تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ دایره‌ای شکل به روش اجزاء محدود

اعظم السادات قمی[۱]، کیوان صادقی[۲*]

[۱] دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد سازه‌های دریایی، دانشگاه هرمزگان؛ azam_ghomi69@yahoo.com
[۲] استادیار، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا، قزوین، ایران؛ s.keyvan@gmail.com

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۲۵
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۰۳

کلمات کلیدی:
آنالیز ارتعاش آزاد
سازه‌های شناور بسیار بزرگ
روش اجزاء محدود
نرم‌افزار ABAQUS

چکیده

ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ دایره‌ای شکل با استفاده از روش اجزاء محدود و بر مبنای تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول بررسی شده است. با توجه به اینکه این سازه‌ها به صورت ورق الاستیک با لبه‌های آزاد مدل می‌شوند، ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای ابتدا در تماس با هوا (ورق خشک) بررسی شده و فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی ورق با استفاده از کدنویسی MATLAB و همچنین نرم‌افزار ABAQUS محاسبه شده است. سپس ورق دایره‌ای در تماس با آب (ورق خیس) در نظر گرفته شده و اثر حضور آب بر روی ارتعاش ورق، با لحاظ شدن اثر جرم افزوده برای ورق و با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS بررسی شده است. همخوانی نتایج حاضر با نتایج مطالعات انجام شده قبلی، دقت مدل اجزاء محدود بکار رفته جهت تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ را تأیید می‌کند.

Free Vibration Analysis of Very Large Circular Floating Structures by Finite Element Method

Azamosadat Ghomi[1], Keyvan Sadeghi[2*]

[1] MSc. Offshore Engineering, Hormozgan University; azam_ghomi69@yahoo.com
[2] Assistant Professor, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Qazvin, Iran; keyvan.sadeghi@bzte.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:
Received: 15 May. 2017
Accepted: 23 Jan. 2018

Keywords:
Free Vibration Analysis
Very Large Floating Structure
Finite Element Method
ABAQUS Software

ABSTRACT

Using finite element method, free vibration of very large circular floating structures is investigated based on the first order shear deformation theory. The very large floating structure is modeled as an elastic plate with free edges. The free vibration of a circular plate in contact with air (the dry plate) is investigated and the natural frequencies and mode shapes of the plate are determined using a code written in MATLAB as well as with ABAQUS software. Then a circular plate in contact with water (the wet plate) has been considered. Using ABAQUS software, The effect of the presence of water on vibrating plate is reflected by plate added mass. The good agreement between the present results with those of previous studies approves the accuracy of the applied finite element model for free vibration analysis of very large floating structures.

۱ - مقدمه

در دهه‌های اخیر، بسیاری از کشورهای ساحلی که به دلیل افـزایش جمعیت با مسأله کمبود زمین رو به رو بوده‌اند، به منظور رفـع ایـن مشکل از روش‌های احیای زمین استفاده کرده‌اند. اسـتفاده از روش احیای زمین محدودیت‌ها و مشکلاتی را به دنبال داشته است که از جمله این مشکلات می‌توان به مشکلات اقتصادی و مشکلات زیست محیطی اشاره کرد. برای رفع این مشکلات، مهندسان و طراحان شهری پیشنهاد ساخت سازه‌های شناور بسیار بزرگ را به عنوان جایگزین مناسبی برای روش احیای زمین مطرح نمودند. از سازه‌های شناور بسیار بزرگ می‌توان جهت ساخت فرودگاه، پل، استادیوم ورزشی، مکان‌های تجاری، تفریحی و حتی شهرک‌های شناور استفاده نمود. این سازه‌ها در کشور ما با وجود در اختیار

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

داشتن سواحل طولانی در شمال و جنوب، تاکنون جایگاهی نداشته‌اند. اگرچه کشور ما از لحاظ اراضی غنی است اما می‌توان از سازه‌های شناور بسیار بزرگ جهت ساخت مکان‌های تفریحی، تجاری و تأسیسات بندرگاهی استفاده نمود.

در سازه‌های شناور بسیار بزرگ به دلیل بزرگ بودن نسبت بعد مشخصه (طول یا قطر) به عمق (ضخامت) ، انعطاف‌پذیری سازه بالا است. در نتیجه تحلیل رفتار هیدروالاستیک سازه حائز اهمیت است. در آنالیز هیدروالاستیک، این سازه‌ها به صورت یک ورق با مرزهای آزاد مدل می‌شوند [۱]. بررسی ارتعاش آزاد ورق و تعیین فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی آن در دو حالت تماس با هوا و تماس با سیال آب، یک گام اساسی در آنالیز هیدروالاستیک سازه‌های شناور بسیار بزرگ است.

فرکانس طبیعی سازه در تماس با آب کمتر از فرکانس طبیعی سازه در تماس با هوا است. در واقع اثر حضور سیال سنگین مانند آب در اطراف سازه، از طریق اضافه شدن جرم افزوده[1] به جرم سازه باعث کاهش فرکانس طبیعی سازه می‌شود.

وانگ و همکارانش [۱] فرکانس‌های طبیعی، اشکال مودی و برآیندهای تنش یک ورق دایره‌ای با مرزهای آزاد را با استفاده از روش تحلیلی دقیق محاسبه نمودند. وو و همکارانش [۲] از روش حداقل مربعات اختلاف محدود برای دست‌یابی به فرکانس‌های طبیعی، اشکال مودی و برآیندهای تنش مودال ورق‌های دایره‌ای، بیضی و مثلثی شکل استفاده کردند. آنها آنالیز ورق را بر مبنای تئوری ورق کرکاف[2] و در شرایط مرزی آزاد بررسی نمودند. وانگ و همکارانش [۳] برای تحلیل مسأله ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ، از دو ورق مستطیلی و دایره‌ای با مرزهای آزاد استفاده نمودند. آنها فرکانس‌های طبیعی، اشکال مودی و برآیندهای تنش دو ورق مستطیلی و دایره‌ای را با استفاده از روش حداقل مربعات اختلاف محدود به دست آوردند. سرتر یالکین و همکارانش [۴] ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای نازک با تکیه‌گاه گیردار، ساده و شرایط مرزی آزاد را بر پایه تئوری ورق کرکاف بررسی کردند. آنها برای حل مسأله از یک راه حل نیمه تحلیلی- عددی استفاده نمودند. شجاعی و همکارانش [۵] برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی ورق‌های نازک با هندسه‌های متفاوت و شرایط مرزی مختلف از روش هم‌هندسی استفاده کردند. اِمبیلی و کواک [۶] برای تخمین فرکانس‌های طبیعی یک ورق دایره‌ای که از یک طرف با سیال در تماس است، از روش‌های تحلیلی مانند استفاده از سری فوریه- بسل و از روشهای عددی مانند روش ریلی- ریتز استفاده نمودند. کواک و اِمبیلی [۷] فرکانس‌های طبیعی ورق حلقوی که با شرایط مرزی آزاد و به صورت مستغرق در آب در حال ارتعاش است را با استفاده از روش‌های تئوری و تجربی به دست آوردند. کواک و هان [۸] اثر عمق آب بر روی ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای نازک شناور در سطح آزاد آب را مورد بررسی قرار دادند. آنها به منظور ساده‌سازی مسأله مقدار مرزی از تکنیک انتقال هنکل و به منظور حل معادلات انتگرال دوهامل از سری تیلور- بسل استفاده کردند. واتانابه و همکارانش [۹] آنالیز هیدروالاستیک سازه‌های شناور بسیار بزرگ دایره‌ای شکل نوع پانتونی را بررسی کردند. آنها مسأله اندرکنش سازه و سیال را براساس روش مودال در حوزه فرکانس تحلیل نمودند. تریوردیلو و همکارانش [۱۰] ارتعاش آزاد نامتقارن ورق دایره‌ای در تماس با سیال تراکم‌ناپذیر را بررسی کردند. آنها جرم اضافی و فرکانس‌های طبیعی ورق نازک کرکاف، با شرایط تکیه‌گاهی گیردار را به دست آوردند. در این مطالعه، دو عملکرد برای محاسبه فرکانس سیستم استفاده شده است: راه حل تحلیلی با به کارگیری سری فوریه- بسل و اعمال فرمول تغییرات به طور همزمان در ورق و سیال. عسکری و همکارانش [۱۱] برای بررسی ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای مغروق در آب، از یک روش تئوری گسترش یافته بهره بردند. در این مطالعه که برای ورق با شرایط مرزی گیردار و آزاد صورت گرفته است، معادلات کوپله حاکم بر ارتعاش هیدروالاستیک ورق و سیال، به صورت همزمان به وسیله یک روش نیمه تحلیلی حل شده است. برای صحت‌سنجی روش استفاده شده، آزمایشات تجربی بر روی دو ورق فولادی به صورت مغروق در آب با شرایط مرزی آزاد صورت گرفته است.

