بررسی عوامل عدم‌قطعیت در عملکرد دینامیکی اسکله به‌روش المان محدود اتفاقی با استفاده از مدل ماتریس تصادفی ویشارت

مرتضی بیک‌لریان [۱*]، محمدعلی لطف‌اللهی‌یقین [۲]، محمدحسین امین‌فر [۳]، علیرضا مجتهدی [۴]

[۱] دانشجوی دکترای عمران-سازه‌های دریایی، دانشگاه تبریز، Mrtz_b@yahoo.com
[۲] استاد، دانشگاه تبریز، A_lotfollahi@yahoo.com
[۳] دانشیار، دانشگاه تبریز، Aminfar@tabrizu.ac.ir
[۴] استادیار، دانشگاه تبریز، Mojtahedi@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۲۲
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۵/۱۳
تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۳۱

کلمات کلیدی:
اسکله
عدم‌قطعیت
المان محدود اتفاقی
تابع پاسخ فرکانسی
ماتریس ویشارت

چکیده

مطالعه دقیق رفتار دینامیکی اسکله‌ها، بدلیل کمبود اطلاعات درباره جزءسیستم‌های تشکیل دهنده آنها، بسیار پیچیده است. در مدلسازی سیستم‌های دینامیکی پیچیده نظیر چنین سازه‌هایی، بدلیل وجود عوامل عدم‌قطعیت که تعیین دقیق آنها امکانپذیر نیست، نمی‌توان از روش‌های المان محدود مرسوم استفاده نمود. در این مقاله ضمن مطالعه مدل فیزیکی یک سازه اسکله، وجود عدم‌قطعیت در خصوصیات دینامیکی آن، با استفاده از الحاق تعدادی نوسانگر جرم- فنر به عرشه اسکله بصورت تصادفی شبیه‌سازی شده و برای مطالعه عددی رفتار آن از روش المان محدود اتفاقی استفاده گردیده است. در این راستا از مفهوم توزیع‌های متغیر ماتریس تصادفی برای مدل نمودن خصوصیات دینامیکی سیستم استفاده شده و نهایتاً با مقایسه تابع پاسخ فرکانسی حاصل از آزمایش‌های تجربی و مدلسازی عددی المان محدود اتفاقی، مشاهده گردیده است که تابع چگالی احتمال ماتریس ویشارت به‌طور قابل قبولی پارامترهای عدم‌قطعیت مورد نظر در پاسخ دینامیکی سیستم را ارزیابی و ردگیری می‌کند.

Investigation into the Uncertainty Parameters in Dynamic performance of Pier Stochastic Finite Element Method Using Wishart Random Matrix

Morteza Biklaryan[1*], Mohammad Ali Lotfollahi-Yaghin[2], Mohammad Hossein Aminfar[3], Alireza Mojtahedi[4]

[1] PhD candidate of marine structures, University of Tabriz, Mrtz_b@yahoo.com
[2] Professor, University of Tabriz; A_lotfollahi@yahoo.com
[3] Asociate professor, University of Tabriz, Aminfar@tabrizu.ac.ir
[4] Asistante professor, University of Tabriz, Mojtahedi@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:
Received: 12 Jan. 2014
Accepted: 4 Aug. 2014
Available online: 22 Sep. 2014

Keywords:
Pier
Uncertainty
Stochastic Finite Element
Frequency response function
Wishart matrix

ABSTRACT

Exact dynamic analysis of piers due to lack of information about their constituting sub systems, is very complicated. Ordinary finite element methods cannot be used in modeling of complex dynamic systems such as these structures since many uncertainty factors exist which cannot be identified exactly. In addition to physical modeling of a pier structure, existence of uncertainty in dynamic behavior of the structure is investigated in this article. This investigation is carried out by means of random attachment of number of mass-spring oscillators to deck. Furthermore, stochastic finite element method is implemented for numerical study of its behavior. Random matrix distribution concept is used for modeling of dynamic characteristic of system. And finally, by means of comparison between frequency response function derived from experimental study and numerical modeling of random finite element, it is observed that Wishart matrix probability density function assesses uncertainty parameters in dynamic response of the structure acceptably.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، صنعت ساخت سازه‌های ساحلی از سرعت رشد بالایی برخوردار بوده است و در این میان اجرای سازه‌هایی ثابت متداول‌تر بوده است. اسکله‌ها برای کاربردهای مختلفی از جمله لنگرگاه کشتی‌ها با آبخور کافی، مهاربندی ایمن برای پهلوگیری کشتی‌ها، تامین محل انتقال محموله‌ها و مسافران، ایجاد امکانات لازم جهت انجام فرایندهای تعمیر و نگهداری و سایر فعالیت‌های تخصصی توسعه یافته‌اند. جزئیات بیشتر از این نوع اسکله‌ها را می‌توان در مرجع شماره [۱] یافت.

درحین طوفان‌های بزرگ دریایی که به ساحل برخورد می‌کنند این سازه‌ها غالباً در معرض آسیب‌های شدید و تخریب کلی، قرار دارند. اصل‌اساسی در نگهداری سازه‌های ساحلی همانند هر نوع سازه دیگر اطمینان از عملکرد ایمن در طی طراحی و طول عمر سازه می‌باشد. مشاهده وقوع آسیب‌های ایجاد شده در اسکله‌ها طی حوادث طوفان‌های ساحلی در بخش‌های مختلف دنیا، اهمیت بررسی مسئله تعیین تغییر رفتار دینامیک این نوع سازه‌ها را مشخص‌تر می‌سازد [۲]. اما پیچیدگی این مسئله بدلیل وجود عدم‌قطعیت‌های ناشی از طبیعت تصادفی بارهای هیدرودینامیکی و همچنین عدم‌قطعیت‌های موجود در مسائل اجرایی افزایش می‌یابد [۳].

در تحلیل خطی سیستم‌های دینامیکی پیچیده مانند سازه‌های ساحلی و فراساحلی، عدم‌قطعیت مربوط به مدل بصورت جزء سیستم‌هایی مدل می‌شوند که به شکل تصادفی به سازه اصلی متصل می‌گردند. این عدم‌قطعیت در روش‌های مدلسازی عددی مرسوم در نظر گرفته نمی‌شوند. نمونه‌هایی از این نوع جزء سیستم‌ها عبارتند از بار، لوله‌ها، کابل‌های کنترل، جرثقیل‌های متحرک، امواج و غیره که امکان تعیین کاملاً دقیق مقدار نوسانات احتمالی آنها وجود ندارد [۴-۷].

تحقیقات بر روی سیستم‌های احتمالاتی بصورت وسیعی در تمام حوزه‌های مسائل مهندسی که دارای خواص عدم‌قطعیت می‌باشد، به‌کار برده می‌شود. تئوری عدم‌قطعیت در طی ۳۰ سال اخیر رشد قابل توجهی کرده است. بنابراین مسئله توصیف پارامترهای طراحی با در نظر گرفتن رفتار تصادفی اهمیت روزافزون می‌یابد. هم اکنون روشهای مختلفی برای تحلیل و بازبینی دقیق این نوع مسائل وجود دارد.

مجتهدی و همکاران با به‌کارگیری سیستم منطق فازی به مطالعه تاثیر عوامل عدم‌قطعیت در فرایند عیب‌یابی سازه‌های فراساحلی پرداختند. آنها با استفاده از انجام آنالیز مودال بر روی مدل مقیاس شده یک سازه جکتی، نشان دادند که در نظر گرفتن تاثیر عدم‌قطعیت در مطالعه تجربی و مدلسازی عددی، درصد موفقیت الگوریتم‌های مطالعه رفتار دینامیکی چنین سازه‌هایی را افزایش می‌دهد [۸].

در مسائل مهندسی منشأهای اصلی وجود عدم‌قطعیت را می‌تواند به موارد عدم‌قطعیت‌های موجود در مدلسازی، عدم‌قطعیت‌های فیزیکی و عوامل اجرایی تقسیم‌بندی نمود. بطور کلی، در این روش‌ها وضعیت تصادفی پارامترها بصورت توزیع پراکندگی حول مقادیر مربوط به پارامترهای سیستم معین مدل می‌شوند [۹].

