئی، در مرجع [۱۰] به صورت فلوچارت ارائه شده است. به منظور گسسته سازی مکانی جمله غیر دائم معادله انتقال اندازه حرکت خطی (عبارت اول



شکل ۱- نمای دامنه محاسباتی در دو گام زمانی متوالی با استفاده از روش شبکه های روی هم

۴-۱- تعیین هویت سلول ها

تعیین ماهیت سلول های موجود در شبکه های محاسباتی با توجه به نقش آنها در محاسبات مطابق موارد زیر انجام می شود:

الف) سلول گستته سازی که معادلات حاکم در آن به صورت معمول گستته می شود.

ب) سلول میانیابی که جابجایی اطلاعات بین شبکه ای در آن انجام می شود.

ج) سلول غیر فعال که در زمان انجام محاسبات از آن صرف نظر می شود.

لازم به ذکر است که در شبکه روافتاده، سلول غیر فعال وجود ندارد. در این شبکه، سلول های مجاور مرز از نوع میانیابی بوده و بقیه سلول ها از نوع گستته سازی می باشند. اما در رابطه با شبکه زمینه، تعیین ماهیت سلول ها نیازمند استفاده از یک الگوریتم مناسب است. چنین الگوریتمی در شکل ۲ ارائه شده است. در این شکل، ضخامت لایه انتقال اطلاعات (δ_0) - که از مرز شبکه روافتاده اندازه گرفته می شود - وابسته به ابعاد سلول ها در محدوده اشتراک بوده و باید به اندازه ای باشد که تعداد مناسبی سلول شبکه زمینه را در بر گیرد.

است. در این شرایط، تمامی کمیت های اصلی جریان در مرکز سلول محاسبه شده و تنها شار جابجایی بر روی سطوح سلول محاسبه و ذخیره می گردد.

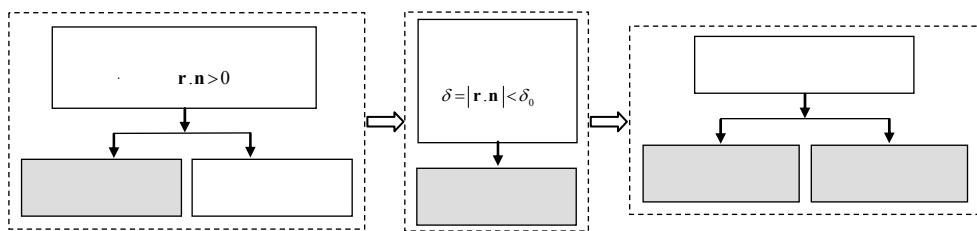
۴- روش شبکه های روی هم

روش شبکه های روی هم، نخستین بار در سال ۱۹۸۱ و به منظور تسهیل شبکه بندی دامنه محاسباتی مورد استفاده قرار گرفت [۱۴]. در ادامه، کاربرد آن به مدلسازی حرکات نسبی اجباری [۱۵] و مسائل آبیودینامیک [۱۶] گسترش یافت. هیدرودینامیک - با توجه به پیچیدگی های فراوان پیش رو - تنها در کارهای اخیر مورد توجه قرار گرفته است [۱۷]. زمینه تحقیقات انجام شده با استفاده از روش شبکه های روی هم، در جدول ۱ ارائه و دسته بندی شده است.

اساس استفاده از روش شبکه های روی هم در شکل ۱ و با نمایش دامنه محاسباتی در دو گام زمانی متوالی ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می شود، این روش در ساده ترین حالت، از دو شبکه زمینه - که ثابت است - و روافتاده - که با توجه به حرکت سازه می تواند ثابت یا متحرک باشد - تشکیل شده است. اگرچه شبکه زمینه تمام دامنه محاسباتی را پوشش داده است، اما در محدوده شبکه روافتاده، با توجه به کیفیت مناسب تر آن، محاسبات تنها بر روی آن انجام می شود. بر این اساس، نیاز به انتقال اطلاعات در بین شبکه ها و برقراری کوپل مناسب میان آنها وجود دارد. این مسئله مشکل اساسی روش شبکه های روی هم می باشد. زیرا تحقق بقاء کمیت ها در هنگام انتقال بین شبکه ها بسیار دشوار است.

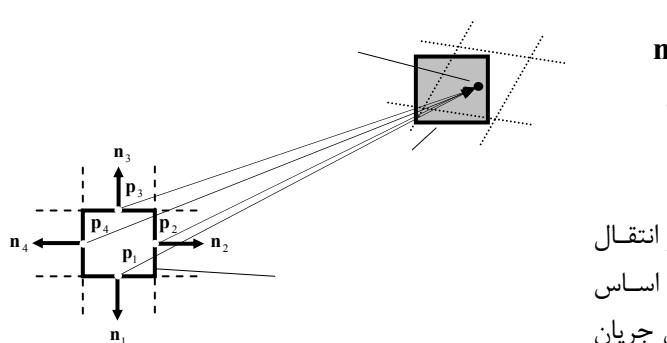
تحقیقات نشان داده است که در بسیاری از موارد می توان از بقاء کمیت ها صرف نظر نمود [۷]. این مسئله، در تحقیق حاضر و با توجه به استفاده از یک میانیابی غیربیانی ساده و حصول نتایج مناسب، مورد تأیید قرار گرفته است. روش مورد استفاده در تحقیق حاضر شامل سه بخش مجزا بوده و در ادامه برای یک شبکه زمینه و یک شبکه روافتاده در فضای دو بعدی تشریح شده است.