از جمله اشکال هندسی مناسب در برابر بارهای محیطی، شکل دایره‌ای است. از اینرو در مقاله حاضر، یک سازه شناور بسیار بزرگ دایره ای در نظر گرفته شده است. فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی ورق دایره‌ای خشک با استفاده از کدنویسی MATLAB به دست آمده و جهت اطمینان از صحت این نتایج، تحلیل مشابهی با نرم‌افزار ABAQUS صورت گرفته و فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی ورق خشک با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS نیز محاسبه شده است. فرکانس‌های طبیعی به دست آمده برای ورق دایره‌ای خشک با نتایج دقیق مطالعات انجام شده قبلی مقایسه شده است. فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی برای ورق دایره‌ای خیس با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS محاسبه شده و درصد کاهش فرکانس‌های طبیعی ورق خیس نسبت به فرکانس‌های طبیعی ورق خشک تعیین شده است. به منظور اعتبارسنجی روش استفاده شده جهت بررسی ارتعاش آزاد ورق خیس، از نتایج تجربی و عددی مطالعات انجام شده قبلی استفاده شده است. بررسی ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای در تماس با سیال آب بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول با استفاده از روش اجزاء محدود در این مقاله صورت گرفته است.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

۲- تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول

در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول[۳] برخلاف تئوری ورق کرکاف، اثرات تغییر شکل‌های برشی و اینرسی دورانی در تحلیل ورق لحاظ می‌شوند. در این تئوری، میدان جابه‌جایی مشابه میدان جابه‌جایی در تئوری ورق کرکاف است با این تفاوت که در طول خمش، فرض ساده کننده‌ی عمود باقی ماندن خطوطی که قبل از خمش بر صفحه میانی ورق عمودند، آزاد شده است. در این تئوری میدان تغییر مکان در مختصات اُستوانه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$\begin{aligned} u_r(r,\theta,z,t) &= u(r,\theta,t)+z\,\varphi_r(r,\theta,t)\\ u_\theta(r,\theta,z,t) &= v(r,\theta,t)+z\,\varphi_\theta(r,\theta,t)\\ u_z(r,\theta,z,t) &= w(r,\theta,t) \end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آن u_r، u_θ، u_z به ترتیب تغییر مکان شعاعی، محیطی و عمودی یک نقطه دلخواه از ورق و u، v، w مولفه‌های تغییر مکان تصویر همان نقطه روی صفحه میانی ورق در جهت محورهای r، θ، z هستند. دو پارامتر φ_r و φ_θ چرخش‌های عمود بر صفحه میانی به ترتیب حول محورهای θ و r را بیان می‌کنند. با کنار گذاشتن کرنش‌های ناشی از تغییر شکل‌های محوری u و v، روابط کرنش- جابه‌جایی برای خمش ورق دایره‌ای به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} = z\frac{\partial \varphi_r}{\partial r} \qquad & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0\\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = z\left(\frac{\varphi_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta}\right)\\ \gamma_{r\theta} &= \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}+\frac{\partial u_\theta}{\partial r}-\frac{u_\theta}{r} = z\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_r}{\partial \theta}+\frac{\partial \varphi_\theta}{\partial r}-\frac{\varphi_\theta}{r}\right)\\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r} = \varphi_r+\frac{\partial w}{\partial r}\\ \gamma_{\theta z} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} = \varphi_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} \end{aligned} \qquad (۲)$$

با فرض اینکه ورق مورد بررسی همسانگرد است و قانون تعمیم یافته هوک بر آن صادق است، روابط تنش- کرنش برای ورق به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr}\\ \sigma_{\theta\theta}\\ \sigma_{r\theta}\\ \sigma_{rz}\\ \sigma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\vartheta^2} & \frac{E\vartheta}{1-\vartheta^2} & 0 & 0 & 0\\ \frac{E\vartheta}{1-\vartheta^2} & \frac{E}{1-\vartheta^2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rr}\\ \varepsilon_{\theta\theta}\\ \gamma_{r\theta}\\ \gamma_{rz}\\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} \qquad (۳)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، ϑ نسبت پواسون و G مدول برشی است و رابطه زیر بین آنها برقرار است:

$$G = \frac{E}{2(1+\vartheta)} \qquad (۴)$$

با انتگرال‌گیری از مولفه‌های تنش در راستای ضخامت ورق، برآیندهای تنش به صورت ممان‌های خمشی M_{rr} و $M_{\theta\theta}$، ممان پیچشی $M_{r\theta}$ و نیروهای برشی Q_r و Q_θ، در واحد طول برای یک ورق با ضخامت h به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} M_{rr} &= \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{rr}\, z\, dz \qquad & M_{\theta\theta} &= \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\theta\theta}\, z\, dz\\ M_{r\theta} &= \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{r\theta}\, z\, dz \qquad & Q_r &= k_s \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{rz}\, dz\\ Q_\theta &= k_s \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\theta z}\, dz \end{aligned} \qquad (۵)$$

طبق روابط تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، کرنش‌های برشی عرضی در طول ضخامت ورق ثابت می‌مانند. از اینرو تنش‌های برشی عرضی هم در طول ضخامت ورق ثابت خواهند بود. این موضوع با تقارن تانسور تنش در تضاد است. تفاوت بین تغییرات سهموی تنش برشی عرضی با حالت ثابت تنش برشی عرضی که از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به دست می‌آید، از طریق گنجاندن ضریب تصحیح برش k_s در معادلات نیروهای برشی، جبران می‌شود [۱۲].

با جایگذاری از روابط (۲) و (۳) در روابط (۵)، معادلات برآیندهای تنش- جابه‌جایی به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} M_{rr} &= D\left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial r}+\vartheta\frac{\varphi_r}{r}+\frac{\vartheta}{r}\frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta}\right)\\ M_{\theta\theta} &= D\left(\vartheta\frac{\partial \varphi_r}{\partial r}+\frac{\varphi_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta}\right) \end{aligned}$$

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

$$M_{r\theta}=\frac{Gh^3}{12}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_r}{\partial\theta}+\frac{\partial\varphi_\theta}{\partial r}-\frac{\varphi_\theta}{r}\right) \quad (۶)$$

$$Q_r=k_sGh\left(\varphi_r+\frac{\partial w}{\partial r}\right)$$

$$Q_\theta=k_sGh\left(\varphi_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)$$

که در آنها D سختی خمشی و مقدار آن برابر با عبارت زیر است:

$$D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\vartheta^2\right)} \quad (۷)$$

۳- معادلات حرکت ورق

در مقاله حاضر برای به دست آوردن معادلات حرکت ورق از اصل همیلتون استفاده شده است. اصل همیلتون که براساس کمیت‌های اسکالر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کرنش سیستم است، به صورت زیر قابل بیان است [۱۳]:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}\left(K-U+W\right)dt=0 \quad (۸)$$

که در آن W کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است که در ارتعاش آزاد ورق برابر صفر است.t نیز در رابطه بالا مشخص کننده زمان است. K و U به ترتیب معرف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کرنش سیستم هستند که با روابط زیر بیان می‌شوند:

$$K=\frac{1}{2}\iint_A\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}}\rho\,(\dot{u}_r{}^2+\dot{u}_\theta{}^2+\dot{u}_z{}^2)dz\,r\,dr\,d\theta \quad (۹)$$

$$U=\frac{1}{2}\iint_A\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}}(\sigma_{rr}\varepsilon_{rr}+\sigma_{\theta\theta}\varepsilon_{\theta\theta}+\sigma_{r\theta}\gamma_{r\theta}+\sigma_{rz}\gamma_{rz}+\sigma_{\theta z}\gamma_{\theta z})dz\,dA \quad (۱۰)$$

در روابط بالا A مساحت صفحه میانی ورق قبل از تغییر شکل است. با جایگذاری از میدان جابه‌جایی (۱) در رابطه (۹) و روابط (۲) و (۵) در رابطه (۱۰) و انتگرال‌گیری در راستای ضخامت و همچنین استفاده از قوانین حاکم بر عملگر تغییر مجازی (δ)، معادلات حرکت و شرایط مرزی برای ورق دایره‌ای با مرزهای آزاد به دست می‌آیند. که عبارتند از:

$$\delta w: Q_{r,r}+\frac{1}{r}Q_{\theta,\theta}=\rho h\ddot{w} \quad (۱۱)$$

$$\delta\varphi_r: M_{rr,r}+\frac{1}{r}(M_{r\theta,\theta}-M_{\theta\theta})-Q_r=\frac{1}{12}\rho h^3\ddot{\varphi}_r$$

$$\delta\varphi_\theta: \frac{1}{r}(M_{\theta\theta,\theta}+M_{r\theta})+M_{r\theta,r}-Q_\theta=\frac{1}{12}\rho h^3\ddot{\varphi}_\theta$$

و شرایط مرزی:

$$M_{rr}=0\,,M_{\theta\theta}=0\,,M_{r\theta}=0\,,Q_r=0\,,Q_\theta=0 \quad (۱۲)$$

۴- فرمول‌بندی روش اجزاء محدود

روش اجزاء محدود یک روش مناسب جهت تحلیل رفتار ارتعاشی ورق‌ها با اشکال هندسی متفاوت و با شرایط مرزی مختلف است. در مقاله حاضر به منظور بررسی ارتعاش آزاد ورق با استفاده از روش اجزاء محدود، المان‌های ورق به صورت چهارضلعی ۸ گرهی در نظر گرفته شده‌اند و ماتریس سختی و جرم برای یک المان دلخواه از ورق محاسبه شده است. تغییر مکان عمودی و چرخش‌های عمود بر صفحه میانی ورق در یک نقطه دلخواه از المان در صفحه میانی ورق، با استفاده از توابع شکل، به صورت زیر میانیابی می‌شوند [۱۴]:

$$w=\sum_{i=1}^{8}w_i\,N_i(r,\theta) \qquad \varphi_r=\sum_{i=1}^{8}\varphi_{ri}\,N_i(r,\theta)$$

$$\varphi_\theta=\sum_{i=1}^{8}\varphi_{\theta i}\,N_i(r,\theta) \quad (۱۳)$$

که N_i تابع شکل مربوط به گره i بوده و در مقاله حاضر از نوع توابع میانیابی لاگرانژ انتخاب شده است. w_i، $\varphi_{r\,i}$ و $\varphi_{\theta\,i}$ به ترتیب مقادیر جابه‌جایی و چرخش‌های عمود بر صفحه میانی گره i هستند.