بنابراین بهتر است که عدم‌قطعیت‌های پارامتری موجود در پاسخ سیستم با استفاده از روش‌های آماری مورد بررسی قرار گیرد. اگر اطلاعات آماری قابل توجهی در دسترس باشد پاشیدگی مقادیر پارامترهای مدل را می‌توان با روش‌های احتمالاتی بیان نمود. یک روش محاسباتی جدید برای تحلیل عدم‌قطعیت‌های سازه‌ای استفاده از روش المان محدود اتفاقی می‌باشد. در این روش، در ابتدا توابع چگالی احتمالاتی بر روی داده‌های موجود برازش داده می‌شود و به تبع آن پارامترهای مدلسازی را می‌تواند بصورت متغیر تصادفی نمایش داد [۱۰-۱۷].

در حوزه‌های تصادفی، خواص هندسی و مصالح مدل را می‌توان مطابق با روش‌هایی که جدیداً توسعه داده شده‌اند، مدل نمود. در این راستا قانم و اسپانس روش بسط Karhunen-Loeve را مورد استفاده قرار دادند. چنین روش‌هایی شامل استفاده از فرایند معکوس‌سازی یک ماتریس سیستم تصادفی می‌باشند. آنها بر روی روشی بر اساس بسط سری‌های متعامد در حوزه پاسخ تصادفی مطالعه نمودند و مسئله را بر اساس سری معادلات جبری بیان کردند [۱۸].

از سوی دیگر ماک و شرتر یک روش مودال را پیشنهاد کردند که در آن برای خواص مودال جزء سیستم‌ها یک توزیع احتمالاتی ارائه نموده و نهایتاً عدم‌قطعیت ناشی از خواص مودال کل سیستم را بصورت یک رابطه ارائه نمودند [۱۹]. در پژوهشی دیگر ادهیکاری و سرکار قابلیت استفاده از ماتریس تصادفی ویشارت را مطالعه نمودند. در آن تحقیق آنها با استفاده از یک سیستم نوسانگر جرم- فنر که بصورت تصادفی به زیر یک سازه صفحه طره‌ای شکل متصل می‌گردید، عدم‌قطعیت فیزیکی پارامترهای سازه را مدل کردند [۲۰].

برای تحلیل دینامیکی در محدوده فرکانس پایین، مدلسازی جزء سیستم‌ها، بطور معمول با استفاده از یک سیستم جرمی انجام می‌شود. اگر مدلسازی جزء سیستم در نواحی فرکانس متوسط با استفاده از روش مدلسازی محدوده فرکانسی پایین انجام گیرد، اختلاف قابل توجهی بین محاسبات و آزمایش مشاهده خواهد شد. در این حالت لازم است که درجه آزادی داخلی جزء سیستم نیز در نظر گرفته شود [۲۱]. در حالت کلی اطلاعات دقیق مربوط به پارامترهای چنین جزء سیستم‌هایی در دسترس نمی‌باشد. بنابراین، بدلیل اطلاعات ناکافی درباره خواص هندسی و ساختاری، مقیاس‌های هندسی، مشخصات اتصالات و غیره، مدلسازی چنین سیستم‌هایی با روش معمول المان محدود پیچیده خواهد گردید [۲۲]. در

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

محدوده فرکانس پایین اثر این جزء سیستم‌ها می‌تواند با جرم‌های اضافه شده که بصورت تصادفی توزیع شده‌اند، مدل شوند. این رویکرد از افزایش درجات آزادی کل جلوگیری می‌کند. در محدوده فرکانس بالا برای ایجاد مکانیزم مناسب انتقال انرژی بین سازه اولیه و ثانویه لازم است که جزء سیستم‌ها به وسیله سیستم‌های جرم-فنر مدل شوند. مدلسازی صریح سیستم‌های ثانویه منجر به تخمین دقیق دامنه توابع پاسخ فرکانسی و اثر جزء سیستم‌ها روی دینامیک سازه اصلی می‌گردد [۲۱ و ۲۳].

رفتار دینامیکی سازه‌های ساحلی به خصوصیات دینامیکی‌شان مربوط است. در آزمایش مودال، روش‌های مختلفی مانند حوزه فرکانسی و زمانی برای بدست آوردن داده‌های مودال از پاسخ دینامیکی سازه‌ها موجود می‌باشد. درک تغییرات در مشخصات دینامیکی معمولاً نیازمند بررسی طولانی مدت یک سازه اولیه می-باشد. این سازه اولیه می‌تواند از مدل المان محدود ایجاد شده برای شبیه‌سازی رفتار سازه‌ای بدست آید. با وجود این، مدل عددی یک سازه که براساس روش بسیار ایده آل ساخته شود نمی‌تواند تمام جنبه‌های فیزیکی مدل واقعی را بیان کند. از اینرو بطور معمول در انجام آزمایش‌های مودال، توابع پاسخ فرکانسی حاصل با نتایج مورد انتظار از مدل تحلیلی، بطور دقیق منطبق نمی‌گردد. این عدم انطباق‌ها از عوامل مختلف عدم‌قطعیت بگونه‌ای که قبلاً ذکرشد، ناشی می‌شود. در دهه گذشته، محققان متعددی بر روی حوزه عدم‌قطعیت مودال مربوط به فرایند کسب داده‌ها، تعیین پارامترها و روشهای کاهش داده، تمرکز کرده‌اند [۲۱].

همان‌طور که در ابتدا اشاره شد، اسکله‌ها برای کاربردهای مختلفی در صنایع کشتیرانی و مهندسی سواحل استفاده می‌شوند. اما همانگونه که از ادبیات فن و پیشینه تحقیق بر می‌آید، محققان اندکی نظیر [۹ و ۲۴] درباره رفتار دینامیکی این نوع از سازه‌ها بحث و مطالعه کرده‌اند. همچنین نویسندگان مطالعه حاضر در مقالات قابل دسترس هیچ گزارشی که بصورت مستقیم و به عنوان هدف اصلی تحقیق، بر مسئله اثر عدم‌قطعیت در این نوع از سازه‌ها تمرکز کرده باشد نیافتند. درنتیجه، ارزیابی اثر شرایط عدم‌قطعیت دینامیکی را می‌توان به عنوان هدف اصلی این تحقیق برشمرد. در این راستا نمونه یک سازه اسکله با توجه به نقشه‌های متداول در ساخت این نوع از سازه‌ها در نظر گرفته شده است و در ادامه آزمایش‌های ارتعاشی بر روی مدل آزمایشگاهی برای تعیین مشخصات دینامیکی انجام گردید. مفاهیم اصلی روش‌های ارزیابی کلی سازه‌ای، بر مبنای بررسی روند تغییرات در پاسخ‌های دینامیکی سیستم می‌باشد و این پاسخ‌های سیستم می‌تواند در اثر تحریک سازه توسط هر نوع نیروی دینامیکی خارجی باشد [۲۵-۲۷]. بنابراین، در این مطالعه تحلیل عدم‌قطعیت بر روی یک سازه اسکله در حالت خشک انجام گرفته است. سپس مدل اولیه المان محدود سازه تهیه گردید و در نهایت مدل المان محدود بر اساس نتایج آزمایشگاهی حاصله اصلاح و بروز شد. در این تحقیق اثر عدم‌قطعیت‌های مدلسازی در مدل اصلی به وسیله مجموعه‌ای از جرم - فنرهای توزیع شده بصورت تصادفی، در نظر گرفته می‌شود. اعمال این شرایط بر مدل، یک سیستم دینامیکی جدید را ایجاد می‌کند. در نتیجه یک مدل احتمالاتی از تئوری ماتریس تصادفی برای بیان عدم‌قطعیت‌های دینامیکی آن بدست می‌آید.