جدول ۱- زمینه تحقیقات انجام شده با استفاده از شبکه های روی هم



شکل ۲- الگوریتم تعیین ماهیت سلول های شبکه زمینه

منظور یافتن سلول میزبان یک سلول میانیابی استفاده گردیده است.



شکل ۳- یافتن سلول میزبان برای سلول میانیابی

با شروع از یک سلول دلخواه (سلول حاضر) در شبکه دهنده، انتخاب سلول بعدی - که یکی از همسایگان سلول حاضر خواهد بود - با توجه به $r_j \cdot n_j$ سطوح مختلف سلول حاضر انجام می شود. r_j برداری است که مرکز سطح r_j ام سلول حاضر را به سلول میانیابی متصل می نماید و n_j بردار یکه عمود بر سطح r_j ام و به سمت خارج سلول است. سطحی که کوچکترین زاویه بین بردارهای r_j و n_j را داشته باشد به عنوان سطح رابط و سلول همسایه سلول حاضر

۲-۴- برقراری ارتباط بین شبکه ها

در اینجا از یک میانیابی غیر بقائی به منظور انتقال اطلاعات بین شبکه ای استفاده گردیده که اساس عملکرد آن، در رابطه با تمامی متغیرهای میدان جریان شامل سرعت ها، فشار و نسبت حجمی یکسان است. در این شرایط، اطلاعات میدان جریان در سلول های میانیابی یک شبکه - که در اینجا گیرنده نامیده می شود - با میانیابی آن اطلاعات از سلول های گسیسته سازی شبکه منطبق - که دهنده نامیده می شود - محاسبه می گردد.

در این میان، مرکز سلولی از شبکه دهنده که به سلول میانیابی مورد نظر نزدیک تر باشد، سلول میزبان نامیده شده و سایر سلول های تشکیل دهنده مجموعه در شبکه دهنده، همسایگان سلول میزبان خواهد بود. در تحقیق حاضر از روش نشان داده شده در شکل ۳ به

$$\kappa = \frac{\rho_B \delta_B}{\rho_A \delta_A + \rho_B \delta_B} \quad (12)$$

که در این روابط، A و B بیانگر دو سلول همسایه و δ نشانه فاصله بین مرکز سطح مورد نظر و مرکز سلول می باشند.

۴-۳- حل معادلات جبری

دو راه اصلی در حل دستگاه معادلات جبری حاصل از گسسته سازی بر روی شبکه های محاسباتی - که در روش شبکه های روی هم با یکدیگر مرتبط می باشند - عبارتند از:

(الف) حل متوالی یا رفت و برگشت بین دستگاه معادلات جبری شبکه های مختلف
(ب) حل همزمان

با توجه به آنکه اطلاعات جایجا شده در بین شبکه ها در روش نخست به اندازه یک تکرار خارجی با یکدیگر اختلاف دارند، نیاز به ضرایب تخفیف کوچک تر و تعداد تکرار بیشتری به منظور رسیدن به همگرایی وجود خواهد داشت. این روش، پیوستگی میدان فشار در تمامی دامنه محاسباتی را نیز دچار مشکل می نماید. بر این اساس، تحقیق حاضر از روش دوم استفاده نموده است. بدین منظور، یک ماتریس ضرایب کلی - که در برگیرنده تمامی سلول های محاسباتی است - تشکیل می شود. در آغاز، تمامی معادلات ساخته شده و در ادامه، شماره سلول ها شبکه رovافتاده بازسازی شده و به اندازه تعداد سلول های شبکه زمینه به تمامی آنها اضافه می شود.

حال، فرض کنید که A و B ، به ترتیب بیانگر شبکه زمینه و شبکه رovافتاده باشند. معادله حاکم بر یک سلول گسسته سازی (سلول D) در حالت کلی به صورت زیر قابل بیان است:

$$a_{D-A}\varphi_{D-A} = \sum_{ngb=neighbor\ CVs\ in\ A\ mesh} a_{ngb-A}\varphi_{ngb-A} + S_{D-A} \quad (13)$$

در این سطح نیز، به عنوان سلول حاضر بعدی انتخاب می گردد. این عمل تا زمانی که ضرب خارجی فوق در تمامی سطوح یک سلول منفی شود ادامه می یابد. چنین سلولی، سلول میزبان نام داشته و مرکز سلول میانیابی را در خود جای داده است. چنین الگوریتمی برای حالت سه بعدی نیز برقرار بوده و به راحتی قابل پیاده سازی می باشد. در شرایطی که حرکت سازه کم باشد، انجام این عملیات در هر گام زمانی حجم کمی از محاسبات را به خود اختصاص خواهد داد زیرا حدس اولیه برای شروع محاسبات - با توجه به نتایج گام زمانی قبل - دقیق تر خواهد بود.

در تحقیق حاضر، مجموعه میانیابی شامل سلول میزبان و همسایه های درجه یک آن (چهار همسایه در حالت دو بعدی) بوده و نحوه برخورد با رابطه میانیابی، کاملاً ضمنی است. این رابطه، برای محاسبه کمیت جریان φ - که سرعت ها، فشار و نسبت حجمی را در بر می گیرد - به صورت زیر بیان می گردد:

$$\varphi_I = \varphi_H + (\bar{\nabla} \varphi)_H \cdot (\mathbf{r}_I - \mathbf{r}_H) \quad (9)$$

که در این رابطه، زیر نویس های I و H به ترتیب بیانگر سلول میانیابی و سلول میزبان بوده و \mathbf{r} بردار موقعیت این سلول ها می باشد. به علاوه، $(\bar{\nabla} \varphi)_H$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$(\bar{\nabla} \varphi)_H = \frac{1}{V_H} \sum_{f=faces\ of\ the\ host\ cell\ on\ the\ donor\ mesh} \varphi_f \mathbf{A}_f \quad (10)$$

