

مدلسازی عددی اندرکنش موج با دیوار متخلخل ساحلی در فضای دوبعدی در قائم

نیکتا ابروانی^{۱*}، مسعود منتظری نمین^۲^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های دریایی، گروه سازه‌های دریایی، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران؛

nikta.iravani@ut.ac.ir

^۲ استادیار، گروه سازه‌های دریایی، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران؛ mnamin@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>تاریخچه مقاله:</p> <p>تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۲/۱۰</p> <p>تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۱۶</p> <p>تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۳۰</p>	<p>یک مدل عددی ضمنی حجم محدود برای شبیه‌سازی اندرکنش موج با دیوارمتخلخل قائم ساحلی در فضای دوبعدی قائم ارائه شده است. این مدل معادلات کامل ناویراستوکس را در دو گام حل می‌کند. ابتدا ترم فشار از معادلات مومنتوم حذف شده و معادلات جابه‌جایی و پخش حاصل، حل می‌شوند. در گام دوم معادلات پیوستگی و مومنتوم فقط با ترم فشار حل می‌شوند. در این گام یک دستگاه از معادلات بلوکی سه قطری به دست می‌آید که در آن مقادیر فشار مجهول هستند. از یک روش مستقیم برای محاسبه مجهولات بدون نیاز به تکرار استفاده شده است. سطح آزاد آب با استفاده از روش حجم سیال دنبال شده است. محیط متخلخل با وارد کردن نیروهای دراگ و اینرسی در معادلات ناویراستوکس مدل شده است. با مقایسه نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی صحت مدل ارزیابی شده است. بررسی نقش تخلخل و عرض دیوار در افزایش استهلاک انرژی موج با استفاده از مدل عددی نشان می‌دهد که محدوده‌ای بهینه برای عرض دیوار و میزان تخلخل آن وجود دارد که باعث حداکثر شدن استهلاک موج می‌شود.</p>
<p>کلمات کلیدی:</p> <p>سازه متخلخل</p> <p>روش حجم سیال</p> <p>اندرکنش موج</p>	

Numerical Simulation of Wave Interaction with Porous Seawall in Two Dimensional Vertical Plane

Nikta Iravani^{1*}, Masoud Montazeri Namin²¹Msc. Student, School of Civil Engineering, University College of Engineering, University of Tehran; nikta.iravani@ut.ac.ir² Assistant professor, School of Civil Engineering, University College of Engineering, University of Tehran; mnamin@ut.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 28 Feb. 2013

Accepted: 8 Oct. 2013

Available online: 22 Oct. 2013

Keywords:

Porous structure

Volume of fluid method

Wave interaction

ABSTRACT

An implicit finite volume model is developed to simulate wave interaction with a vertical porous seawall in two-dimensional vertical plane. The algorithm solves the complete Navier–Stokes equations in two steps. First the pressure term in the momentum equations is excluded and the resultant advection–diffusion equations are solved. In the second step the continuity and the momentum equations with only the pressure terms are solved to give a block tri-diagonal system of equations with pressure as the unknown. A direct matrix solver is used to solve this system without iteration. The free surface is traced with VOF method. The porous media is modeled by including drag and inertia forces in Navier–Stokes equations. A set of comparisons between computed results and measured data confirmed the model's validation. Investigating the role of porosity and width of the structure in increasing energy dissipation through numerical tests show that an optimum value of structure width and porosity exists that can maximize the wave energy dissipation.