برای این منظور، برای بررسی مشکل عدم‌قطعیت، از ماتریس‌های تصادفی ویشارت استفاده شده است. مطالعه حاضر با مد نظر قرار دادن نتایج مفید و یا نقص‌های موجود در مقالات و کارهای دیگر به منظور ارائه روشی کارآمد در بررسی مسائل عدم‌قطعیت انجام گرفته است.

در ادامه مقاله، در بخش ۲ روش استفاده از مفهوم توزیع احتمالاتی ماتریس‌های تصادفی در بررسی عدم‌قطعیت دینامیک سازه بیان شده و در بخش ۳ مشخصات مدل فیزیکی اسکله ساخته شده و مدل المان محدود اولیه آن و نحوه تعیین مشخصات دینامیکی مربوطه شرح داده شده است. در بخش ۴ شبیه‌سازی روش توزیع متغیر ماتریسی ویشارت مربوط به سیستم تجربی توصیف می‌شود و در بخش ۵ نتایج تجربی با استفاده از تئوری ماتریس تصادفی ارزیابی می‌شود و سرانجام در بخش نتایج نشان داده خواهد شد که استفاده از ماتریس تصادفی ویشارت در بیان عدم‌قطعیت‌های مدل سازه مشابه با این تحقیق کارآمد خواهد بود.

۲- استفاده از مفهوم توزیع احتمالاتی ماتریس‌های تصادفی در بررسی عدم‌قطعیت دینامیک سازه

در مسائل عملی که روش‌های پارامتری مرسوم کارآمد نیستند، می‌توان راهکارهای جایگزینی را بر اساس ردگیری مفهوم مسئله عدم‌قطعیت، مورد مطالعه قرار داد. به عنوان نمونه، در حالتی که داده‌های آماری کمی در اختیار باشد در بررسی مسئله عدم‌قطعیت لازم است که تعداد پارامترهای تصادفی زیادی مورد بررسی قرار گیرد. توجه به این مسئله، راهکار استفاده از مفهوم توزیع متغیر ماتریسی را برای مدل نمودن ماتریس‌های سیستم دینامیکی مطرح می‌کند. در این راستا می‌توان از مفهوم تابع چگالی احتمالاتی متغیر ماتریسی در تعریف یک ماتریس تصادفی استفاده نمود. تابع چگالی احتمالاتی یک ماتریس می‌تواند بصورت مشابه با تابع چگالی احتمالاتی یک متغیر تصادفی یا بردار تصادفی تعریف گردد. اگر $\mathbf{A}$ یک ماتریس تصادفی حقیقی $n \times m$ باشد آنگاه تابع چگالی احتمالاتی متغیر ماتریس $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ با $\mathbf{P_A(A)}$ نشان داده می‌شود که در واقع نگاشت از فضای ماتریس‌های حقیقی $n \times m$ به اعداد حقیقی $p_{\mathbf{A}}(\mathbf{A}) : \mathbb{R}^{n \times m} \to \mathbb{R}$ می‌باشد.

تابع چگالی احتمالاتی ماتریس متغیر تصادفی متعددی در مسائل

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

مکانیکی تصادفی وجود دارد ولی از میان آنها توزیع ویشارت بدلیل اینکه همیشه منجر به ماتریس‌های مثبت-معین و متقارن می‌شود، می‌تواند گزینه مناسبی برای مدلسازی ماتریس‌های سیستم تصادفی بدست آمده از مکانیک سازه‌ای احتمالاتی باشد [۲۸]. تابع چگالی احتمالاتی ماتریس تصادفی ویشارت بصورتی که در ادامه می‌آید تعریف می‌شود.

اگر X ماتریس متقارن و مثبت-معین متغیرهای تصادفی و $\sum$ ماتریس مثبت-معین $n\times p$ باشند در صورتیکه $p\geq n$ باشد آنگاه X دارای توزیع ویشارت با p درجه آزادی می‌باشد و دارای توزیع تابع چگالی احتمال بصورت زیر می‌باشد:

$$S_X(\mathrm{X})=\frac{1}{2^{\frac{np}{2}}\left|\Sigma\right|^{\frac{n}{2}}\Gamma_p(\frac{n}{2})}\left|\mathrm{X}\right|^{\frac{n-p-1}{2}}e^{-\frac{1}{2}tr(\Sigma^{-1}\mathrm{X})} \qquad (۱)$$

که در آن $\Gamma_p(\frac{n}{2})$ تابع گاما چند متغیره بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\Gamma_p(\frac{n}{2})=n^{p(p-1)/4}\Pi_{j=1}^{p}\Gamma\left[n/2+(1-j)/2\right] \qquad (۲)$$

در واقع رابطه بالا می‌تواند برای هر مقدار حقیقی $\mathrm{n>p-1}$ تعمیم داده شود.

در بحث تئوری احتمالات، وجود عدم قطعیت در سیستم ممکن است منجر به ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی تصادفی می‌شود. معادله حرکت یک سیستم n درجه آزادی برای سیستم‌های دینامیکی خطی بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mathrm{M}\ddot{X}(t)+\mathrm{C}\dot{X}(t)+\mathrm{K}X(t)=f(t) \qquad (۳)$$

که در آن $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ بترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی می‌باشند. برای حل این مسئله دینامیکی از روش‌های المان محدود با در نظر گرفتن توزیعات تصادفی پارامترهای مورد نظر استفاده می‌شود.

فرض می‌شود که $\bar{\mathrm{M}}$، $\bar{\mathrm{C}}$ و $\bar{\mathrm{K}}$ بترتیب ماتریسهای جرم، میرایی و سختی متناظر با سیستم اولیه (پایه) می‌باشد. در این حالت این پارامترها با استفاده از روش المان محدود قطعی قابل بررسی و محاسبه می‌باشند. با این وجود پارامترهای دارای عدم‌قطعیت در مدلسازی بگونه‌ای وجود دارد که M، C و K ماتریسهای تصادفی عملی به هنگام انجام یک رویه انطباق‌پذیری قطعی می‌باشند. ماتریس‌های $\bar{\mathrm{M}}$، $\bar{\mathrm{C}}$ و $\bar{\mathrm{K}}$ اطلاعات شناخته شده مربوط به ماتریس‌های سیستم هستند و می‌توانند نزدیک به میانگین تجمعی ماتریس‌های تصادفی M، C و K باشند. توزیع‌های متغیر ماتریسی ماتریس‌های سیستم تصادفی بایستی بصورتی باشند که:

۱- $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ ماتریس‌های متقارن باشند

۲- $\mathbf{M}$ ماتریس مثبت-معین و $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ ماتریس‌های غیر مثبت-معین باشند.

۳- لنگرهای معکوس ماتریس سختی دینامیکی بصورت زیر موجود باشد:

$$\mathrm{D}(\omega)=-\omega^2\mathbf{M}+\mathrm{i}\omega\mathbf{C}+\mathbf{K} \qquad (۴)$$

به ازای هر ω، اگر $\mathbf{H}(\omega)$ ماتریس تابع پاسخ فرکانسی (FRF) باشد آنگاه:

$$\mathbf{H}(\omega)=\mathbf{D}^{-1}(\omega)=[-\omega^2\mathbf{M}+\mathrm{i}\omega\mathbf{C}+\mathbf{K}]^{-1} \qquad (۵)$$

برای سهولت در نوشتار از حرف $\mathbf{G}$ برای نشان‌گذاری مجموعه ماتریس‌های سیستم ($\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$) استفاده می‌شود. ادهیکاری در سال ۲۰۰۷ با استفاده از روش کمینه سازی خطای حداقل مربعات بهینه‌ترین توزیع $\mathbf{G}$ را بصورت زیر پیشنهاد نمود [۲۹]:

$$\mathrm{G}\ \sim \mathrm{W_n(p,\Sigma)} \qquad (۶)$$

که در آن

$$p=n+1+\theta_G \qquad (۷)$$

و

$$\Sigma=\bar{\mathrm{G}}/\alpha_G \qquad (۸)$$

ثابت‌های θ_G و α_G بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\theta_G=\frac{1}{\sigma_G^2}\left\{1+\frac{\left\{\mathrm{Trace}(\bar{\mathrm{G}})^2\right\}}{\mathrm{Trace}(\bar{\mathrm{G}}^2)}\right\}-(n+1) \qquad (۹)$$

و

$$\alpha_G=\sqrt{\theta_G(n+1+\theta_G)} \qquad (۱۰)$$

α_G بعنوان پارامتر پراکنش شناخته می‌شود که خصوصیات عدم-قطعیت در ماتریس تصادفی $\mathbf{G}$ است.