که در این رابطه، V_H حجم سلول و \mathbf{A}_f بردار سطح سلول به سمت خارج آن می باشند. φ_f مقدار کمیت جریان بر روی سطح سلول بوده و در رابطه با تمامی کمیت ها به جز فشار با استفاده از میانیابی خطی محاسبه می گردد. در رابطه با فشار، از میانیابی خطی دو تکه به صورت زیر استفاده می گردد [۱۰]:

$$P_f = P_A \kappa + P_B (1-\kappa) \quad (11)$$

که در آن:

که در آن $a_{IA-A} = 1$ بوده و φ_{IA-A}^* آخرین مقدار محاسبه شده برای این سلول می باشد. پس از تهیه معادلات مشابه برای شبکه B ، ساخت ماتریس کلی با توجه به شماره جدید سلول ها انجام می گردد.

۵- الگوریتم حل

شکل ۴ بیانگر نحوه ارتباط میان بخش های اصلی الگوریتم حاضر می باشد. همانگونه که مشاهده می شود، با استفاده از این الگوریتم می توان گستره وسیعی از مسائل با یا بدون سطح آزاد و همچنین با یا بدون حرکت سازه را حل نمود.

معادله حاکم بر یک سلول میانیابی (سلول I) شبکه A را نیز - که بر اساس یک مجموعه میانیابی در شبکه B ساخته می شود - می توان با توجه به شکل معادله (۱۳) و به صورت زیر بازنویسی نمود:

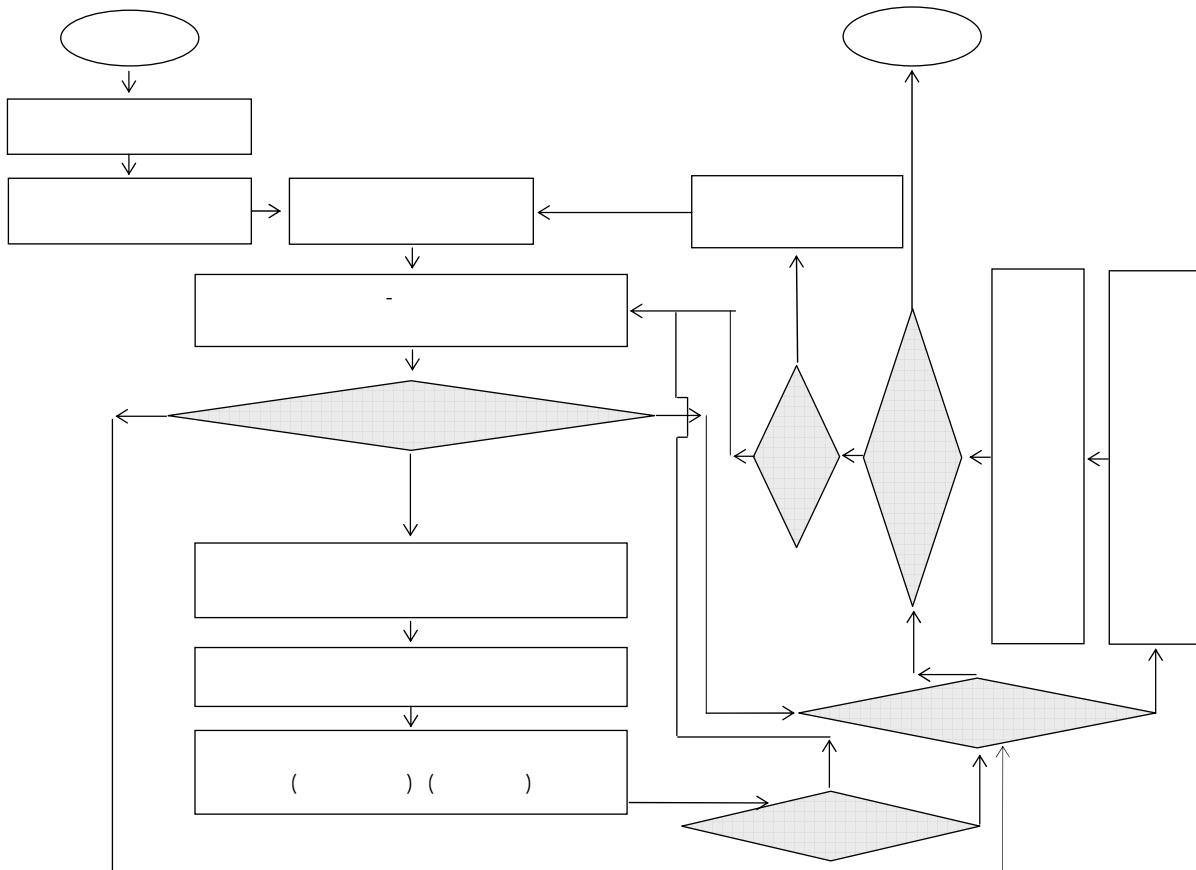
(۱۴)

$$a_{I-A} \varphi_{I-A} = \sum_{\substack{nbg' = \text{host cell and its neighbor CVs} \\ \text{in } B \text{ mesh}}} a_{nbg'-B} \varphi_{nbg'-B} + S_{I-A}$$

بدین ترتیب سلول های میانیابی نیز در دستگاه معادلات ظاهر شده و با آنها به صورت ضمنی برخورد می شود.