اندرکنش موج منفرد و دیوار متخلخل داشته است. کریم از معادلات ناپیراستوکس و روش حجم سیال استفاده کرده است. کریم به این نتیجه رسیده است که برای بهبود عملکرد هیدرولیکی دیوار، مقادیر بهینه‌ای برای عرض و تخلخل وجود دارد. همچنین این دو عامل از موثرترین عوامل در انعکاس موج هستند. هوانگ و همکاران [۹] مدلی عددی برای اندرکنش موج با موج‌شکن مستغرق با استفاده از معادلات ناپیراستوکس ارائه کردند. نتایج نشان داده‌اند که اگر عرض موج‌شکن نسبت به طول موج کوچک باشد، تخلخل تاثیر قابل توجهی روی عبور موج نخواهد داشت. هیو و همکاران [۱۰] از جمله محققینی هستند که اندرکنش امواج در حال شکست با موج‌شکن مستغرق را مورد بررسی قرار دادند. تحقیقات آزمایشگاهی بسیاری نیز برای بررسی اندرکنش موج و محیط متخلخل انجام شده است. در این تحقیق یک مدل عددی برای شبیه‌سازی دوبعدی در قائم اندرکنش موج با دیوار متخلخل ارائه شده است. در این مدل، معادلات هیدرودینامیک بدون نیاز به تکرار و از روش مستقیم حل شده‌اند. معادلات حاکم بر فضای سیال و فضای متخلخل یکسان هستند و سطح آزاد آب با روش حجم سیال دنبال شده است.

۱- مدل عددی

۱-۲ معادلات اساسی حاکم

معادلات حاکم بر محیط متخلخل با وارد کردن مشخصات هندسی و نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال، در معادلات ناپیر-استوکس به دست می‌آیند [۱۱]:

$$\frac{\partial(\gamma_x u)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma_z w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda_x \frac{\partial u^2}{\partial x} + \lambda_z \frac{\partial uw}{\partial z} = \\ -\gamma_v \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x v \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z v \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} - R_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \lambda_x \frac{\partial wu}{\partial x} + \lambda_z \frac{\partial w^2}{\partial z} = \\ -\gamma_v \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x v \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z v \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} - R_z \end{aligned} \quad (3)$$

γ_x و γ_z تخلخل سطحی هستند که نسبت سطح متخلخل به سطح مقطع سلول را نشان می‌دهند. γ_v تخلخل حجمی است. مقادیر λ_x ، λ_z و λ_v به ترتیب از γ_x ، γ_z و γ_v با استفاد از

سازه‌های متخلخل با انعکاس یا استهلاک انرژی امواج، شرایطی مناسب برای محافظت و بهره‌برداری از سواحل را فراهم می‌سازند. برای بهبود عملکرد هیدرولیکی سازه‌های متخلخل می‌بایست انعکاس را به حداقل و استهلاک را به حداکثر رساند. با ورود موج به سازه متخلخل پارامترهای اصلی موج دستخوش تغییر می‌شوند، لذا شناخت هرچه بیشتر پدیده اندرکنش موج با محیط متخلخل مهندسان را در طراحی یک سازه بهینه تواناتر می‌سازد. با وجود تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده است، هنوز مسئله استهلاک موج و انعکاس آن توسط سازه متخلخل به طور کامل روشن نشده است.

با پیشرفت دانش دینامیک سیالات محاسباتی، مدل‌های عددی بسیاری برای حل مستقیم معادلات ناپیراستوکس ارائه شدند. از انواع مدل‌های عددی غیرهیدروستاتیک می‌توان به روش *SMAC* اشاره کرد. این روش که توسط چنگ و همکاران [۱] از سه گام اصلی تشکیل شده است. در گام اول با استفاده از شرایط اولیه یا مقادیر گام زمانی قبل، سرعت‌های میانی به صورت صریح تخمین زده می‌شوند. سپس معادله فشار پواسون با استفاده از یک روش تکراری حل شده و فشارهای جدید به دست می‌آیند. در گام آخر سرعت‌های میانی با استفاده از اختلاف فشارها اصلاح می‌شوند. احمدی و همکاران [۲] روشی مستقیم برای حل معادله پواسون بدون نیاز به تکرار ارائه کردند. در این روش یک ماتریس بلوکی سه قطری بر حسب فشارهای مجهول تشکیل می‌شود. سپس با استفاده از روشی مشابه با روش رفت و برگشت دوبل مجهولات فشار محاسبه می‌شوند. در مدل عددی حاضر از این روش برای کاهش زمان محاسبات استفاده شده است.