براساس روابط کرنش- جابه‌جایی و روابط (۱۳)، کرنش‌های خمشی و برشی المان که به ترتیب با نماد ε_f و ε_s مشخص شده‌اند، به صورت زیر قابل بیان‌اند:

$$\{\varepsilon_f\}=\sum_{i=1}^{8}\left[B_{fi}\right]\{d_i\}$$

$$\{\varepsilon_s\}=\sum_{i=1}^{8}\left[B_{si}\right]\{d_i\} \quad (۱۴)$$

بردار d_i نشان دهنده بردار تغییر مکان گره‌ای است. ماتریس‌های کرنش- جابه‌جایی خمشی و برشی که به ترتیب با $\left[B_f\right]$ و $\left[B_S\right]$ نمایش داده می‌شوند، به صورت زیر به دست می‌آیند:

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

$$\left[B_{fi}\right]=\begin{bmatrix}0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0\\ 0 & \frac{1}{r}N_i & \frac{1}{r}\frac{\partial N_i}{\partial \theta}\\ 0 & \frac{1}{r}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} & \frac{\partial N_i}{\partial r}-\frac{N_i}{r}\end{bmatrix}$$

$$\left[B_{si}\right]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_i}{\partial r} & N_i & 0\\ \frac{1}{r}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} & 0 & N_i\end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

با استفاده از تغییر مجازی انرژی پتانسیل کرنش می‌توان رابطه ماتریس سختی را به صورت رابطه زیر به دست آورد:

$$\left[K^e\right]=\left[K_f^e\right]+\left[K_s^e\right]=\iint_{A_e}\left(\left[B_f\right]^T\left[D_f\right]\left[B_f\right]\right)dA + \iint_{A_e}\left(\left[B_s\right]^T\left[D_s\right]\left[B_s\right]\right)dA \qquad (۱۶)$$

در رابطه (۱۶) ماتریس اول از سمت چپ نشان دهنده ماتریس سختی خمشی و ماتریس دوم نشان دهنده مانریس سختی برشی است. ماتریس‌های D_f و D_s که به ترتیب نشان دهنده صلبیت خمشی و صلبیت برشی هستند به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$\left[D_f\right]=\begin{bmatrix}\frac{Eh^3}{12\left(1-\vartheta^2\right)} & \frac{Eh^3\vartheta}{12\left(1-\vartheta^2\right)} & 0\\ \frac{Eh^3\vartheta}{12\left(1-\vartheta^2\right)} & \frac{Eh^3}{12\left(1-\vartheta^2\right)} & 0\\ 0 & 0 & \frac{Gh^3}{12}\end{bmatrix}$$

$$\left[D_s\right]=\begin{bmatrix}K_sGh & 0\\ 0 & K_sGh\end{bmatrix} \qquad (۱۷)$$

مساحت المان به کمک مختصات محلی به صورت زیر قابل بیان است:

$$dA=\left|J\right|d\xi d\eta \qquad (۱۸)$$

که در آن $\left|J\right|$ دترمینان ماتریس ژاکوبین است. ماتریس ژاکوبین برای یک المان دلخواه ۸ گرهی از ورق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left[J\right]=\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi}\\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta}\end{bmatrix}= \begin{bmatrix}\frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi}\\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\\ x_3 & y_3\\ \cdots & \cdots\\ \cdots & \cdots\\ x_8 & y_8\end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

در رابطه (۱۶) ماتریس سختی برای یک المان دلخواه از ورق، براساس مختصات کلی r و θ مشخص شده است. با جایگذاری رابطه (۱۸) در رابطه (۱۶)، ماتریس سختی براساس مختصات محلی ξ و η به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left[K^e\right]=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left[B_f\right]^T\left[D_f\right]\left[B_f\right]\left|J\right|d\xi d\eta + \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left[B_s\right]^T\left[D_s\right]\left[B_s\right]\left|J\right|d\xi d\eta \qquad (۲۰)$$

ماتریس جرم نیز با در نظر گرفتن تغییر مجازی انرژی جنبشی، برای یک المان دلخواه از ورق دایره‌ای براساس مختصات محلی به صورت رابطه زیر قابل بیان است:

$$\left[M^e\right]=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\rho\left[D_m\right]\left[N\right]^T\left[N\right]\left|J\right|d\xi d\eta \qquad (۲۱)$$

ماتریس $\left[D_m\right]$ در رابطه بالا در زیر داده شده است:

$$\left[D_m\right]=\begin{bmatrix}h & 0 & 0\\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0\\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12}\end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

تئوری‌هایی که در آنها تغییر شکل برشی اعمال می‌شود مانند تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، برای صفحات ضخیم مناسب هستند. اما در تحلیل صفحات نازک امکان رخ دادن پدیده قفل‌شدگی برشی[۴] وجود دارد. برای جلوگیری از پدیده قفل‌شدگی برشی باید از روش‌های انتگرال‌گیری کاهش یافته یا انتگرال‌گیری کاهش یافته انتخابی استفاده نمود [۱۲]. در مقاله حاضر برای جلوگیری از پدیده قفل‌شدگی برشی از روش انتگرال‌گیری کاهش یافته انتخابی استفاده شده است. در این روش برای محاسبه عددی

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

ماتریس سختی خمشی و ماتریس سختی برشی، با استفاده از روش عددی گوس- لژاندر، به ترتیب از انتگرال‌گیری عددی گوس سه نقطه‌ای (۳*۳) و گوس دو نقطه‌ای (۲*۲) استفاده می‌شود.

۵- محاسبه فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی

به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی یک سیستم، تحلیل دینامیکی ارتعاش آزاد نامیرا برای آن سیستم انجام می‌شود. معادله ارتعاش آزاد نامیرای سیستم به صورت زیر است:

$$[M]\{\ddot{d}\}+[K]\{d\}=0 \qquad (۲۳)$$

با فرض هارمونیک بودن بردار تغییر مکان گره‌ای $\{d\}$، خواهیم داشت:

$$\{d\}=\{q\}\sin\omega t \qquad \{\dot{d}\}=\{q\}\omega\cos\omega t$$

$$\{\ddot{d}\}=-\{q\}\omega^2\sin\omega t \qquad (۲۴)$$

با جایگزینی از روابط (۲۴) در معادله حرکت سیستم، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$([K]-\omega^2[M])\{q\}=0 \qquad (۲۵)$$

از این رابطه می‌توان فرکانس‌های طبیعی ω (ریشه دوم مقادیر ویژه) و اشکال مودی $\{q\}$ (بردارهای ویژه) ورق را تعیین کرد.

زمانی که سازه در یک سیال سنگین مانند آب نوسان می‌کند، باید بر اینرسی سیال غلبه کند. در واقع باید نیرو یا گشتاور ناشی از حرکت ذرات سیال در ارتعاش سیستم لحاظ شود. بنابراین در ارتعاش یک سازه در تماس با سیال آب، اثر حضور سیال به صورت جرم افزوده در معادله ارتعاش آزاد سیستم در نظر گرفته می‌شود. معادله ارتعاش آزاد نامیرا برای سازه قرار گرفته در تماس با یک سیال سنگین، به صورت زیر با اصلاح ترم اینرسی بیان می‌شود:

$$\left(([K]-\omega^2([M]+[M_a])\right)\{q\}=0 \qquad (۲۶)$$

که در آن $[M_a]$ نشان دهنده ماتریس جرم افزوده سازه است.

۶- مدل‌سازی ورق

مشخصات هندسی و سازه‌ای یک مدل باید به گونه‌ای باشد که نتایج شبیه سازی، بیان کننده رفتار سازه‌ی واقعی باشد. مهم ترین ویژگی سازه‌های شناور بسیار بزرگ، رفتار هیدروالاستیک آنها است. و تاثیرگذارترین پارامتر در این زمینه، سختی خمشی این سازه‌ها است که باید به صورت الاستیک عمل کند. نسبت سختی خمشی در مدل و سازه واقعی به صورت زیر است [۱۵]:

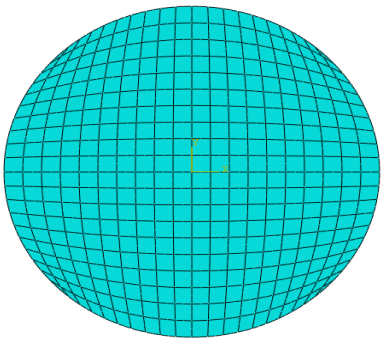
$$EI_m=\alpha^5 EI_f \qquad (۲۷)$$

در رابطه بالا α نسبت مقیاس، زیرنویس m نشان دهنده سازه مدل شده و زیرنویس f نشان دهنده سازه واقعی است. پارامتر I نیز بیان کننده ممان اینرسی مقطع سازه است. در مقاله حاضر، نسبت مقیاس $1/300$ در نظر گرفته شده است.