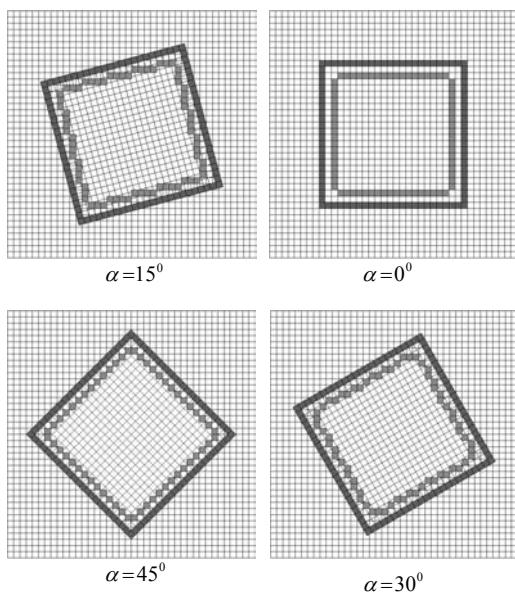
معادله حاکم بر یک سلول غیر فعال (سلول IA) در شبکه A نیز به صورت زیر بیان می شود:

$$a_{IA-A} \varphi_{AI-A} = \varphi_{IA-A}^* \quad (15)$$



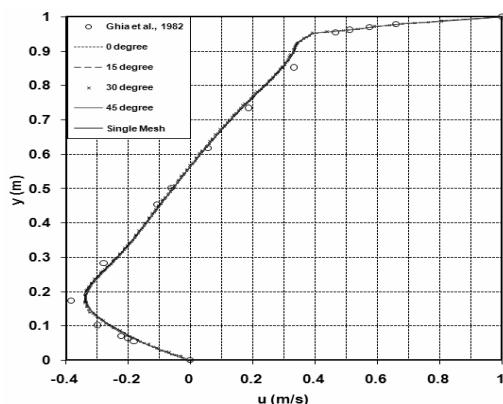
شکل ۴- الگوریتم حل عددی برای بررسی هیدرودینامیکی سازه های دریایی

تمامی سلول ها یکسان بوده و ضخامت لایه انتقال اطلاعات 0.04 m در نظر گرفته شده است.



شکل ۵- شبکه های روی هم در بررسی جریان کاویتی شامل شبکه زمینه $40*40$ و شبکه رو افتاده $24*24$

شکل ۶ پروفیل سرعت u را در طول خط تقارن قائم کاویتی نشان می دهد که با نتایج موجود [۱۸] مقایسه گردیده است. همانگونه که مشاهده می شود، نتایج حاصل از شبکه های مختلف، به گونه مناسبی بر یکدیگر منطبق می باشند. به علاوه، نتایج عددی با داده های موجود اختلاف داشته و این مسأله با توجه به ریزنمایی پایین شبکه های روی هم، منطقی است.



شکل ۶- پروفیل سرعت u در طول خط تقارن قائم کاویتی

۶- نتایج عددی

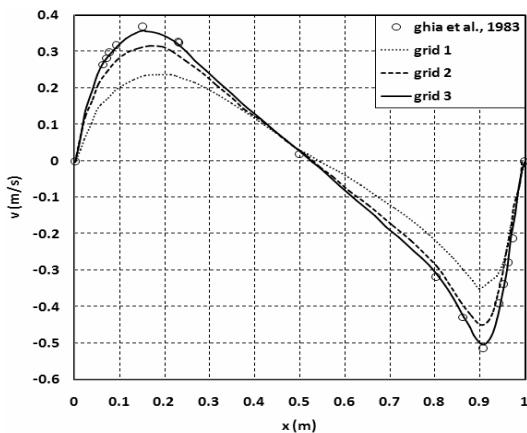
با توسعه یک کد بر اساس الگوریتم ارائه شده، مسائلی به منظور ارزیابی جنبه های مختلف روش عددی پیشنهادی، حل شده است. در گام نخست، جریان کاویتی بررسی گردیده است. بدین ترتیب، استقلال حل عددی از موقعیت شبکه رواقتاده نسبت به شبکه زمینه و نیز استقلال حل نسبت به کیفیت شبکه، با نمایش پروفیل های سرعت مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، جریان حول استوانه که به صورت نامتقارن در یک کانال قرار دارد، مدلسازی شده و ضرایب برا، پسا، پروفیل سرعت و فشار استخراج گردیده است. در اینجا، اثر میانیابی بین شبکه ای بر روی دقت حل و نیز، پیوستگی میدان جریان تحلیل شده اند. در آخر، سقوط آزاد استوانه به درون آب - که پس از برخورد و با توجه به نیروی ضربه ای وارد بر آن، از سرعت استوانه کاسته می شود - مدلسازی شده است. بدین ترتیب، نحوه ارائه سطح آزاد با تغییرات بزرگ و پیچیده، علاوه بر حرکت آزاد سازه بررسی گردیده است.