پارامتر σ_G بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_G^2=\frac{\mathrm{E}[\left\|\mathrm{G}-\mathrm{E}[\mathrm{G}]\right\|_{\mathrm{F}}^2]}{\left\|\mathrm{E}[\mathrm{G}]\right\|_{\mathrm{F}}^2} \qquad (۱۱)$$

از این عبارت برداشت می‌شود که σ_G می‌تواند بعنوان انحراف معیار میانگین- نرمال شده ماتریس تصادفی $\mathbf{G}$ تعریف شود. لنگر اول (میانگین) و عناصر تانسور کواریانس بصورت زیر تعیین می‌گردند.

$$\mathrm{E}[\mathrm{G}]=p\Sigma=p\,\bar{\mathrm{G}}/\alpha_G \qquad (۱۲)$$

$$\mathrm{cov}(G_{ij},G_{kl})=p(\Sigma_{ik}\Sigma_{jl}+\Sigma_{il}\Sigma_{jk})=\frac{1}{\theta_G}(\bar{G}_{ik}\bar{G}_{jl}+\bar{G}_{il}\bar{G}_{jk}) \qquad (۱۳)$$

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

در رابطه (۱۳) مقادیر $\bar{G}_{ik}$ از طریق ماتریس میانگین محاسبه می‌گردد. بنابراین، تنها پارامتری که عدم‌قطعیت توزیع را کنترل می‌کند، θ_G می‌باشد. مقدار θ_G می‌بایستی از رابطه (۹) محاسبه شود. پارامتر σ_G حاوی اطلاعاتی مربوط به عدم‌قطعیت مدل می‌باشد که بایستی از آزمایشهای فیزیکی یا کامپیوتری بدست آید. به‌طور خلاصه فرایند مورد استفاده در این مطالعه بصورت گام‌های زیر انجام گرفته است:

(۱) استخراج ماتریس‌های قطعی $G \equiv \{\bar{M},\bar{C},\bar{K}\}$ با استفاده از روش المان محدود استاندارد و تعیین بعد ماتریس‌های سیستم (n)

(۲) محاسبه انحراف معیار نرمال و ضریب پراکنش متناظر با ماتریس‌های سیستم از طریق مدلسازی آزمایشگاهی یا عددی

(۳) محاسبه مقدار θ_G با استفاده از رابطه (۹) برای $G = \{\mathrm{M},\mathrm{C},\mathrm{K}\}$

(۴) تعیین مقادیر p و Σ با استفاده از روابط (۷-۱۰)

(۵) ایجاد ماتریس‌های ویشارت با استفاده از دستور wishrnd نرم‌افزار MATLAB

(۶) تکرار مراحل قبل برای ماتریس‌های سیستم و سپس حل معادله دینامیکی آن با استفاده از روش New mark-β [۳۰]

(۷) مقایسه نتایج بدست آمده از آزمایشات با نتایج حاصل از روش عددی بصورت کیفی و کمی با استفاده از روش آماری جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)

۳- مشخصات مدل فیزیکی و المان محدود

در این مطالعه، برای بررسی دینامیک اسکله ساحلی، یک مدل فیزیکی بر اساس ابعاد یک اسکله معمول برای انجام آزمایش‌ها در آزمایشگاه ارتعاشات ساخته شد (شکل ۱). مدل مورد بررسی به وزن ۳۹/۱۲ کیلوگرم از یک عرشه و ۹ شمع فولادی تشکیل شده که شمع‌ها بصورت گیردار به عرشه متصل شده‌اند. خصوصیات فیزیکی و هندسی عرشه در جدول ۱ آورده شده است.



شکل ۱- چیدمان تجهیزات انجام آزمایش آنالیز مودال تجربی

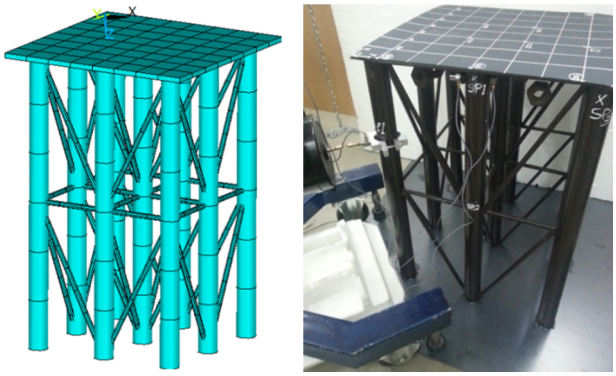
جدول ۱ - خواص فیزیکی و هندسی عرشه اسکله

طول $[mm]$	۴۰۰	چگالی جرمی $[kg/m^3]$	۷۸۵۰
عرض $[mm]$	۴۰۰	ضریب پواسون	۰/۳
ضخامت $[mm]$	۱۰	مدول یانگ $[GPa]$	۲۰۰

شمع‌ها لوله‌های فولادی با قطر خارجی، ضخامت و طول بترتیب ۴۰، ۵ و ۶۰۰ میلیمتر می‌باشند. خصوصیات فیزیکی و هندسی شمع‌ها در جدول۲ آمده است. همانطور که در شکل۲ نشان داده شده است نسبت فاصله شمع‌ها (S/d) برابر با ۳/۷۵ (S فاصله شمع‌ها از یکدیگر و d قطر شمع‌ها) بوده و قاب مدل دارای اعضای مهاری افقی و قطری ۱۵ و ۳۳/۵ سانتیمتر و قطر ۱۰ میلیمتر می‌باشد.

جدول ۲ - خواص فیزیکی و هندسی شمع‌های اسکله

طول $[mm]$	۶۰۰	چگالی جرمی $[kg/m^3]$	۷۸۵۰
قطر خارجی $[mm]$	۴۰	ضریب پواسون	۰/۳
ضخامت $[mm]$	۵	مدول یانگ $[GPa]$	۲۰۰



شکل ۲- شبکه‌بندی متناظر مدل فیزیکی و مدل عددی تهیه شده در نرم‌افزار ANSYS

در سیستم اولیه (پایه)، هندسه سازه بصورت هموژن و مدول یانگ و ضریب پواسون هم بصورت یکنواخت در نظر گرفته شد. به این علت که نوسانگرهای جرم- فنر بصورت تصادفی به عرشه سیستم اولیه متصل می‌شوند، در نتیجه عدم‌قطعیت در سیستم نمایان می‌گردد. جرم هر یک از نوسانگرهای متصل شده به عرشه اسکله ۲۳۱/۸ گرم می‌باشد. عرشه مدل به ۶۴ المان تقسیم می‌گردد (۸ المان در طول و ۸ المان در عرض) و با توجه به شکل ۲، با انتخاب گوشه عرشه اسکله به عنوان نقطه مبدأ، تحریک کننده و شتاب‌سنج‌ها مستقیماً به گره‌ها متصل می‌شوند. در این مطالعه شتاب‌سنج‌ها به سه نقطه از سازه بنام‌های SL1، SL4 و SP2 متصل شده و مدل در نقطه f1 تحریک می‌شود. در جدول ۳ مختصات این نقاط آورده شده است.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

جدول ۳ – مختصات نقاط سنسورها بر روی اسکله

SL1	(۰, ۵,۰)
SL4	(۰, ۲۰,۰)
SP2	(۵, ۲۰,۳۰)
f1	(۵, ۵,۱۵)