ابعاد یک سازه شناور بسیار بزرگ می‌تواند بین ۵۰۰ تا ۵۰۰۰ متر برای طول، ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ متر برای عرض و ۲ تا ۱۰ متر برای ضخامت تغییر کند [۱۶]. اگر فرض کنیم که شعاع سازه شناور بسیار بزرگ دایره‌ای مسأله حاضر بین ۵۰۰ تا ۵۰۰۰ متر و ضخامت آن بین ۲ تا ۱۰ متر تغییر کند. بنابراین براساس رابطه (۲۷)، اگر شعاع ورق مدل‌سازی شده برابر با ۱ متر در نظر گرفته شود، با توجه به اینکه α برابر با $1/300$ لحاظ شده است، بنابراین ضخامت ورق می‌تواند بین ۰/۰۰۱۲ تا ۰/۰۱۲۷ متر تغییر کند.

۷- تحلیل ارتعاش ورق در تماس با هوا

در این قسمت فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی ورق دایره‌ای با شرایط مرزی کاملاً آزاد و در تماس با هوا به دست آمده‌اند. ورق دایره‌ای با شعاع ۱ متر، از جنس فولاد با چگالی ۸۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگا پاسکال و نسبت پواسون ۰/۳ فرض شده است. به منظور شبکه‌بندی ورق دایره‌ای، از شبکه‌بندی ورق دایره‌ای بکار رفته توسط شجاعی و همکارانش [۵] استفاده شده است. در شکل ۱ نحوه شبکه‌بندی ورق دایره‌ای نشان داده شده است. تعداد المانها در این شبکه ۴۰۰ المان است.



شکل ۱- نحوه شبکه بندی ورق دایره‌ای

فرکانس طبیعی برای ورق دایره‌ای با سه ضخامت ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر به ترتیب در جدول‌های ۱، ۲ و ۳ بیان شده است. فرکانس‌های طبیعی در این جداول به صورت بدون بعد (پارامتر فرکانس) داده شده‌اند. فرکانس طبیعی برای ورق دایره‌ای با شعاع R، ضخامت h و چگالی ρ به صورت زیر بی بعد شده است [۱]:

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

$$\lambda = \omega R^2 \sqrt{\frac{\rho \times h}{D}} \qquad (۲۸)$$

جهت اطمینان از صحت نتایج کدنویسی، تحلیل مشابهی با نرم‌افزار ABAQUS صورت گرفته و نتایج این تحلیل نیز در جدول‌های ۱، ۲ و ۳ آورده شده است. برای اعتبارسنجی نتایج حاضر (نتایج کدنویسی MATLAB و نتایج نرم‌افزار ABAQUS) از نتایج دقیق مطالعه وانگ و همکارانش [۱] استفاده شده است.

جدول ۱- پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۰۵ متر

مود	پارامتر فرکانس		
	حاضر (کدنویسی)	حاضر (ABAQUS)	دقیق [۱]
۴	۵/۳۵۶۵	۵/۳۵۶۶	۵/۳۵۶۵۵
۵	۵/۳۵۶۵	۵/۳۵۶۶	۵/۳۵۶۵۵
۶	۹/۰۰۲۹	۹/۰۰۲۹	۹/۰۰۲۷۹
۷	۱۲/۴۳۲۶	۱۲/۴۳۲۹	۱۲/۴۳۲
۸	۱۲/۴۳۲۶	۱۲/۴۳۲۹	۱۲/۴۳۲
۹	۲۰/۴۷۱۳	۲۰/۴۷۱۵	۲۰/۴۶۹۸
۱۰	۲۰/۴۷۱۳	۲۰/۴۷۱۵	۲۰/۴۶۹۸
۱۱	۲۱/۸۲۱۰	۲۱/۸۲۱۱	۲۱/۸۱۸۸
۱۲	۲۱/۸۲۱۰	۲۱/۸۲۱۱	۲۱/۸۱۸۸

فرکانس طبیعی برای سه مود اول ارتعاش که بیان کننده حرکت جسم صلب هستند، برابر صفر است.

جدول ۲- پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۱ متر

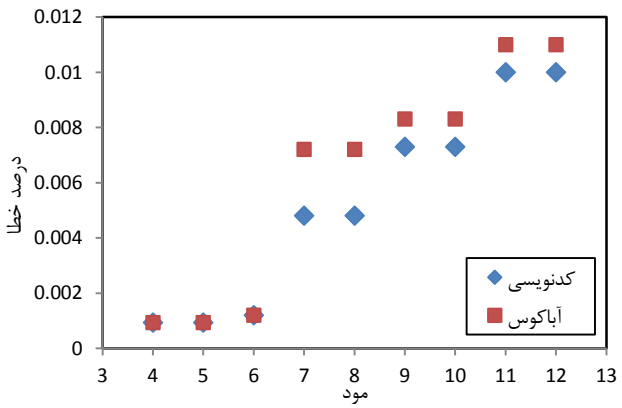
مود	پارامتر فرکانس		
	حاضر (کدنویسی)	حاضر (ABAQUS)	دقیق [۱]
۴	۵/۳۵۴۸	۵/۳۵۴۸	۵/۳۵۴۵۳
۵	۵/۳۵۴۸	۵/۳۵۴۸	۵/۳۵۴۵۳
۶	۹/۰۰۱۵	۹/۰۰۲۰	۹/۰۰۱۷۵
۷	۱۲/۴۲۴	۱۲/۴۲۴	۱۲/۴۲۳۷
۸	۱۲/۴۲۴	۱۲/۴۲۴	۱۲/۴۲۳۷
۹	۲۰/۴۶۲۸	۲۰/۴۶۲۴	۲۰/۴۶۱۳
۱۰	۲۰/۴۶۲۸	۲۰/۴۶۲۴	۲۰/۴۶۱۳
۱۱	۲۱/۸۰۱۲	۲۱/۸۰۰	۲۱/۷۹۸۳
۱۲	۲۱/۸۰۱۲	۲۱/۸۰۰	۲۱/۷۹۸۳

جدول ۳- پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۱ متر

مود	پارامتر فرکانس		
	حاضر (کدنویسی)	حاضر (ABAQUS)	دقیق [۱]
۴	۵/۲۷۸۴	۵/۲۷۸۴	۵/۲۷۸۲۲
۵	۵/۲۷۸۴	۵/۲۷۸۴	۵/۲۷۸۲۲
۶	۸/۸۶۸۷	۸/۸۶۸۷	۸/۸۶۸۷۷
۷	۱۲/۰۶۶۲	۱۲/۰۶۷۱	۱۲/۰۶۶۷
۸	۱۲/۰۶۶۲	۱۲/۰۶۷۱	۱۲/۰۶۶۷
۹	۱۹/۷۱۵	۱۹/۷۱۷۴	۱۹/۷۱۶۵
۱۰	۱۹/۷۱۵	۱۹/۷۱۷۴	۱۹/۷۱۶۵
۱۱	۲۰/۸۱۰۴	۲۰/۸۱۰	۲۰/۸۰۸۹
۱۲	۲۰/۸۱۰۴	۲۰/۸۱۰	۲۰/۸۰۸۹

سازه‌هایی که تقارن سیکلی دارند، دارای دو نوع بردار ویژه هستند: بردار ویژه منفرد و بردار ویژه جفت. فرکانس‌های طبیعی مربوط به بردارهای ویژه جفت، با هم برابر هستند. سازه‌هایی مانند سازه‌های دایره‌ای شکل که تقارن سیکلی دارند، دارای دو نوع مود هستند: مود متقارن و مود نامتقارن. مودهای متقارن، مودهایی هستند که تغییر شکل عمودی سازه در آن مودها، برای تمامی گره‌هایی که فاصله یکسانی از مرکز سازه دارند، برابر است. مودهای متقارن دارای بردار ویژه منفرد هستند. در حالی که بردار ویژه برای مودهای نامتقارن به صورت جفت است [۱۷]. در مسأله حاضر نیز به دلیل اینکه ورق بررسی شده دارای تقارن سیکلی است، مودهای نامتقارن در تحلیل ارتعاش آزاد ورق، دارای بردارهای ویژه جفت بوده و فرکانس‌های طبیعی مربوط به بردارهای ویژه جفت با هم برابر هستند. بنابراین فرکانس‌های طبیعی مربوط به مودهای نامتقارن در جدول‌های ۱ تا ۳ دو بار تکرار شده‌اند.

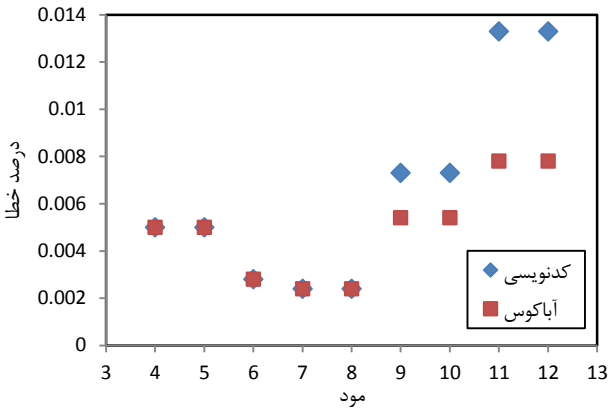
درصد خطا بین نتایج حاضر (نتایج کدنویسی MATLAB و نتایج ABAQUS) و نتایج دقیق مطالعه وانگ و همکارانش [۱] برای ورق با ضخامت ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر به ترتیب در شکل ۲، ۳ و ۴ نشان داده شده است.