برای مدل‌سازی سطح آزاد در روش اویلری می‌بایست از روش‌های جانبی نظیر *Mac* [۳]، روش *Level set* [۴]، روش هیدرودینامیک ذرات هموار [۵] و روش حجم سیال [۶] ارائه شده‌اند. روش حجم سیال یک روش اقتصادی و آسان برای مدل‌سازی مرزهای آزاد در شبکه‌های دوبعدی و سه‌بعدی می‌باشد. این روش در مقایسه با روش‌های قبلی نظیر *Mac* محاسبات کمتری در هر گام زمانی انجام می‌دهد و به فضای ذخیره کمتری احتیاج دارد. همچنین *VOF* این توانایی را دارد که سطوح آزاد با هندسه پیچیده شامل جریان‌های جداشونده و ترکیب‌شونده را نیز مدل کند.

تحقیقات در زمینه اندرکنش موج و محیط متخلخل بیشتر پیرامون موج‌شکن‌های مستغرق و دیوارهای متخلخل ساحلی انجام شده است. لینت و همکاران [۷] و کریم و همکاران [۸] از جمله محققینی هستند که دیوار قائم متخلخل را مورد بررسی قرار داده‌اند. لینت با استفاده از معادلات بوسینسک سعی در مدل‌سازی

می‌شود. در صورتی که با استفاده از روش‌های معمول با اعمال شار عبوری از وجه‌ها مقادیر جدید کسر حجمی در هر سلول محاسبه شود، ممکن است مقدار کسر حجمی در برخی سلول‌ها بزرگتر از یک و در برخی کوچکتر از صفر به دست آید، که این مسأله ناشی از عبور مضاعف بخشی از شار کسر حجمی تحت اثر میدان جریان در دو جهت می‌باشد. در مدل ارائه شده برای رفع این مشکل از روش تغییرات موثر حجم کنترل تحت اثر هر یک از مراحل انجام محاسبات در جهت x و یا y استفاده شده است. در این روش که توسط رادمن [۱۲] به همراه تکنیک FCT استفاده شده است، برای برآورد تغییرات کسر حجمی در هر سلول از شارهای ورودی و خروجی محاسبه شده در هر مرحله و حجم کنترل اصلاح شده، استفاده شده است. بدین ترتیب در هر نیم‌گام زمانی (مرحله x و یا y) پس از محاسبه شیب سطح مشترک در سلول با استفاده از مقدار کسر حجمی در سلول‌های همسایه، شار جریان به‌روش یانگ محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از روش ارائه شده توسط رادمن توزیع جدید کمیت کسر حجمی C طبق روابط (۸) در انتهای همان نیم‌گام زمانی به دست می‌آید. روابط زیر با فرض نیم‌گام زمانی جهت x تنظیم شده است.

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{i,j} &= C_{i,j}^n \Delta V_{i,j}^n - \left(F_{i+\frac{1}{2},j}^x - F_{i-\frac{1}{2},j}^x \right) \\ \Delta V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} &= \Delta V_{i,j}^n - \Delta t \Delta y \left(u_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j} \right) \\ C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{C}_{i,j} / \Delta V_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (۸)$$

در این معادلات $\Delta V^n = \Delta x \cdot \Delta y$ معادل حجم سلول در گام زمانی n ام و F^x شار انتقال کسر حجمی C از وجه‌های قائم در جهت x می‌باشد. پس از انجام محاسبات فوق در نیم‌گام محاسباتی جهت x ، در نیم‌گام زمانی دوم پس از محاسبه مجدد شیب سطح و شار کسر حجمی در جهت y ، با استفاده از روابط (۸) مقادیر جدید کسر حجمی با استفاده از شار کسر حجمی در جهت y به دست می‌آید. مقدار ΔV بعد از انجام محاسبات جهت x و y مجدداً به مقدار اولیه خود یعنی حجم سلول بازگردانده خواهد شد. استفاده از این روش باعث جلوگیری از مختل شدن بقای جرم و همچنین بر هم خوردن توزیع کسر حجمی می‌شود.

۲-۲ شبکه محاسباتی

شبکه به کار رفته در مدل، شبکه منظم با ساختار جابه‌جا شده در مختصات کارتیزین است که در شکل ۱ نشان داده شده است. فضای محاسباتی در راستای افق به n_x سلول با فواصل مساوی Δx و در راستای قائم به n_k سلول با فواصل مساوی Δz تقسیم شده است.