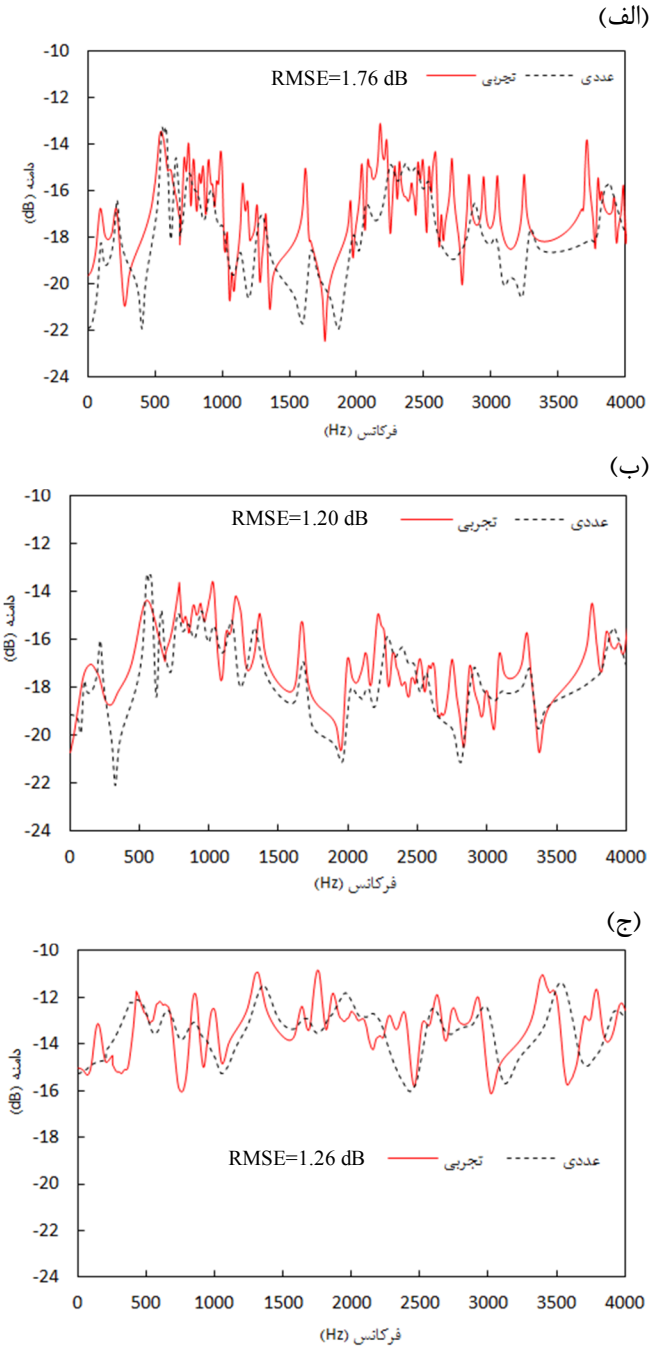
در این مطالعه، ساخت مدل عددی اسکله و تحلیل ارتعاشی آن با استفاده از بسته نرم‌افزاری تحلیلی ANSYS انجام شده و همچنین کدنویسی‌های مورد استفاده برای پردازش اطلاعات و داده‌های بدست آمده از حل عددی و تجربی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است. تحریک ارتعاشی خارجی با استفاده از عملکرد یک محرک الکترودینامیکی (مدل ۴۸۰۹ B&K) که در انتهای آن یک نیروسنج از نوع (AC20, APTech) تعبیه شده بود، به مدل اعمال گردید. ورودی محرک با استفاده از یک آمپلی فایر از نوع ۲۷۰۶ کنترل می‌گردید. یک عدد شتاب‌سنج یک جهته سبک وزن (از نوع B&K ۴۵۰۸) برای ثبت پاسخ‌های سازه‌ای استفاده گردید. شتاب‌سنج و حسگر نیرو به طور همزمان به یک سیستم ثبت داده متصل شده بودند. فرکانس داده برداری برابر ۱۶/۳۸۵ کیلوهرتز و بازه حساسیت فرکانسی سازه با توجه به یک آنالیز اولیه مدل المان محدود، بین ۰ تا ۲۰۰ هرتز تنظیم شد. پاسخهای فرکانسی سازه به نرم‌افزار PULSE (۲۰۰۶) جهت انجام پردازش‌های بعدی، ارسال گردید.

۴- روش ماتریس تصادفی در تحلیل عددی

در این بخش بصورت عددی ماتریس‌های تصادفی مربوط به سیستم تجربی بحث شده در بخش ۳ شبیه‌سازی خواهد شد. هدف تعیین این است که آیا الگوی عدم‌قطعیت در داده‌های تجربی می‌تواند با استفاده از روش ماتریس تصادفی توصیف شود. در این مطالعه یک سازه اسکله با هندسه همگن (ضخامت یکنواخت) و خواص ساختمانی همگن (مدول یانگ و نسبت پواسون یکنواخت) در نظر گرفته شده است.

در محاسبات تجربی ۳۰۸ المان به‌کار رفته است و روش المان محدود حاصل دارای ۱۷۸۲ درجه آزادی می‌باشد و تنها ۱۲۰ مود (که اندکی بالای ۴ کیلو هرتز هستند) در محاسبه تابع پاسخ فرکانسی استفاده شده است. ضریب میرایی برای تمام مودها برابر با ۰/۷ درصد فرض و این ضریب میرایی ثابت برای تمام مودها، یک فرض مجازی می‌باشد. در حالت ایده‌آل بایستی ضرایب میرایی برای تمامی مودهای ممکن تعیین شود و می‌توان از ۵۰ مرتبه محاسبه در آزمایش مقدار میانگین گرفته شود. به هر حال در نظر گرفتن میرایی بصورت ساده همانند ضریب میرایی ثابت که در اینجا در نظر گرفته شده است یک روش به کار رفته در بسیاری از موارد است. این تحقیق همچنین صحت چنین فرض‌های فاقد عمومیت را در پیش‌بینی‌های مناسب می‌سنجد.

در ابتدا تابع پاسخ فرکانسی سیستم اولیه (پایه) تجربی و مدل المان محدود سیستم اولیه در سه نقطه نشان داده در شکل ۳ مقایسه خواهد شد. در این شکل دامنه‌های توابع پاسخ فرکانسی سیستم اولیه بدست آمده با استفاده از مدل المان محدود قطعی و تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است. به طور کلی نتایج تجربی و نتایج المان محدود در محدوده ۱۶- و ۱۸- دسی بل قرار گرفته است. مقادیر اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و عددی که با استفاده از معیار جذر میانگین مربعات خطا (RSME) محاسبه شده است در نمودارهای شکل ۳ بصورت جداگانه آورده شده است.



شکل ۳- مقایسه دامنه توابع پاسخ فرکانسی سیستم اولیه برای سه نقطه (الف) SL1، (ب) SL4 و (ج) SP2

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

علت اصلی برای مشاهده قدری اختلاف بین نتایج تجربی و عددی می‌تواند اعمال مقدار ضریب میرایی ثابت بگونه‌ای که قبلاً اشاره شد در مدل المان محدود باشد.