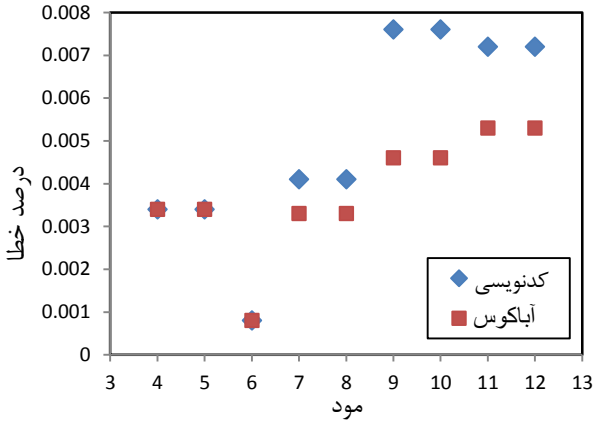
شکل ۲- درصد خطا پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۰۵ متر

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]



شکل ۳- درصد خطا پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۱ متر



شکل ۴- درصد خطا پارامتر فرکانس ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۱ متر

اختلاف بین نتایج کدنویسی و نتایج آباکوس در شکل های ۲ تا ۴ به دلیل تفاوت در تعداد ارقام اعشاری لحاظ شده در دو روش است. اشکال مودی مربوط به مود چهارم تا دوازدهم ارتعاش ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۱ متر در شکل ۵ نشان داده شده است.

۸- تحلیل ارتعاش ورق در تماس با آب

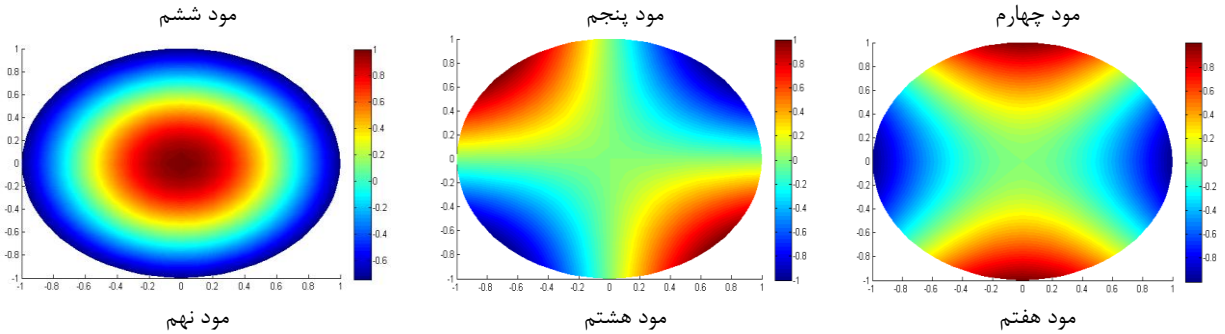
ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای در تماس با آب، با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS بررسی شده است. جهت بررسی ارتعاش آزاد ورق خیس، اثر حضور سیال بر روی ارتعاش سازه به صورت فشار آکوستیکی[۵] در مرز مشترک سیال و سازه اعمال شده است [۱۷]. به منظور اطمینان از صحت روش مورد استفاده، مسأله زیر را در نظر می‌گیریم.

۸-۱- مسأله صحت‌سنجی ورق خیس

در این مسأله دو ورق دایره‌ای با شرایط مرزی آزاد، درون تانک‌های آب به صورت مستغرق در حال ارتعاش هستند. این مسأله قبلاً توسط عسکری و همکارانش [۱۱] تحلیل شده است. در اینجا ارتعاش آزاد دو ورق دایره‌ای مستغرق در آب با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS بررسی شده و فرکانس‌های طبیعی برای دو ورق به دست آمده و با نتایج تجربی و عددی مطالعه [۱۱] مقایسه شده‌اند. ورق‌های دایره‌ای با المان غیرخطی S8R و آب با المان آکوستیک شش وجهی AC3D20 شبکه‌بندی شده‌اند. برای در نظر گرفتن اندرکنش در سطح مشترک سازه و سیال، این دو سطح با استفاده از اتصال Tie به یکدیگر متصل شده‌اند. بدین ترتیب در سطح مشترک، تغییر مکان‌های سازه‌ای ورق به فشارهای آکوستیک شبکه سیال، که به حرکت ذرات سیال مربوط هستند، مرتبط می‌شوند. مشخصات دو ورق دایره‌ای و تانک‌های آب در جدول ۴ آورده شده است.

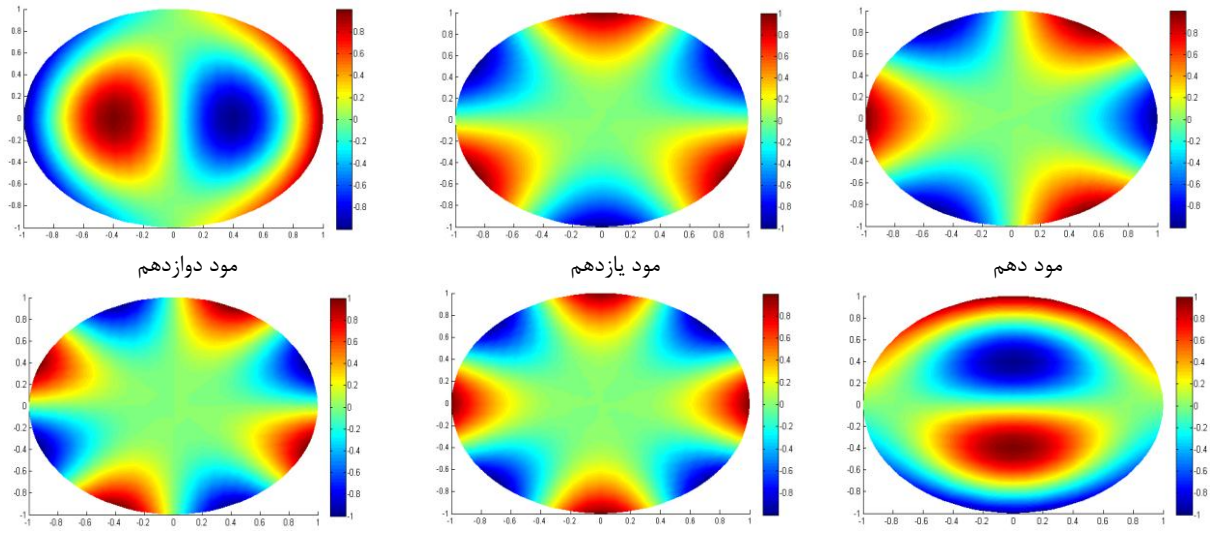
جدول ۴- مشخصات ورقهای مستغرق در آب و مشخصات تانک آب

مشخصات	ورق اول	ورق دوم
شعاع ورق $[m]$	۰/۱۷۵	۰/۱۰
ضخامت ورق $[m]$	۰/۰۰۲	۰/۰۰۳
قطر تانک $[m]$	۰/۵	۰/۵
ارتفاع آب بالای ورق $[m]$	۰/۰۶	۰/۰۶۶
ارتفاع آب پایین ورق $[m]$	۰/۱۰۰	۰/۰۹۸
چگالی ورق $[kg/m^3]$	۷۸۰۰	۷۸۰۰
مدول الاستیسیته ورق $[GPa]$	۲۰۷	۲۰۷
نسبت پواسون	۰/۳	۰/۳



[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

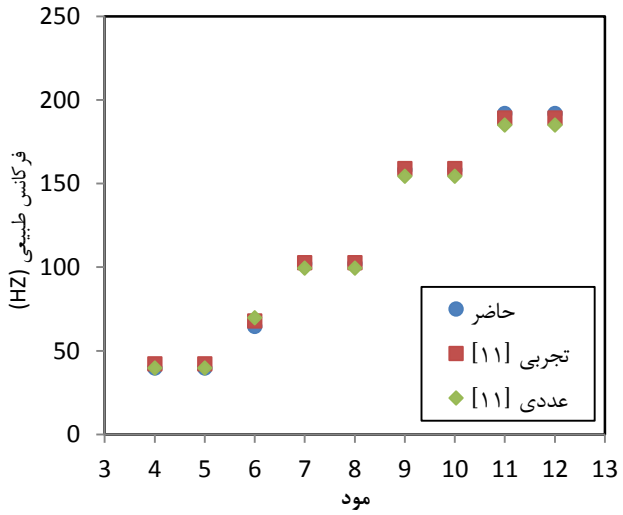
[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]



شکل ۵- اشکال مودی ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۱ متر در تماس با هوا

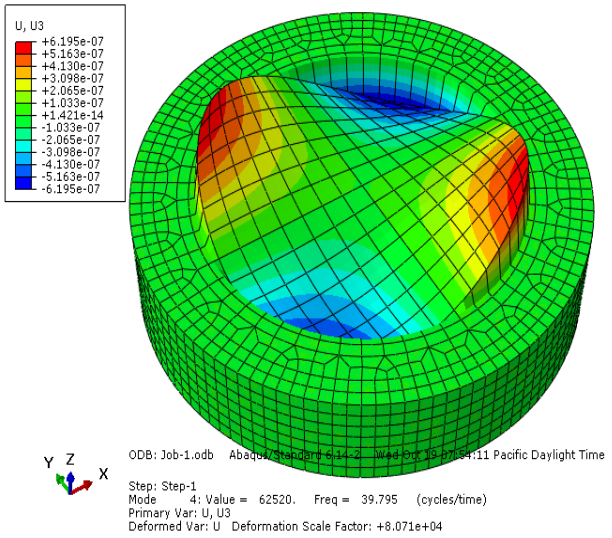
به منظور حل مسأله با استفاده از روش آکوستیکی، آب با چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و مدول بالک[۶] ۲/۲ گیگا پاسکال در نظر گرفته شده است.