رابطه $\lambda = \gamma + (1 - \gamma)C_M$ محاسبه می‌شود. C_M ضریب جرم افزوده یا اینرسی است. u و w به ترتیب سرعت‌های افقی و قائم می‌باشند. v ضریب ویسکوزیته کینماتیکی است. ϕ نیز برابر $P / \rho + gz$ می‌باشد که در آن چگالی، P فشار و g شتاب گرانش است. نیروهای کششی R_x و R_z از روابط (۴) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} R_x &= \frac{C_D}{2\Delta x} (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \\ R_z &= \frac{C_D}{2\Delta z} (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \end{aligned} \quad (۴)$$

در رابطه فوق C_D ضریب کشش است. برای مدلسازی سطح آزاد از روش حجم سیال استفاده شده است. در روش حجم سیال یک تابع مانند C تعریف می‌شود. تابع مورد نظر نمایانگر حجم نسبی سیال در هر سلول می‌باشد و از نوع پله‌ای است. اگر مقدار این تابع در سلولی برابر یک باشد، آن سلول کاملاً با سیال اشغال شده است. در مقابل مقدار صفر تابع، بیانگر سلولی خالی از سیال است. بنابراین سلول‌هایی با مقادیر تابع C بین صفر و یک متناظر با سطح آزادند. تابع C به زمان وابسته بوده و حرکت آن به همراه سیال با رابطه (۵) می‌شود.

$$\frac{\partial(\gamma_v C)}{\partial t} + \frac{\partial(\gamma_x u C)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma_z w C)}{\partial z} = 0. \quad (۵)$$

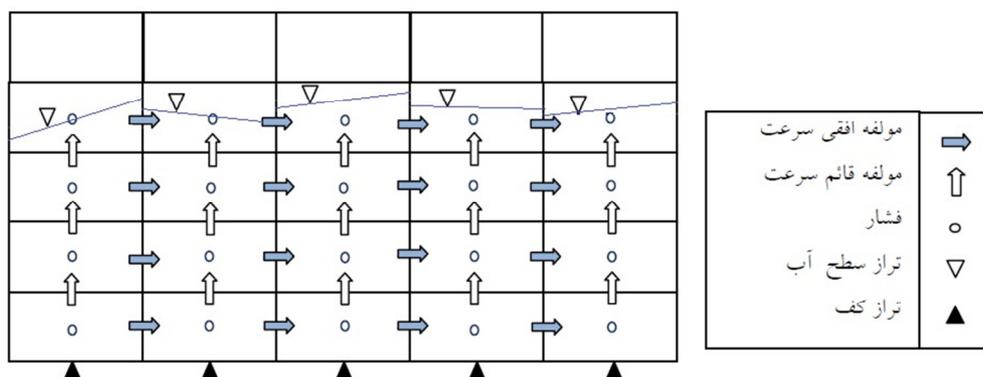
برای بازسازی سطح آزاد از روش یانگ استفاده شده است. در این روش، ابتدا شیب سطح، β ، ارزیابی می‌شود. یکی از روش‌های مناسب برای محاسبه β ، توسط کوته و همکاران به صورت زیر برای شبکه‌بندی یکنواخت ارائه شده است:

$$\begin{aligned} n_{i,k}^x &= \frac{1}{\Delta x} (C_{i+1,k+1} + 2C_{i+1,k} + C_{i+1,k-1} \\ &\quad - C_{i-1,k+1} - 2C_{i-1,k} - C_{i-1,k-1}) \\ n_{i,k}^z &= \frac{1}{\Delta z} (C_{i+1,k+1} + 2C_{i,k+1} + C_{i-1,k+1} \\ &\quad - C_{i+1,k-1} - 2C_{i,k-1} - C_{i-1,k-1}) \end{aligned} \quad (۶)$$

سپس مقدار β از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{-n^x}{n^z} \right) \quad (۷)$$