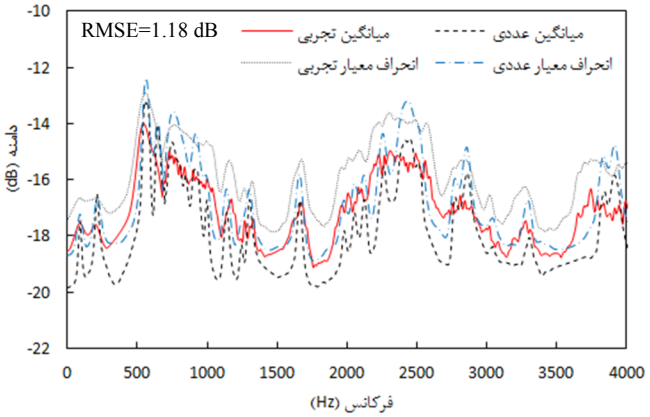
دو پارامتر کلیدی برای به‌کارگیری روش ماتریس تصادفی مورد نیاز است که این پارامترها بترتیب میانگین و انحراف معیار نرمال شده ماتریسی سیستم است. سیستم پایه (اولیه) به عنوان مدل فیزیکی سازه یک اسکله نشان داده شده در شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. ماتریس‌های میانگین جرم و سختی با استفاده از روش المان محدود استاندارد بدست می‌آیند. تمامی ۵۰ مرتبه بررسی سازه و نوسانگرها به طور مجزا شبیه سازی شده‌اند. سپس نمونه‌های ماتریس جرم و سختی بصورت ماتریس ۱۷۸۲ در ۱۷۸۲ ذخیره شده‌اند. انحراف معیار نرمال شده ماتریس‌های جرم و سختی با استفاده از معادله ۱۱ بصورت σ_M =۰/۰۰۴۷۲ و σ_K =۰/۰۰۳۴ بدست می‌آیند. از آنجا که ۰/۷ درصد ضریب میرایی مودال ثابت برای تمام مودها در نظر گرفته شد در نتیجه σ_C برابر با صفر شده است. مقادیر σ_M و σ_K تنها عدم‌قطعیت مرتبط با اطلاعات به کار رفته در روش ماتریس تصادفی می‌باشند. در برازش ماتریس‌های ویشارت بر داده‌های حاصل، اطلاعات مربوط به موقعیت مکانی نوسانگرهای متصل و همچنین خواص سختی و جرمشان بطور صریح استفاده نمی‌گردند. چنین مدلی برای تجسم وضعیت واقعی یک سیستم مهندسی پیچیده در شرایط عدم دسترسی تحلیل‌گر به اطلاعات جامع در ارتباط با عدم‌قطعیت‌ها قابل طرح می‌باشد. با به‌کارگیری n =۱۷۸۲ و σ_M =۰/۰۰۴۷۲ و σ_K =۰/۰۰۳۴ و همچنین مقادیر قطعی برای M و K، مقادیر θ_K و θ_M برای محاسبه پارامترهای ویشارت بترتیب برابر با ۹۶۷۵۶۳۸ و ۹۸۷۳۶ شد.

۵- ارزیابی نتایج تجربی با استفاده از تئوری ماتریس تصادفی

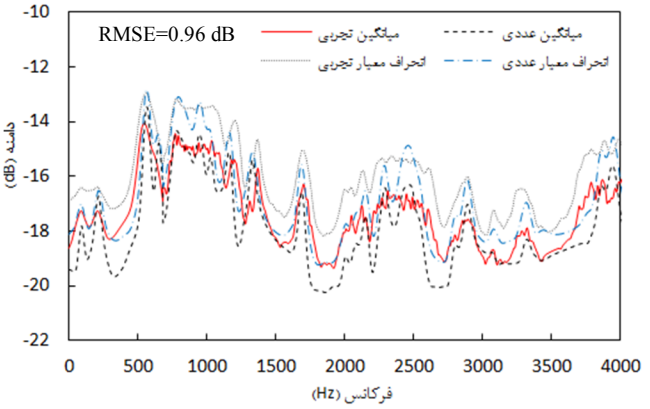
در بسیاری از مسائل واقعی مطرح در حوزه مهندسی، دسترسی به اطلاعات آماری مربوط به عدم‌قطعیت‌ها بطور کامل امکان‌پذیر نمی‌باشد. در چنین مواردی ارزیابی کارایی برازش ماتریس‌های تصادفی در دستیابی به اثرات عدم‌قطعیت مطلوب می‌باشد. در این بخش خصوصیات توابع پاسخ فرکانسی به شکل توابع تصادفی در حوزه فرکانسی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. در نتیجه خصوصیات آماری توابع پاسخ فرکانسی بدست آمده از آزمایش‌های تجربی و استفاده از تئوری ماتریس تصادفی با یکدیگر مقایسه می‌گردند و در ادامه خصوصیات آماری دامنه و فاز به منظور ارزیابی قابلیت پیش‌بینی روش ماتریس تصادفی در کنار داده‌های تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم است که این واقعیت را در نظر داشت که روش ماتریس تصادفی تنها به اطلاعات آماری محدودی به منظور محاسبه پارامتر پراکنش (σ_G) نیاز دارد.

در ادامه با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و به‌کارگیری ماتریس تصادفی به مقایسه نتایج تجربی پرداخته شده است. در شکل ۴ میانگین تجمعی و انحراف معیار دامنه در حالت اعمال تحریک ورودی در نقطه f1 و برداشت داده در نقطه SL1 با استفاده از داده‌های تجربی و شبیه سازی مونت کارلو مقایسه می‌گردد. با توجه به ساختار مدل فیزیکی حاضر، اطلاعات مربوط به توابع پاسخ فرکانسی تا محدوده ۴ کیلوهرتز در نظر گرفته شده است. در این حالت مقدار جذر میانگین مربعات خطای پاسخ فرکانسی تجربی و عددی ۱/۱۸ دسی‌بل حاصل گردید. همانطور که قبلاً اشاره شد علت وجود اختلاف ناچیز بین نتایج، انتخاب نادقیق ضریب میرایی می‌باشد. در ایده‌آل‌ترین حالت، لازم است که ضریب میرایی مودال با توجه به مقدار مودها و در هر نمونه با استفاده از نتایج تجربی بطور دقیق محاسبه گردد. ولی در اینجا با قبول محدوده اختلاف مشاهده شده از همان عملکرد انتخاب یک مقدار ثابت برای ضریب میرایی استفاده شده است.

مشابه با مراحل انجام شده در قسمت قبل، برای نقاط SL4 و SP2 نیز توابع پاسخ فرکانسی نقاط دورتر از نقطه تحریک در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده‌اند.



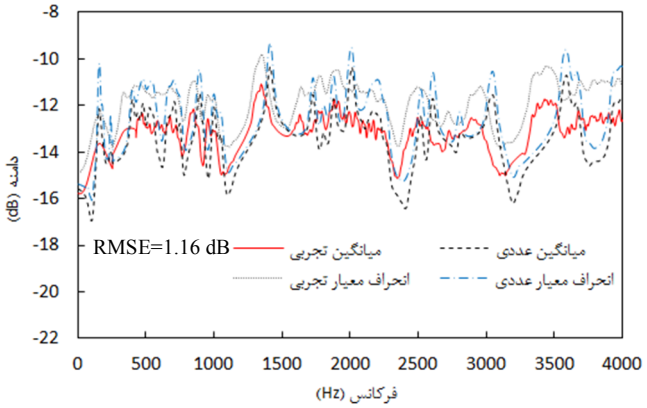
شکل ۴- مقایسه میانگین و انحراف معیار دامنه تابع پاسخ فرکانسی نقطه SL1



شکل ۵- مقایسه میانگین و انحراف معیار دامنه تابع پاسخ فرکانسی نقطه SL4

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

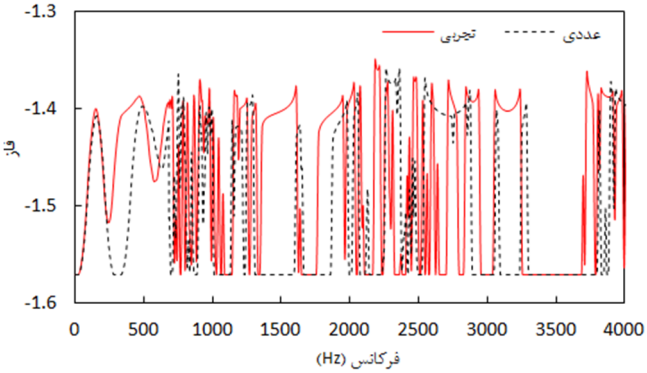
[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]