فرکانس‌های طبیعی برای ورق دایره‌ای اول با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS به دست آمده و با نتایج تجربی و عددی مطالعه عسکری و همکارانش [۱۱] در شکل ۶ مقایسه شده‌اند.



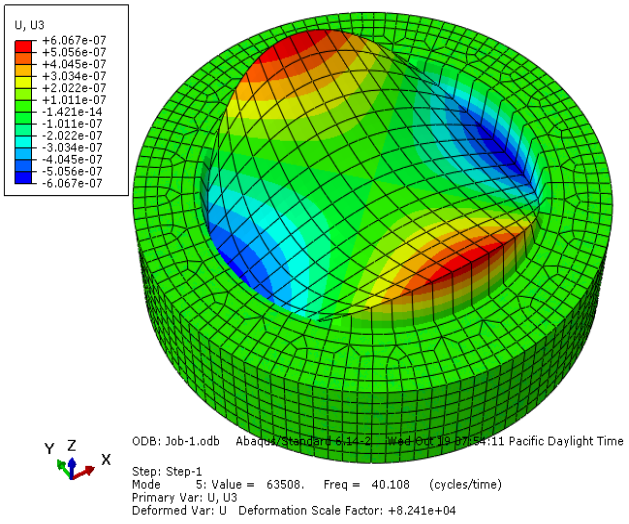
شکل ۶- مقایسه فرکانس طبیعی ورق دایره‌ای (اول) مستغرق در آب

اشکال مودی مربوط به مودهای چهارم تا ششم ارتعاش برای ورق مستغرق اول، در زیر مشخص شده است. در این شکل‌ها نمای آب بالای صفحه به دلیل مشاهده صفحه برداشته شده است اما در محاسبات تأثیر داده شده است.



شکل ۷- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق اول) در مود چهارم

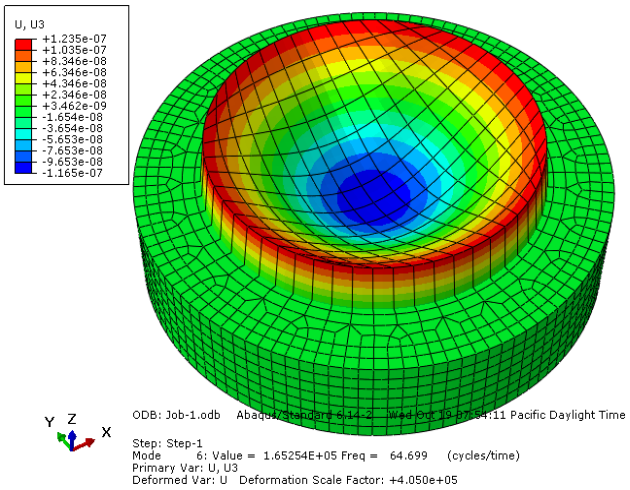
فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده برای ورق دایره‌ای دوم در شکل ۱۰ با نتایج مطالعه [۱۱] مقایسه شده‌اند.



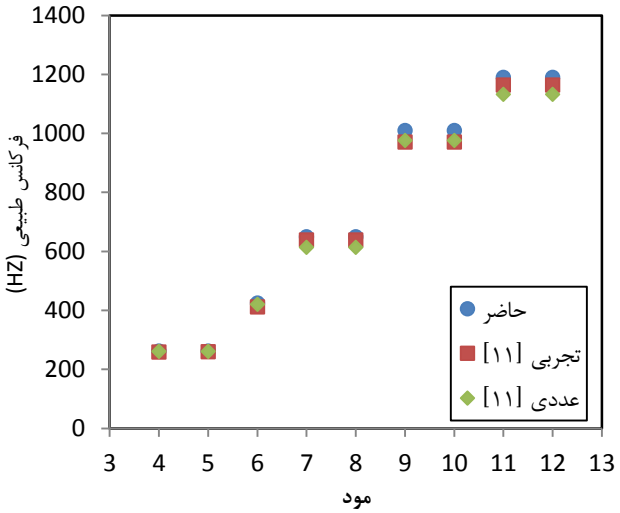
شکل ۸- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق اول) در مود پنجم

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

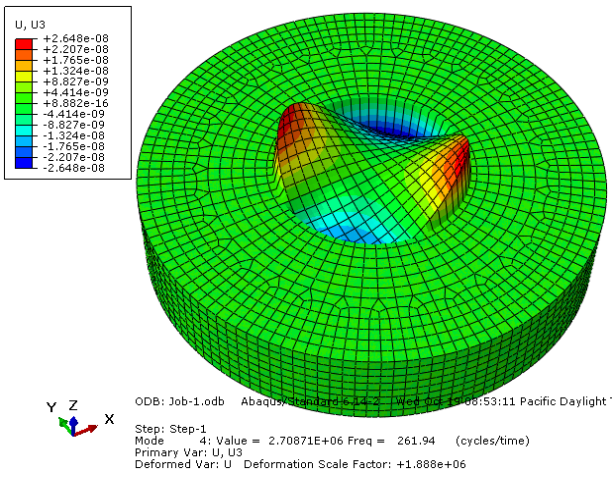


شکل ۹- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق اول) در مود ششم

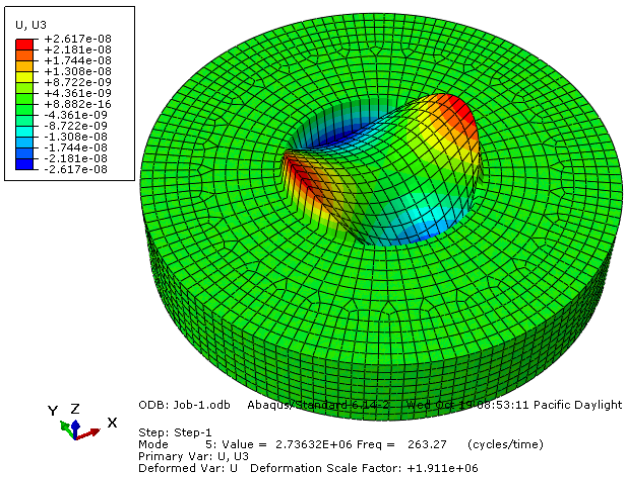


شکل ۱۰- مقایسه فرکانس طبیعی ورق دایره‌ای (دوم) مستغرق در آب

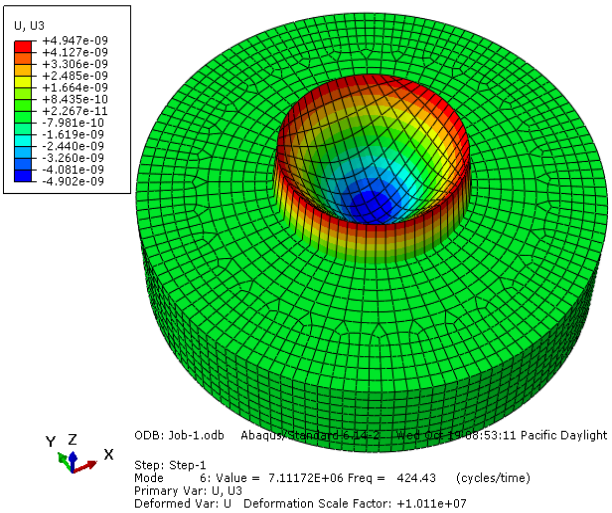
تغییر شکل‌های مربوط به مودهای چهارم تا ششم ارتعاش ورق مستغرق دوم، در زیر مشخص شده است.



شکل ۱۱- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق دوم) در مود چهارم

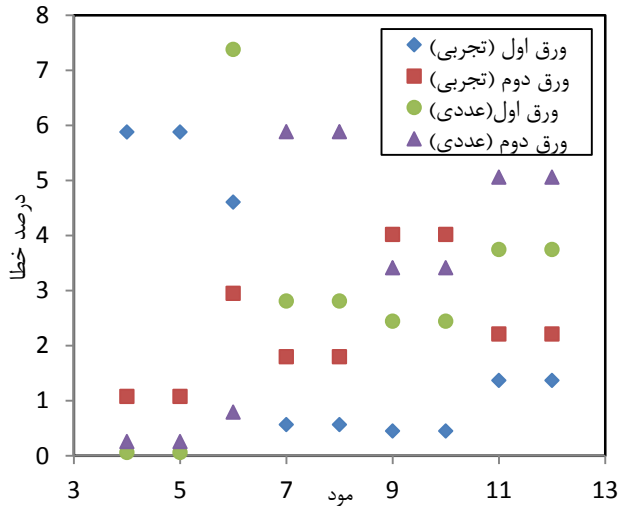


شکل۱۲- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق دوم) در مود پنجم



شکل ۱۳- تغییر شکل ورق مستغرق در آب (ورق دوم) در مود ششم

درصد خطا بین فرکانس‌های طبیعی حاضر (نتایج ABAQUS) با نتایج تجربی و عددی مطالعه [۱۱]، برای دو ورق دایره‌ای مستغرق در آب در شکل ۱۴ نشان داده شده است:



شکل ۱۴- درصد خطا فرکانس طبیعی ورق‌های دایره‌ای مستغرق در آب

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

همانطور که از شکل ۱۴ مشخص است، درصد خطا برای فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای مستغرق در آب، در محدوده قابل قبولی قرار دارد بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش استفاده شده در تحقیق حاضر جهت تحلیل ارتعاش آزاد ورق خیس از دقت قابل قبولی برخوردار است.