سطح آزاد در هر سلول به وسیله یک قطعه خط مستقیم با شیب β تقریب زده می‌شود. این خط، سلول را به گونه‌ای قطع می‌کند که حجم نسبی سیال با $C_{i,j}$ بیان شود. با استفاده از هندسه چندضلعی به دست آمده، می‌توان جریان عبوری از هر ضلع سلول را محاسبه کرد. روش‌هایی مانند روش یانگ که سطح بازسازی شده عمود بر گرادیان VOF در نظر گرفته می‌شود، $PLIC$ نامیده



شکل ۱ - شبکه جابه‌جاشده و موقعیت مجهولات

۲-۳ روش حل

در این مدل عددی، برای منقطع‌سازی معادلات از روش حجم محدود و برای حل آن‌ها از روش تفکیک زمانی استفاده شده است [۲]. در گام اول، بر اساس روش تفکیک زمانی، ترم فشار از معادلات مومنتوم حذف می‌شود و ترم‌های جابه‌جایی و پخش برای سرعت‌ها حل می‌شود. این گام در دو مرحله انجام می‌شود. در مرحله اول، معادله جابه‌جایی برای سرعت‌های گام زمانی قبل حل می‌شود و سرعت‌های میانی u^* و w^* به دست می‌آیند.

$$\lambda_v \frac{u^{n+1} - u^{**}}{\Delta t} + \gamma_v \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{n+1} = 0 \quad (14)$$

$$\lambda_v \frac{w^{n+1} - w^{**}}{\Delta t} + \gamma_v \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^{n+1} = -\gamma_v g \quad (15)$$

برای حذف سرعت‌ها از مجهولات و به دست آوردن معادله پواسون، معادلات (۱۴) و (۱۵) جداسازی شده و در معادله پیوستگی جایگزین می‌شوند تا معادله (۱۶) موسوم به معادله پواسون به دست آید:

$$a_{i,k} P_{i-1,k}^{n+1} + b_{i,k} P_{i+1,k}^{n+1} + c_{i,k} P_{i,k}^{n+1} + d_{i,k} P_{i,k-1}^{n+1} + e_{i,k} P_{i,k+1}^{n+1} = f_{i,k} \quad (16)$$

ضرایب رابطه (۱۶) در جدول ۱ آورده شده‌اند:

جدول ۱ - ضرایب معادله (۱۶)

$a_{i,k}$	$-\frac{\Delta t \gamma}{\lambda \Delta x^2}$
$b_{i,k}$	$-\frac{\Delta t \gamma}{\lambda \Delta x^2}$
$c_{i,k}$	$-(a_{i,k} + b_{i,k} + d_{i,k} + e_{i,k})$
$d_{i,k}$	$\frac{\Delta t \gamma}{\lambda \Delta z^2}$
$e_{i,k}$	$-\frac{\Delta t \gamma}{\lambda \Delta z^2}$
$f_{i,k}$	$\frac{(w_{i,k}^{**} - (\gamma g \Delta t / \lambda)) - (w_{i,k+1}^{**} - (\gamma g \Delta t / \lambda))}{\Delta z} + \frac{u_{i,k}^{**} - u_{i+1,k}^{**}}{\Delta x} + \frac{\Delta t}{\lambda \Delta x} (R_{x_{i+1,k}} - R_{x_{i,k}}) + \frac{\Delta t}{\lambda \Delta z} (R_{z_{i,k+1}} - R_{z_{i,k}})$

$$\frac{u^* - u^n}{\Delta t} = - \left[\frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right]^n \quad (9)$$

$$\frac{w^* - w^n}{\Delta t} = - \left[\frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} \right]^n \quad (10)$$

در مرحله دوم با استفاده از این سرعت‌های میانی، معادلات پخش حل شده و سرعت‌های میانی دوم به دست می‌آیند:

$$\frac{u^{**} - u^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u^{**}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial u^{**}}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$\frac{w^{**} - w^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial w^{**}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial w^{**}}{\partial z} \right) \quad (12)$$

برای حل معادلات جابه‌جایی از روش صریح *Fromm* و برای معادلات پخش از روش غیرصریح کرنک نیکلسون استفاده شده است [۱۳]. سرعت‌های میانی که در این گام محاسبه می‌شوند، معادله پیوستگی را ارضا نمی‌کنند. بنابراین معادله پیوستگی همزمان با معادلات مومنتوم بدون ترم‌های انتقال و پخش، حل می‌شوند.