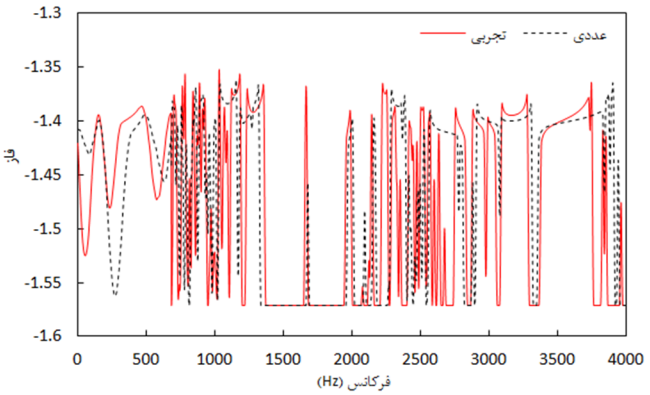
شکل ٦- مقایسه میانگین و انحراف معیار دامنه تابع پاسخ فرکانسی نقطه SP2

مقدار جذر میانگین مربعات خطای پاسخ فرکانسی تجربی و عددی در نقاط SL4 و SP2 بترتیب ۰/۹۶ و ۱/۱۶ دسی‌بل حاصل گردید. برای تمامی ۳ نقطه، میانگین و انحراف معیار تجربی در مقایسه با نتایج عددی از مقادیر بالاتری برخوردار است. این مسئله ممکن است مربوط به انتخاب مقدار ضریب میرایی مودال در مدل عددی باشد به این علت که الگوی نقاط اوج به‌طور قابل ملاحظه‌ای با هم مشابه هستند ولی از نظر ارتفاع با هم تفاوت دارند و این حاکی از آنست که مقدار میرایی در مدل شبیه‌سازی شده نادرست می‌باشد. در حقیقت مطالعه حاضر به وضوح اثبات می‌نماید که مقادیر نادرست ضرایب مودال می‌تواند منجر به خطاهای قابل ملاحظه‌ای در عدم‌قطعیت پیش‌بینی شده با استفاده از ماتریس‌های تصادفی ویشارت گردد. در شکل ۷ مقادیر فاز تابع پاسخ فرکانسی حاصل از مدل المان محدود قطعی و نتایج تجربی با هم مقایسه گردیدند.

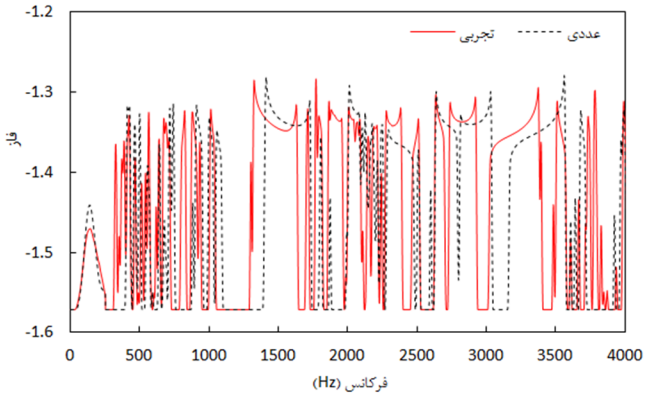
(الف)



(ب)

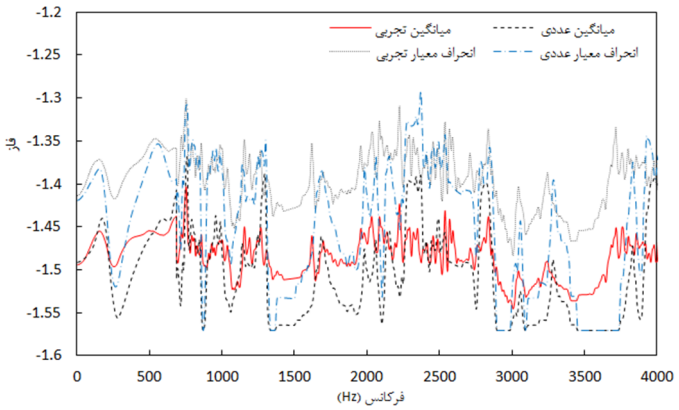


(ج)



شکل ۷- مقایسه فاز توابع پاسخ فرکانسی سیستم اولیه برای سه نقطه (الف) SL1، (ب) SL4 و (ج) SP2

در شکل ۸ انحراف معیار و میانگین تجمعی فاز پاسخ فرکانسی نقطه SL1 (نزدیک نقطه تحریک) حاصل از آزمایش و شبیه‌سازی ماتریس تصادفی ویشارت مورد مقایسه قرار گرفته است. الگوی نتایج میانگین آزمایش و شبیه‌سازی در طی محدوده فرکانسی بسیار مشابه است و در این حالت نیز اختلافات بین نتایج ممکن است ناشی از اعمال مقادیر نادرست ضریب میرایی باشد.



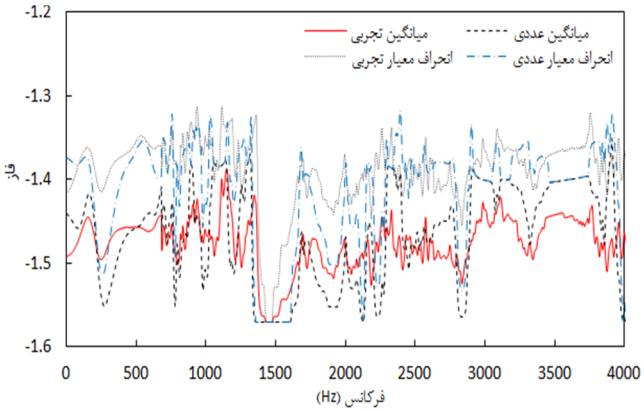
شکل ۸-مقایسه میانگین و انحراف معیار فاز تابع پاسخ فرکانسی نقطه SL1

تابع پاسخ فرکانسی نواحی دورتر از نقطه تحریک یعنی نقاط SL4 و SP2 بترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده‌اند. همانگونه که در

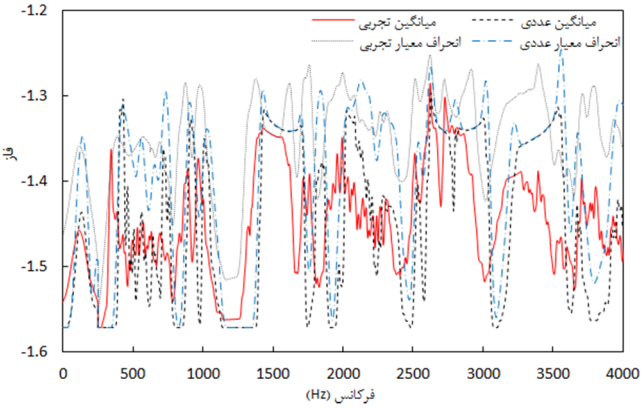
[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

این شکل‌ها مشهود است نتایج میانگین تجربی در محدوده فرکانسی متوسط و بالا متفاوت از شبیه‌سازی‌های ماتریس تصادفی می‌باشد.



شکل ۹. مقایسه میانگین و انحراف معیار فاز تابع پاسخ فرکانسی نقطه SL4



شکل ۱۰. مقایسه میانگین و انحراف معیار فاز تابع پاسخ فرکانسی نقطه SP2

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای مطالعه تاثیر عوامل عدم‌قطعیت در رفتار دینامیکی سازه اسکله ساحلی از مطالعه یک مدل فیزیکی استفاده شده و وجود عوامل عدم‌قطعیت در خصوصیات دینامیکی آن با استفاده از الحاق تعدادی نوسانگر جرم – فنر به عرشه اسکله مدل شبیه‌سازی گردید. همچنین برای مطالعه عددی، روش المان محدود اتفاقی به‌کار رفته است. بدین منظور از توزیع تصادفی متغیر ماتریسی برای مدل نمودن رفتار دینامیکی استفاده شده و تابع پاسخ فرکانسی حاصل از آزمایش‌های تجربی و مدلسازی عددی با هم مقایسه شدند. نتایج حاصل از این مطالعه بصورت زیر بیان می‌گردد:

(۱)- با استفاده از تعیین مش‌بندی یکسان بر روی عرشه مدل فیزیکی و مدل عددی، به جای توزیع تصادفی جرم – فنر، مدل عددی اتفاقی به‌کار گرفته شده است.