۸-۲- تحلیل ارتعاش آزاد ورق شناور در سطح آزاد آب

با مشخص شدن صحت روش استفاده شده برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق خیس، می‌توان به بررسی ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ در تماس با آب پرداخت. برای این منظور، ورق دایره‌ای با شعاع ۱ متر که قبلاً در تماس با هوا بررسی شد، اکنون با همان شرایط قبلی اما به صورت شناور در سطح آزاد آب مدل شده و فرکانس‌های طبیعی برای سه ضخامت متفاوت از ورق (ضخامت ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر) با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS محاسبه شده است.

مانند مسأله قبل، المان ورق از نوع المان غیرخطی Shell و المان سیال از نوع المان شش وجهی آکوستیک AC3D20 در نظر گرفته شده است. نحوه اتصال ورق و آب از نوع اتصال Tie و ویژگی‌های آب نیز همانند مسأله قبل فرض شده است. نحوه شبکه‌بندی ورق دایره‌ای شناور در سطح آزاد مانند شبکه‌بندی ورق دایره‌ای خشک در شکل ۱ است. و تعداد المان‌های ورق خیس نیز برابر با ۴۰۰ المان است. شعاع و ارتفاع مخزن آب به ترتیب برابر ۲ و ۳ متر است. مخزن آب با استفاده از ۱۰۶۳۶۲ المان، شبکه‌بندی شده است. ابعاد مخزن باید تا جایی زیاد شود که افزایش حجم دیگر تغییری بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه ایجاد نکند و جواب‌ها در ابعاد مختلف سیال همگرا شوند. در اینجا به دلیل شناور بودن ورق دایره‌ای در سطح آزاد باید شرایط مرزی سطح آزاد نیز در مدلسازی لحاظ شود. با توجه به صفر بودن سه فرکانس طبیعی اول ورق که نشان دهنده حرکت جسم صلب هستند، فرکانس‌های طبیعی متناظر مودهای چهارم تا دوازدهم برای ورق‌های دایره‌ای با سه ضخامت ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر در جدول ۵ داده شده است.

جدول ۵- فرکانس طبیعی ورق‌های دایره‌ای شناور در سطح آزاد آب

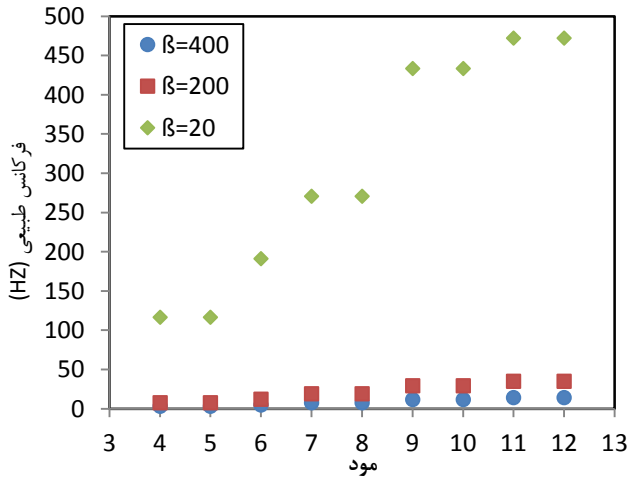
مود	فرکانس طبیعی [HZ]		
	ورق با ضخامت ۰/۰۰۵ متر	ورق با ضخامت ۰/۰۱ متر	ورق با ضخامت ۰/۱ متر
۴	۲/۹۱۵۹	۷/۵۱۳۹	۱۱۶/۳۶
۵	۲/۹۱۵۹	۷/۵۱۳۹	۱۱۶/۳۶
۶	۴/۷۴۴۴	۱۲/۲۰۲	۱۹۱/۰۲
۷	۷/۴۴۳۶	۱۸/۸۴۸	۲۷۰/۸۲
۸	۷/۴۴۳۶	۱۸/۸۴۸	۲۷۰/۸۲
۹	۱۱/۵۵۵	۲۹/۳۳۲	۴۳۳/۲۱
۱۰	۱۱/۵۵۵	۲۹/۳۳۲	۴۳۳/۲۱
۱۱	۱۳/۹۶۹	۳۴/۸۷۸	۴۷۲/۰۲
۱۲	۱۳/۹۶۹	۳۴/۸۷۸	۴۷۲/۰۲

همانطور که قبلاً بیان شد فرکانس طبیعی ورق در تماس با آب کمتر از فرکانس طبیعی ورق در تماس با هوا است. درصد کاهش فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای (با سه ضخامت ۰/۰۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۱ متر) شناور در سطح آزاد آب نسبت به فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای در تماس با هوا (محاسبه شده با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS) در جدول ۶ مشخص شده است.

جدول ۶- درصد کاهش فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای خیس نسبت به فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای خشک

مود	درصد کاهش فرکانس طبیعی		
	ورق با ضخامت ۰/۰۰۵ متر	ورق با ضخامت ۰/۰۱ متر	ورق با ضخامت ۰/۱ متر
۴	۵۴/۷۹۰	۴۱/۷۳۰	۸/۴۵۷
۵	۵۴/۷۹۰	۴۱/۷۳۰	۸/۴۵۷
۶	۵۶/۲۳۲	۴۳/۷۱۳	۱۰/۵۵۹
۷	۵۰/۲۷۷	۳۷/۰۰۳	۶/۸۰۳
۸	۵۰/۲۷۷	۳۷/۰۰۳	۶/۸۰۳
۹	۵۳/۱۲۲	۴۰/۴۷۴	۸/۷۶۳
۱۰	۵۳/۱۲۲	۴۰/۴۷۴	۸/۷۶۳
۱۱	۴۶/۸۳۳	۳۳/۵۶۲	۵/۸۰۹
۱۲	۴۶/۸۳۳	۳۳/۵۶۲	۵/۸۰۹

اگر نسبت شعاع سازه شناور بسیار بزرگ به شعاع ورق مدل شده را ثابت در نظر بگیریم. و β نسبت ضخامت سازه شناور بسیار بزرگ واقعی به ضخامت ورق مدل شده باشد. با فرض اینکه ضخامت سازه شناور بسیار بزرگ ۲ متر باشد. مقادیر فرکانس طبیعی برای مودهای اول تا دوازدهم بر حسب βهای مختلف در شکل ۱۵ مشخص شده است.



شکل ۱۵- فرکانس‌های طبیعی بر حسب β های مختلف

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]

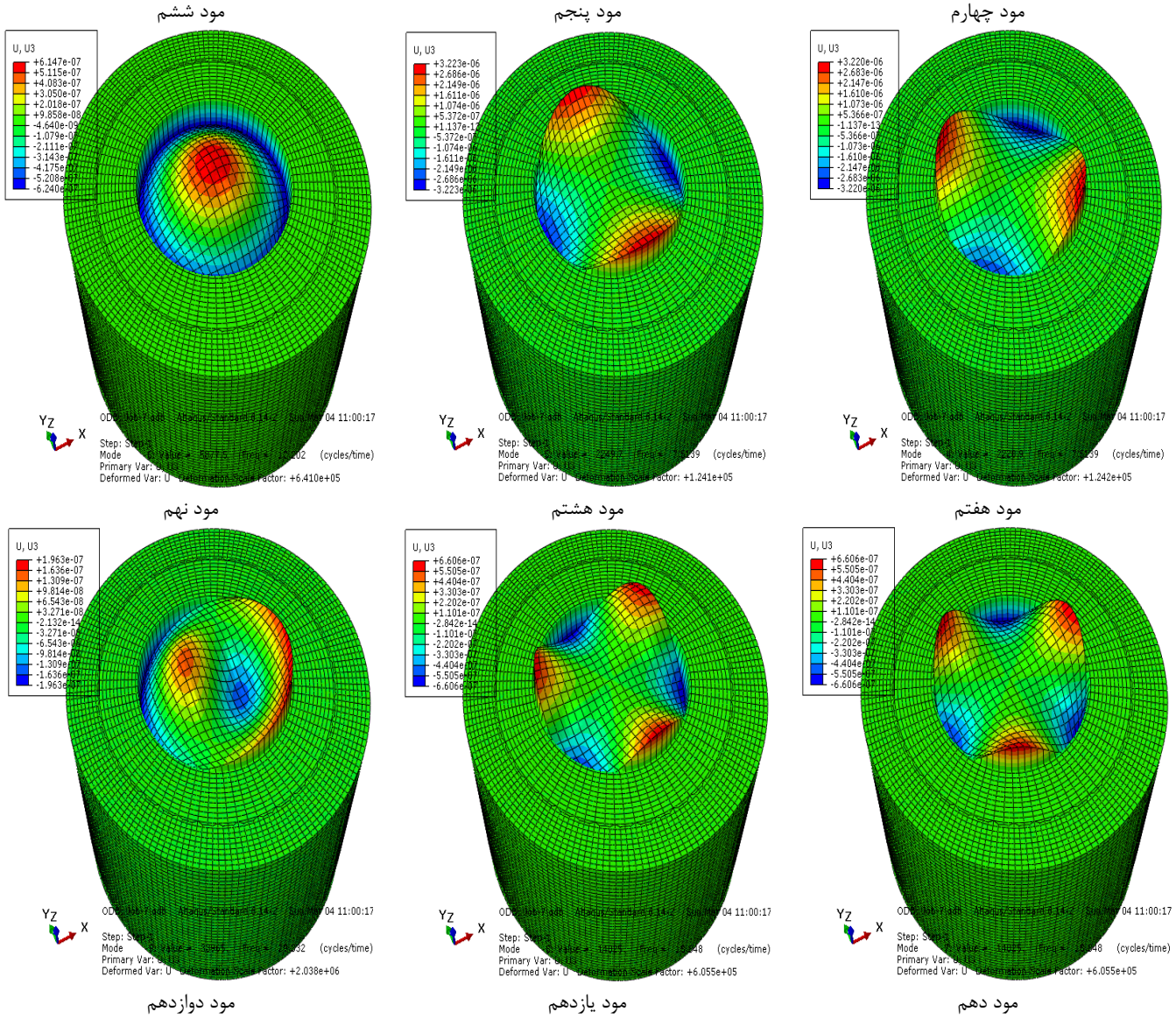
همانطور که از شکل ۱۵ مشخص است با زیاد شدن مقدار β (نسبت ضخامت سازه شناور بسیار بزرگ واقعی به ضخامت ورق مدل شده) مقدار فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد.