۶-۱- جریان کاویتی

در اینجا جریان بدون گرانش کاویتی (جریان درون مربعی به ضلع H که سه ضلع آن ثابت بوده و یک ضلع آن با سرعت U در حال حرکت باشد) در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز این جریان $\text{Re}=\rho U H / \mu = 1000$ مزی عدم لغزش برای سرعت و گرادیان قائم صفر برای فشار در تمامی سطوح اعمال گردیده است. به منظور بررسی اثر موقعیت شبکه رواقتاده نسبت به شبکه زمینه بر روی حل، چهار حالت شبکه مطابق شکل ۵ در نظر گرفته شده است. در این مسأله، به دلیل عدم وجود حرکت سازه، ماهیت سلول ها در طول مدلسازی مطابق آنچه در شکل ۵ نشان داده شده است باقی مانده و تغییر نمی کنند. لازم به ذکر است، سلول هایی از شبکه زمینه که در این شکل نشان داده نشده اند، در واقع سلول های غیرفعال این شبکه می باشند. اندازه

جدول ۲- نرم اول خطابا مقایسه مؤلفه سرعت u در نقاط
داده شده توسط [Ghia et al., 1982]
با توجه به نتایج شکل ۶

	نرم اول
زاویه ۰ درجه شبکه روافتاده	۰/۰۷۹۴۰۲
شبکه های	۰/۰۸۳۸۸۳
زاویه ۱۵ درجه شبکه روافتاده	۰/۰۸۳۸۴۵
روی هم	۰/۰۷۶۷۸۹
زاویه ۳۰ درجه شبکه روافتاده	۰/۰۷۸۹۴۳
شبکه ساده	



شکل ۷- پروفیل سرعت v در طول خط تقارن افقی کاویتی

۶- استوانه در جریان دائم غیر متقاضان

استوانه ای به قطر D را در کanalی به طول $22D$ و عرض $4.1D$ در نظر بگیرید، به طوریکه مرکز آن به فاصله D از ورودی و دیوار پایینی کanal قرار دارد. مبدأ دستگاه مختصات xz در مرکز استوانه واقع شده و محور x به سمت طول استوانه و محور z به سمت دیوار بالایی کanal اشاره دارد. پروفیل سرعت جریان آرام کاملاً توسعه یافته، در ورودی کanal به صورت زیر اعمال شده است:

(۱۶)

$$u = \frac{6U}{H^2} \left[(z + 2D)H - (z + 2D)^2 \right]; w = 0$$

به علاوه، گرادیان قائم صفر در خروجی و عدم لغزش در دیواره استوانه و کanal بر روی سرعت حاکم بوده و گرادیان قائم صفر برای فشار در تمامی سطوح در نظر گرفته شده است. مشخصات میدان جریان و سیال مورد استفاده نیز عبارتند از: $D = 0.1m$, $U = 0.2 \frac{m}{s}$, $\rho = 1 \frac{kg}{m^3}$ و $\mu = 0.001 \frac{kg}{ms}$. بدین ترتیب، عدد رینولدز جریان $Re = \rho U D / \mu = 20$ است. به منظور بررسی دقت گسسته سازی مکانی و اثر میانیابی

همانگونه که پیش بینی می گردید، نرم اول خطاب در شبکه های روی هم با زاویه صفر درجه شبکه روافتاده $\theta = 0$ در شکل ۵، کم بوده و به شرایط استفاده از شبکه ساده بسیار نزدیک است. این مسئله، بواسطه انطباق کامل شبکه زمینه و شبکه روافتاده در این مجموعه شبکه های روی هم - و در نتیجه کاهش خطای میانیابی و احتمالاً کاهش خطای بقاء جرم - منطقی به نظر می رسد. اما، مشاهده می شود که مقدار نرم اول خطاب با استفاده از مجموعه شبکه های روی هم در شرایط 45° درجه شبکه روافتاده، از حالت صفر درجه شبکه روافتاده و حتی یک شبکه ساده نیز کمتر بوده و این مسئله، منطقی به نظر نمی رسد. اگرچه، شرایط انطباق سلول های میانیابی و میزان انتشار در شرایط $\theta = 45^\circ$ شکل ۶-۵، مناسب تر از حالت های 15° و 30° درجه بوده و در نتیجه، خطای استفاده از روش میانیابی اطلاعات در آن کمتر است، اما مشکل خطای بقاء جرم همچنان باید برقرار باشد. در این خصوص، می توان این احتمال را در نظر گرفت که نحوه توزیع خطاب ناشی از بقاء جرم در شرایط $\theta = 45^\circ$ به صورت شناسی منجر به استخراج نتایج بهتر گردیده است.

استقلال حل از شبکه بندی دامنه محاسباتی در گام بعدی و با استفاده از شبکه بندی روی هم در زاویه 45° درجه و سه سطح ریز نمایی، بررسی شده است. شبکه درشت شامل 20×20 سلول در شبکه زمینه و 12×12 سلول در شبکه روافتاده بوده و شبکه های ریز تر با دوباره شدن تعداد سلول های بدست آمده اند. در شکل ۷، پروفیل سرعت v در طول خط تقارن افقی

این ضرایب به منظور بررسی مرتبه دقت گستته سازی محاسبه شده و در مقایسه با نتایج موجود [۱۹]، در جدول ۳ ارائه شده اند. همانگونه که مشاهده می شود، اختلاف میان نتایج با ضریب تقریبی یک چهارم کاهش می یابد و این مسئله، با گستته سازی مکانی مرتبه دوم مورد استفاده در تطابق بوده و کارایی میانیابی بین شبکه ای را نیز به خوبی نشان می دهد. به بیان دیگر، میانیابی بین شبکه ای هیچگونه اثر منفی بر روی دقت گستته سازی مکانی معادلات نداشته است.