$$\gamma_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^{n+1} + \gamma_z \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^{n+1} = 0 \quad (13)$$

$$\overline{X}_{i-1} = \overline{E}_i \overline{X}_i + \overline{F}_i \quad (20)$$

$$\overline{E}_i = -(\overline{A}_i \overline{E}_{i-1} + \overline{B}_i)^{-1} \overline{C}_i \quad (21)$$

$$\overline{F}_i = (\overline{A}_i \overline{E}_{i-1} + \overline{B}_i)^{-1} (\overline{D}_i - \overline{A}_i \overline{F}_{i-1})$$

با استفاده از مقادیر فشار در گام زمانی جدید، مقادیر سرعت اصلاح می‌شوند. سپس سرعت‌های جدید در حل معادله جابه‌جایی برای تابع VOF به کار می‌روند و سطح آزاد در گام زمانی جدید به دست می‌آید. مدل عددی با استفاده از آزمون‌های انتشار موج، شکست سد و موج ایستا مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج مناسبی را به دست داده است.

برای در نظر گرفتن شرایط سرعت معلوم در سلول‌هایی مانند سلول‌های خالی، ضرایبی برای اضلاع سلول به شرح زیر تعریف شده است:

۱. ضرایب فشار:

اگر در جهت x مرز بالادست سلول بسته بوده یا سرعت در آن مرز معلوم باشد:

$$xcoef_{i,k} = 0$$

اگر در جهت z مرز بالادست سلول بسته بوده یا سرعت بالادست معلوم باشد:

$$zcoef_{i,k} = 0$$

در غیر این صورت:

$$xcoef_{i,k} = 1$$

$$zcoef_{i,k} = 1$$

۲. ضرایب سرعت:

اگر در جهت x مرز بالادست سلول بسته باشد:

$$ucoef_{i,k} = 0$$

اگر در جهت z مرز بالادست سلول بسته باشد:

$$wcoef_{i,k} = 0$$

در غیر این صورت:

$$ucoef_{i,k} = 1$$

$$wcoef_{i,k} = 1$$

با وارد کردن این ضرایب در روابط ناویر استوکس، ضرایب معادله به شکل زیر اصلاح می‌شوند:

جدول ۲ - ضرایب اصلاح شده رابطه (۱۶)

$a_{i,k}$	$-xcoef_{i,k} \frac{\psi \Delta t}{\Delta x^2}$
$b_{i,k}$	$-xcoef_{i+1,k} \frac{\psi \Delta t}{\Delta x^2}$
$c_{i,k}$	$-(a_{i,k} + b_{i,k} + d_{i,k} + e_{i,k})$
$d_{i,k}$	$-zcoef_{i,k} \frac{\psi \Delta t}{\Delta z^2}$
$e_{i,k}$	$-zcoef_{i,k+1} \frac{\psi \Delta t}{\Delta z^2}$

با نوشتن رابطه (۱۶) برای تمام سلول‌های یک ستون از یک تا nk ، یک دسته از معادلات به دست می‌آید که در آن‌ها فشار در گام زمانی بعد مجهول است. این سیستم معادلات را می‌توان به صورت ماتریسی مطابق رابطه (۱۸) نشان داد و یا به عبارتی:

$$\overline{A}_i \overline{P}_{i-1}^{n+1} + \overline{B}_i \overline{P}_i^{n+1} + \overline{C}_i \overline{P}_{i+1}^{n+1} = \overline{D}_i \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} a_{i,1} & & & & \\ & a_{i,2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & a_{i,nk} \end{bmatrix} \overline{P}_{i-1}^{n+1} + \begin{bmatrix} c_{i,1} & e_{i,1} & & & \\ d_{i,2} & c_{i,2} & e_{i,2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & d_{i,nk} & c_{i,nk} \end{bmatrix} \overline{P}_i^{n+1} + \begin{bmatrix} b_{i,1} & & & & \\ & b_{i,2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & b_{i,nk} \end{bmatrix} \overline{P}_{i+1}^{n+1} = \begin{Bmatrix} f_{i,1} \\ f_{i,2} \\ \vdots \\ f_{i,nk} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