اشکال مودی ورق دایره‌ای (با ضخامت ۰/۰۱ متر) شناور در سطح آزاد برای مود چهارم تا دوازدهم در شکل ۱۶ نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۱۶ مشخص است، اشکال مودی ورق دایره‌ای در تماس با آب تقریباً مشابه اشکال مودی ورق در تماس با هوا هستند.

۹- نتیجه‌گیری

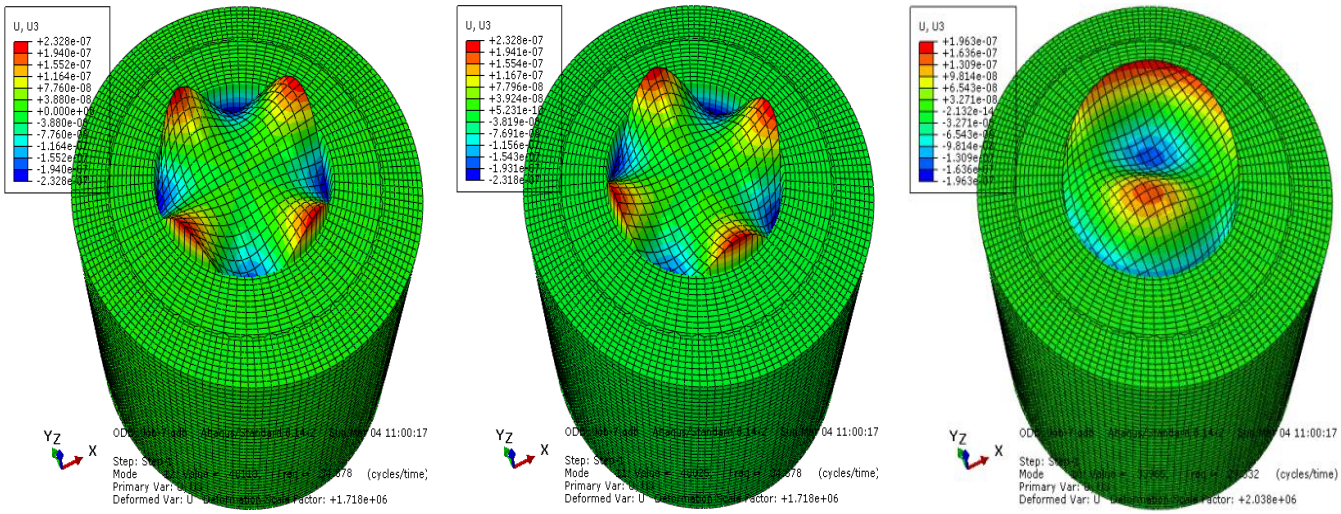
در مقاله حاضر به منظور بررسی ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ دایره‌ای شکل، ورق دایره‌ای با شرایط مرزی آزاد و با شعاع ۱ متر در نظر گرفته شده و ارتعاش آزاد این ورق دایره‌ای (برای سه ضخامت متفاوت از ورق) با استفاده از روش اجزاء محدود بررسی شده است. ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای در تماس با هوا با استفاده از کدنویسی MATLAB و همچنین با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS مورد بررسی قرار گرفته است. ارتعاش آزاد ورق دایره‌ای در تماس با سیال آب نیز با در نظر گرفتن جرم افزوده برای ورق و با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS محاسبه شده است. همخوانی نتایج به دست آمده برای ورق دایره‌ای خشک و خیس، با نتایج دقیق، تجربی و عددی مطالعات انجام شده قبلی نشان می‌دهد که بررسی ارتعاش آزاد سازه‌های شناور بسیار بزرگ با استفاده از روش اجزاء محدود از دقت قابل قبولی برخوردار است. درصد کاهش فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای شناور در سطح آزاد آب نسبت به فرکانس‌های طبیعی ورق‌های دایره‌ای خشک نیز تعیین شده است.

اشکال مودی برای ورق دایره‌ای در دو حالت تماس با هوا و شناور در سطح آزاد آب مشخص شده است. همانگونه که از بررسی اشکال مودی ورق خشک و خیس مشخص است، اشکال مودی ورق خیس تقریباً مشابه اشکال مودی ورق خشک هستند.



[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]



شکل ۱۶- اشکال مودی ورق دایره‌ای با ضخامت ۰/۰۱ متر در تماس با سیال آب

کلید واژگان

1- Added Mass
2- Kirchhoff
3- First Order Shear Deformation Theory
4- Shear Locking
5- Acoustic Pressure
6- Bulk Modulus

۱۰- مراجع

1- Wang, C.M., Xiang, Y., Watanabe, E., Utsunomiya, T., (2004), *Mode Shapes and Stress-Resultants of Circular Mindlin Plates With Free Edges*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 276, p.511-525.

2- Wu, W.X., Shu, C., Wang, C.M., (2006), *Computation of Modal Stress Resultants For Completely Free Vibrating Plates By LSFD Method*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 297, p.704-726.

3- Wang, C.M., Wu, W.X., Shu, C., Utsunomiya, T., (2006), *LSFD Method For Accurate Vibration Modes and Modal Stress-Resultants of Freely Vibrating Plates That Model VLFS*, Computers & Structures, Vol. 84, p.2329-2339.

4- Serter Yalcin, H., Arikoglu, A., Ozkol, I., (2009), *Free Vibration Analysis of Circular Plates by Differential Transformation Method*, Applied Mathematics and Computation, Vol. 212, p.377-386.

5- Shogaee, S., Izadpanah, E., Valizadeh, N., Kiendl, J., (2012), *Free Vibration Analysis of Thin Plates by Using a NURBS-Based Isogeometric Approach*, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 61, p.23-34.

6- Amabili, M., Kwak, M.K., (1996), *Free Vibrations of Circular Plates Coupled with Liquids: Revising the Lamb Problem*, Journal of Fluids and Structures, Vol. 10, p.743-761.

7- Kwak, M.K., Amabili, M., (1999), *Hydroelastic Vibration of Free-Edge Annular Plates*, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 121, p.26-32.

8- Kwak, M.K., Han, S-B., (2000), *Effect of Fluid Depth on the Hydroelastic Vibration of Free-Edge Circular Plate*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 230(1), p.171-185.

9- Watanabe, E., Utsunomiya, T., Wang, C.M., (2004), *Hydroelastic Analysis of Pontoon-Type VLFS: a Literature Survey*, Engineering Structures, Vol. 26, p.245-256.

10- Tariverdilo, S., Shahmardani, M., Mirzapour, J., Shabani, R., (2013), *Asymmetric Free Vibration of Circular Plate in Contact With Incompressible Fluid*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, p.228-239.

11- Askari, E., Jeong, K., Amabili, M., (2013), *Hydroelastic Vibration of Circular Plates Immersed In a Liquid-Filled Container With Free Surface*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, p.3064-3085.

12- Wang, C.M., Reddy, J.N., Lee, K.H., (2000), *Shear Deformable Beams and Plates: Relationships with Classical Solutions*, First Edition, Elsevier Science Ltd, Oxford.

13- Reddy, J.N., (2002), *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics*, Second Edition, John Wiley and Sons, New Jersey.

14- Reddy, J.N., (2005), *An Introduction to the Finite Element Method*, Third Edition, Mc Graw Hill, New York.

15- Wang, C., Watanabe, E., Utsunomiya, T., (2008), *Very Large Floating Structures*, First Edition, Taylor & Francis, New York.

16-Wikipedia, (2017), Very Large Floating Structures, http://en.wikipedia.org/wiki/very_large_floating_structures, October 26, 2017.

17- Abaqus 6.12 Documentations, Analysis User's Manual, Volume 2.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.26.7.5]