(۲)- در مطالعه حاضر مشاهده شد که انتخاب مقادیر نادرست ضریب میرایی می‌تواند منجر به خطاهایی در عدم‌قطعیت پیش‌بینی شده با استفاده از ماتریس‌های تصادفی ویشارت گردد. همچنین ترکیب درصدی از نویزهای محیطی در داده‌های برداشت شده نیز از عوامل خطا می‌باشد که با در نظر گرفتن تمهیداد مختلف نظیر فیلتر کردن آنها در ابزار اندازه‌گیری، ناگزیر می‌باشد.

(۳)- دامنه و فاز توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده در سه نقطه از سازه بررسی شد و انطباق قابل قبولی بین نتایج بدست آمده از مدل ماتریس ویشارت و آزمایش‌های تجربی حاصل گردید.

(۴)- در به‌کارگیری عملی این روش، مشاهده گردید که تعیین انحراف معیارهای نرمال مرتبط با ماتریس‌های سیستم از اهمیت کلیدی برخوردار است. لذا سیستم‌های پیچیده‌تر بیشتری را بایستی مورد مطالعه قرار داد تا بتوان کاربرد مدل ماتریس تصادفی ویشارت در اندازه‌گیری عدم‌قطعیت مدل را جمع‌بندی کلی نمود و مطالعه حاضر تحقیقات بیشتر در این حوزه را ایجاب می‌نماید.

کلید واژگان

جزء سیستم	Subsystems
پاشیدگی	Scatter
روش المان محدود اتفاقی	Stochastic finite element method
تابع چگالی احتمال	Probability density function
ماتریس ویشارت	Wishart matrix
تابع پاسخ فرکانسی	Frequency response function

فهرست علائم

ماتریس سختی دینامیکی	$A(\omega)$	پارامترهای توزیع ویشارت	p,Σ
بردار نیرو	$f(t)$	مجموع عناصر قطری ماتریس	$Trace(\bullet)$
تابع چگالی احتمال	pdf	توزیع بصورت	$\sim$
مجموعه اعداد حقیقی	$\mathbb{R}$	فرکانس تحریک	ω
فضای ماتریس‌های حقیقی $n\times m$	$\mathbb{R}^{n\times m}$	نرم فروبنیوس ماتریس	$\|\bullet\|_F$
تابع گامای چند متغیره	$\Gamma_n(a)$	روش المان محدود اتفاقی	SFEM
تابع پاسخ فرکانسی	FRF		

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

۷- مراجع

1- Unified Facilities Criteria, UFC 4-152-01, (2005), *Design: Piers and Wharves*, Department of Deeense, United States of America.

2- Clark, R.R., LaGrone, J.W., and Koch, j.L., (2006), *Hurricane Wilma-Post-Storm Beach Conditions and Coastal Impact Report*, Florida Department of Environmental Protection, Bureau of Beaches and Coastal Systems, 98 pp.

3- Hall, J.W., Davis, J.P., and Blockley, D.I., (1998), *Uncertainty Analysis of Coastal Projects. Coastal Engineering*, p.1461-1474.

4- Soize, C., (1993), *A model and numerical-method in the medium frequency-range for vibroacoustic predictions using the theory of structural fuzzy*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 94(2), p.849–865(part1).

5- Strasberg, M., Feit, D., (1995), *Vibration damping of large structures induced by attached small resonant structures*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 94(3), p.1814–1815.

6- Russell, D.A., Sparrow, V.W., (1995), *Back scattering from a baffled finite plate strip with fuzzy attachments*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 98(3) p. 1527–1533.

7- Weaver, R.L., (1997), *Mean and mean-square responses of a prototypical master/fuzzy structure*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 101(3), p.1441–1449.

8- Mojtahedi, A., Lotfollahi Yaghin, M.A., Ettefagh, M.M., Fujikubo, M., (2013), *Detection of nonlinearity effects in structural integrity monitoring methods for offshore jacket-type structures based on principal component analysis*, Marine Structures, Vol. 33, p.100‑119.

9- Schuttrumpf, H., Kortenhaus, A., Frohle, P., and Peters, K., (2008), *Analysis of uncertainties in coastal structure design by expert judgment*, Chinese-German Joint Symposium on Hydraulic and Ocean Engineering, Darmstadt, August 24-30, p.102-107.

10- Adhikari, S., Manohar, C.S., (1999), *Dynamic analysis of framed structures with statistical uncertainties*, International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 44(8), p.1157–1178.

11- Adhikari, S., Manohar, C.S., (2000), *Transient dynamics of stochastically parametered beams*, ASCE Journal of Engineering Mechanics Vol. 126 (11), p.1131–1140.

12- A.Sarkar, A., Ghanem, R., (2002), *Mid-frequency structural dynamics with parameter uncertainty*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Vol. 191(47–48), p.5499–5513.

13- Ghanem, R., Sarkar, A., (2003), *Reduced models for the medium-frequency dynamics of stochastic systems*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 113(2), p.834–846.

14- Sarkar, A., Ghanem, R., (2003), *A substructure approach for the mid-frequency vibration of stochastic systems*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 113(4), p.1922–1934(part1).

15- Nair, P.B., Keane, A.J., (2002), *Stochastic reduced basis methods*, AIAA Journal, Vol. 40(8), p.1653–1664.

16- Elishakoff, I., Ren, Y.J., (2003), *Large Variation Finite Element Method for Stochastic Problems*, Oxford University Press, Oxford, UK.

17- Sachdeva, S.K., Nair, P.B., Keane, A.J., (2006) *Comparative study of projection schemes for stochastic finite element analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 195(19–22), p.2371–2392.

18- Ghanem, R., Spanos, P.D., (2003), *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*, revised ed., Dover Publications, New York.

19- Mace, B.R., Shorter, P.J., (2000), *Energy flow models from finite element analysis, Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233(3) p.369–389.

20- Adhikari, S., Sarkar, A., (2009), *Uncertainty in structural dynamics: Experimental validation of a Wishart random matrix model, Journal of Sound Vibration*, Vol. 323, p. 802-825.

21- Soize, C., (2000), *A nonparametric model of random uncertainties for reduced matrix models in structural dynamics*, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 15 (3), p. 277–294.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]

22- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., (1991), *The Finite Element Method*, fourth ed., McGraw-Hill, London.
23- Strasberg, M., Feit, D., (1995), *Vibration damping of large structures induced by attached small resonant structures*, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 94(3), p.1814–1815.
24- Verdure, L., Schoefs, F., Casari, P., Yanes-Godoy, H., (2005), *Uncertainty updating of a on-pile wharf after monitoring*, in: ICOSSAR 2005, International conference on structural safety and reliability 9th, Rotterdam, p.1347-1354.
25- Elshafey, A.A., Haddara, M.R., Marzouk, H., (2009), *Dynamic response of offshore jacket structures under random loads*, Journal of Marine Structures, Vol. 22, p. 504-521.
26- Viero, P.F., Roitman, N., (1991), Application of some damage identification methods in offshore platforms, Journal of Marine Structures, Vol. 12, p. 107-126.
27- Mojtahedi, A., Lotfollahi Yaghin, M.A., Hassanzadeh, Y., Ettefagh, M.M., Aminfar, M.H., Aghdam, A.B., (2011), *Developing a robust SHM method of offshore jacket platform using model updating and fuzzy logic system*, Journal of Applied Ocean Research, Vol. 33, p. 398-411.
28- Tulino, A.M., Verdu, S., (2004), *Random Matrix Theory and Wireless Communications*, Now Publishers Inc., Hanover, MA, USA.
29- Adhikari, S., (2007), *Matrix variate distributions for probabilistic structural mechanics*, AIAA Journal, Vol. 45 (7), p.1748–1762.
30- Weaver, W., Johnston, P.R., (1987), *Structural Dynamics by Finite Elements*, Prentice-Hall, inc., Euglewood cliffs.

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.17357608.1393.10.19.4.7]