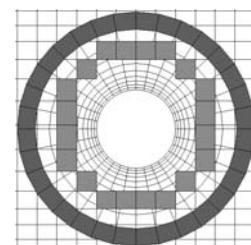
جدول ۳- ضرایب برا و پسا استوانه در جریان نامتناهن

مدلسازی	خطا (مقایسه با شبکه ۴)	نتایج موجود [۱۹]							
		سلول	C_D	C_L	C_D	C_L	C_D	C_L	
۱	۱۲۴۰	۵/۴۰۰۷۷	-/۰.۱۱۸۳						
۲	۴۹۶۰	۵/۵۴۴۱۲	-/۰.۱۱۶۱						
۳	۱۹۸۴	۵/۵۶۹۳۹	-/۰.۱۰۷۲	۵/۵۸۰۰	-/۰.۱۰۷	-/۰.۴٪	-/۰.۱۸٪		
۴	۷۹۳۶	۵/۵۷۷۷۹	-/۰.۱۰۶۸						

۳-۶- سقوط آزاد استوانه به درون آب

به منظور ارزیابی نحوه ارائه سطح آزاد با تغییرات بزرگ و پیچیده و همچنین، بررسی سازه متحرک و آزاد در دامنه محاسباتی، سقوط آزاد استوانه ای به درون آب مطابق شکل ۹ مدلسازی شده است. جرم حجمی استوانه برابر آب است. پس از رهایی از یک ارتفاع مشخص در بالای سطح آزاد آب و با سرعت اولیه صفر، سرعت استوانه در لحظه برخورد به $4 \frac{m}{s}$ رسیده و سپس - با توجه به نیروی ضربه ای وارد - این مقدار به شدت کاهش می یابد. عدم لغزش در دیوار استوانه، مقدار صفر در مرز پایین و گرادیان قائم صفر در سایر مرزها، بر روی سرعت اعمال گردیده و در رابطه با فشار و نسبت حجمی نیز، از گرادیان قائم صفر در تمامی مرزهای استفاده گردیده است. ضخامت لایه انتقال اطلاعات $0.02 m$ بوده و گام زمانی $\Delta t = 0.0001 s$ می باشد. ماهیت سلول ها - که در گام های زمانی مختلف به دلیل حرکت سازه تغییر می نمایند - در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود، اندازه سلول در شبکه روافتاده یک چهارم اندازه سلول در شبکه زمینه در این ناحیه است. این مسئله نشان دهنده قابلیت میانیابی معرفی شده در تحقیق حاضر است، زیرا تحقیقات مشابه بر یکسان

بین شبکه ای بر روی دقت حل، از چهار سطح ریزنمایی شبکه های روی هم استفاده گردیده که درشت ترین آنها، در حوالی استوانه و به همراه ماهیت سلول ها، در شکل ۸ ارائه شده است. مرز شبکه روافتاده حول استوانه، به اندازه D از دیواره استوانه فاصله داشته و سلول ها در مجاورت آن ریز شده اند. اولین سطح شبکه روافتاده، شامل ۳۲ سلول یکنواخت در حول استوانه و ۱۰ سلول غیریکنواخت در جهت شعاعی بوده و به منظور دستیابی به سطوح بعدی ریزنمایی، این تعداد سلول ها دو برابر شده اند. ضخامت سلول مجاور دیوار استوانه در راستای شعاعی و در چهار سطح ریزنمایی شبکه روافتاده، به ترتیب 0.03 ، 0.000335 و $m 0.00069$ و 0.00142 است. اولین سطح شبکه زمینه نیز، شامل ۲۰ سلول در راستای z و 46 سلول در راستای x است. این شبکه به سمت دیوارهای کانال ریز شده و در $4D$ اول کanal در راستای x یکنواخت است. ضخامت لایه انتقال اطلاعات برای چهار سطح شبکه زمینه نیز به ترتیب 0.01 ، 0.018 ، 0.034 و 0.062 است.



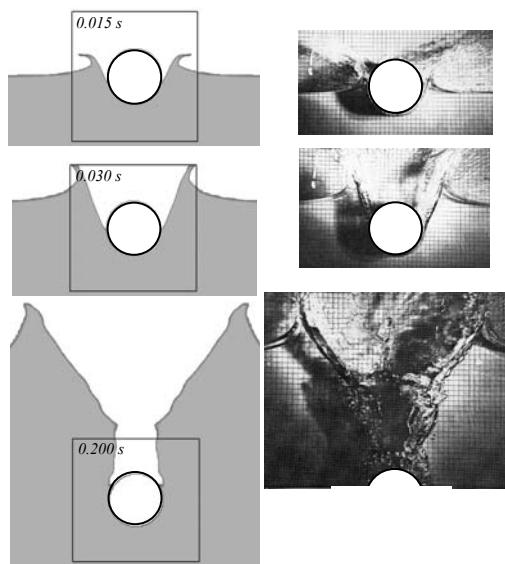
شکل ۸- شبکه های روافتاده در مدلسازی جریان نامتناهن حول استوانه، (لایه رنگی خارجی): سلول میانیابی شبکه روافتاده، (لایه رنگی داخلی): سلول میانیابی شبکه زمینه، سفید: سلول گستته سازی

ضرایب برا و پسا، به صورت زیر تعریف و محاسبه شده است:

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U^2 D}; C_L = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho U^2 D} \quad (17)$$

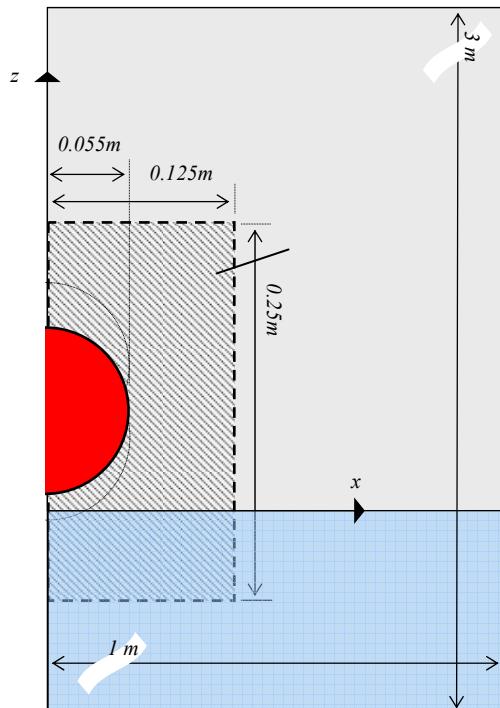
که در این روابط، F_x و F_z به ترتیب کل نیروی وارد بر سازه در جهت x و z می باشند.

ارتباط می باشد، انجام می شود. این مسأله در شکل ۱۲ و با نمایش سطح آزاد در دو شبکه زمینه و روافتاده به خوبی نمایان است. همانگونه که مشاهده می شود، اگرچه برخلاف تحقیقات پیشین مرز شبکه روافتاده در مجاورت تغییرات شدید در میدان جریان دوفازی قرار دارد، اما انتقال اطلاعات به گونه مناسبی انجام شده است.

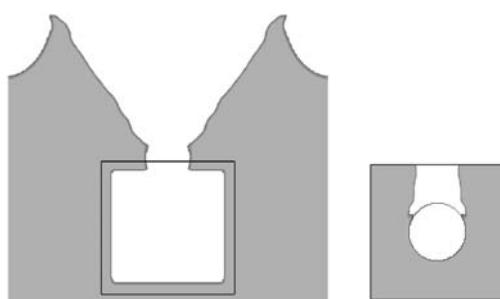


شکل ۱۱- برخورد استوانه با سطح آزاد آب در چند گام زمانی، مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۰]

بودن کیفیت شبکه ها در این ناحیه تأکید دارند [۷]. با توجه به این قابلیت، از تعداد سلول های شبکه زمینه نیز کاسته شده است.

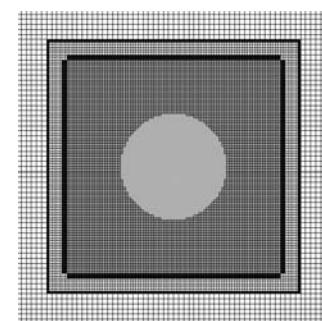


شکل ۹- دامنه محاسباتی در مسأله سقوط آزاد استوانه به درون آب شامل ۲۰۰۰۰ سلول در شبکه زمینه و ۶۰۰۰ سلول در شبکه روافتاده



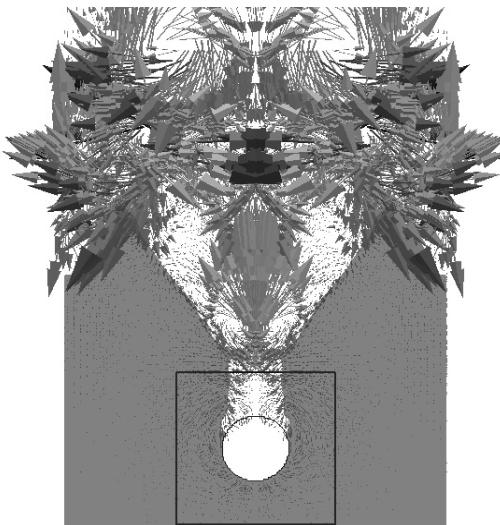
شکل ۱۲- شبکه های مورد استفاده در مدلسازی سقوط آزاد استوانه به درون آب

تاریخچه زمانی جابجایی قائم استوانه پس از برخورد با سطح آزاد نیز در شکل ۱۳ مشاهده می شود که با نتایج تجربی [۲۰] و عددی [۳، ۲۱] موجود مقایسه گردیده است. تطابق مناسب تر نتایج اخیر با نتایج



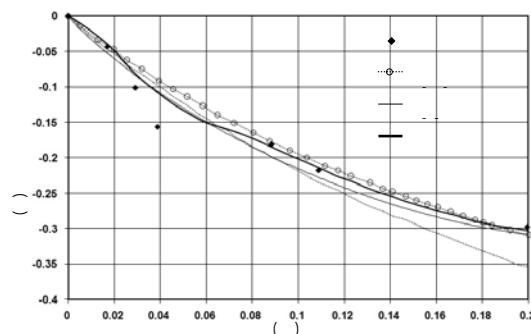
شکل ۱۰- شبکه محاسباتی در مجاورت استوانه در مسأله سقوط آزاد استوانه به درون آب، قرمز: سلول های میانیابی

پس از برخورد استوانه با سطح آرام آب، سطح آزاد تغییر شکل داده و این مسأله در سه گام زمانی در شکل ۱۱ نمایان بوده و با نتایج تجربی [۲۰] به صورت کیفی مقایسه گردیده است. همانگونه که پیشتر نیز بیان گردید، با استفاده از شبکه های روی هم، حل مسأله بر روی شبکه های مختلف که با یکدیگر در



شکل ۱۴- بردارهای سرعت حول استوانه در زمان $0.2/\text{ثانیه}$ پس از برخورد

تجربی به خوبی نمایان بوده و این مسئله، با توجه به بالاتر بودن کیفیت شبکه و نیز خطای کمتر ناشی از حرکت شبکه قابل توجیه است. روش های عددی مورد اشاره در این نمودار، از روش شبکه متحرک متصل به جسم در مدلسازی حرکت استفاده نموده اند. این روش نیازمند حرکت تمامی شبکه محاسباتی و در نتیجه وارد شدن خطای بیشتر از این ناحیه است، در شرایطی که با استفاده از شبکه های روی هم، تنها بخشی از شبکه محاسباتی حرکت نموده و مابقی آن ثابت می ماند.



شکل ۱۳- تاریخچه زمانی فرو رفتن استوانه به درون آب

به منظور ارزیابی کیفی این نتایج، نرم اول خطای آنها محاسبه شده و در جدول ۴ ارائه گردیده است. همانگونه که مشاهده می شود، نرم اول خطای با استفاده از روش حاضر به شکل معناداری کمتر از بقیه موارد می باشد و این را می توان به واسطه حرکت تعداد محدودی از سلول ها علاوه بر کیفیت بالاتر شبکه بندی توجیه نمود.

جدول ۴- نرم اول خطای در مسأله سقوط آزاد استوانه به درون آب در مقایسه با نتایج تجربی موجود [۲۰]

نرم اول خطای	تحقيق	تاریخ
0.19557	Xing-Kaeding, 2004	تحقيق
0.19013	Panahi et al., 2006	تحقيق
0.13874	تحقيق حاضر	تحقيق

/

کلید واژگان

- 1-Colocated Arrangement
- 2-Fractional Step Method
- 3-Volume Method
- 4-Overlapping Mesh
- 5-Background Mesh
- 6-Overset Mesh
- 7-Predictor-Corrector
- 8-Artificial Compressibility
- 9-Surface Tracking or Surface Method
- 10-Surface Capturing or Volume Method
- 11-Volume Fraction

- 7-Hadzic, H., (2005), Development and application of a finite volume method for the computation of flows around moving bodies on unstructured, overlapping grids, PhD Thesis, Teschnichen Universitat Hamburg-Harburg.
- 8-Mittal, M. and Iaccarino, G., (2005), Immersed boundary methods, Annual Review of Fluid Mechanics, 37:239-261.
- 9-Panahi, R. and Shafeefar, M., (2008), Technical Comparison of motion simulation strategies in finite volume simulation of marine structures hydrodynamics, International Conference on Coasts, Ports and Marine Structures (ICOPMAS), Terhan, Iran.
- 10-Jahanbakhsh, E., Panahi, R. and Seif, M.S., (2007), Numerical simulation of three-dimensional interfacial flows, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 17(4):384-404.
- 11-Jasak, H., (1996), Error analysis and estimation for finite volume method with application to fluid flows, PhD Thesis, University of London.
- 12-Gaskell, H. and Lau, A.K.C., (1988), Curvature-compensated convective transport: ART, a new boundedness-preserving transport algorithm, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 8:617-641.
- 13-Leonard, B.P., (1991), The ULTIMATE conservation difference scheme applied to unsteady one dimensional direction, Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering, 88:17-74.
- 14-Atta, E.H., (1981), Component adaptive grid interfacing, AIAA Paper, 81-0382.
- 15-Buning, P.G., Wong, T.C., Dilley, A.D. and Pao, J.L., (2000), Prediction of hyper-x stage separation aerodynamics using CFD, AIAA Paper, 2000-4009.
- 16-Chen, H.C., Lin, W.M. and Hwang, W.Y., (2002), Validation and application of chimera RANS method for ship-ship interactions in shallow water and restricted waterway, 24th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics, Fukuoka, Japan.
- 17-Carrica, P.M., Wilson, R.V., Noack, R.W. and Stern, F., (2007), Ship motions using single-phase level set with dynamic overset grids, Computers & Fluids, 36(9):1415-1433.
- 18-Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., (1982), High-Re solutions for 12-Body-Attached or Moving Mesh
13-Deformable Mesh
14-Sliding Mesh
15-Re-mesh
16-Cartesian Mesh
17-Free Motions
18-Forced Motions
19-Gauss Theorem
20-Kim and Choi
21-Adams-Bashforth Scheme
22-Crank-Nicholson Scheme
23-Picard Iteration
24-Gama Interpolation
25-Over-Relaxed Interpolation
26-Euler Implicit
27-Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes (CICSAM)
28-Convection Boundedness Criteria (CBC)
29-ULTIMATE QUICKEST (UQ)
30-Paraview

- مراجع -

- 1-Ferziger, J., Peric, M., (2002), Computational methods for fluid dynamics, 3rd Rev. Ed., Springer Verlag.
- 2-Panahi, R., Jahanbakhsh, E. and Seif, M.S., (2005), Comparison of interface capturing methods in two phase flow, Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B: Technology, Vol.29, No.B6, 539-548.
- 3-Panahi, R., Jahanbakhsh, E. and Seif, M.S., (2006), Development of a VoF fractional step solver for floating body motion simulation, Applied Ocean Research, 28(3):171-181.
- 4-Chentanez, N., Goktekin, T.G., Feldman, B.E. and O'Brien, J.F., (2006), Simultaneous coupling of fluids and deformable bodies, Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation.
- 5-Blades, E. and Marcum, D.L., (2007), A sliding interface method for unsteady unstructured flow simulations, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 53:507-529.
- 6-Tremel, U., Sorensen, K.A., Hitzel, S., Rieger, H., Hassan, O. and Weatherill, N.P., (2007), Parallel remeshing of unstructured volume grids for CFD applications, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 53(8):1361-1379.

20-Greenhow, M. and Lin, W., (1983), Nonlinear free surface effects: experiments and theory, Report No. 83-19, Massachusette Institute of Technology.
21-Xing-Kaeding, Y., (2004), Unified approach to ship seakeeping and maneuvering by a RANSE method, PhD Thesis, Teschnichen Universitat Hamburg-Harburg.

incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, Journal of Computational Physics, 48:387-411.

19-Schäfer, M. and Turek, S., (1996), Benchmark computations of laminar flow around cylinder, In Flow simulation with high-performance computers: DFG priority research program results 1993-1995, E.H. Hirschel, Ed., Vol.52, Vieweg, Braunschweig, pp. 547-566.