در رابطه (۱۷) $\overline{P}_i^{n+1} = [P_{i,1}^{n+1}, P_{i,2}^{n+1}, \dots, P_{i,nk}^{n+1}]$ بردار فشار مجهول برای ستون i و A_i ، B_i و C_i ماتریس ضرایب دوبعدی به ترتیب برای فشار در ستون‌های $i-1$ ، i و $i+1$ هستند. با نوشتن رابطه (۱۷) برای تمامی ستون‌ها یک سیستم ماتریس بلوکی سه قطری شکل می‌گیرد.

پس از محاسبه مقادیر ماتریس‌های \overline{E} و \overline{F} برای تمامی ستون‌ها، با استفاده از رابطه بازگشتی (۲۰) مقادیر فشار از آخرین ستون تا اولین ستون محاسبه می‌شود. با روشی مشابه الگوریتم رفت‌وبرگشت دوتایی، می‌توان یکی از مجهولات را حذف کرد.

$$\begin{bmatrix} \overline{B}_1 & \overline{C}_1 & & & \\ & \overline{A}_2 & \overline{B}_2 & \overline{C}_2 & \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & \overline{A}_i & \overline{B}_i & \overline{C}_i \\ & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \overline{A}_{ni} & \overline{B}_{ni} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{X}_1 \\ \overline{X}_2 \\ \vdots \\ \overline{X}_i \\ \vdots \\ \overline{X}_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{D}_1 \\ \overline{D}_2 \\ \vdots \\ \overline{D}_i \\ \vdots \\ \overline{D}_{ni} \end{bmatrix} \quad (19)$$

مطابق رابطه زیر می‌توان هر مجهول را به عنوان تابعی خطی از مجهول کناری‌اش در نظر گرفت. با جایگذاری رابطه (۲۰) در رابطه (۱۷) مقادیر ضرایب \overline{E} و \overline{F} مطابق رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

جدول ۲- ضرایب اصلاح شده رابطه (۱۶) (ادامه)

	$\frac{wcoef_{i,k} (w_{i,k}^{**} - g\Delta t)}{\Delta z}$
	$\frac{wcoef_{i,k+1} (w_{i,k+1}^{**} - g\Delta t)}{\Delta z}$
	$+ \frac{ucoef_{i,k} u_{i,k}^{**} - ucoef_{i+1,k} u_{i+1,k}^{**}}{\Delta x}$
$f_{i,k}$	$\frac{(1-\psi)}{\psi} \left\{ \frac{-\psi\Delta t}{\rho\Delta x^2} \cdot [xcoef_{i,k} (P_{i,k}^n - P_{i-1,k}^n) + xcoef_{i+1,k} (P_{i,k}^n - P_{i+1,k}^n)] + \frac{-\psi\Delta t}{\rho\Delta z^2} \cdot [zcoef_{i,k} (P_{i,k}^n - P_{i,k-1}^n) + zcoef_{i,k+1} (P_{i,k}^n - P_{i,k+1}^n)] \right\}$

جابه‌جایی برای تابع VOF ارضا می‌شود. لازم به ذکر است که در انتهای دیوار متخلخل، مرزی نفوذناپذیر در نظر گرفته شده است.

$$u_n = 0. \quad (26)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0. \quad (27)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (28)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0. \quad (29)$$

۲- کالیبراسیون مدل

برای داده‌های آزمایشگاهی از داده‌های موجود در مقاله کریم و همکاران [۱۱] استفاده شده است.

یک کانال موج عددی با شرایط اولیه و شرایط مرزی مناسب در مدل تعریف می‌شود. طول کانال ۱۸ متر و عمق آب ۰/۳۷۵ متر می‌باشد. ابعاد سلول‌های شبکه محاسباتی، در راستای محور x برابر ۰/۰۲ متر و در راستای محور y برابر با ۰/۰۱ متر در نظر گرفته شده است. تغییر مکان سطح آب و همچنین سرعت‌های افقی و قائم در $t = 0$ برابر صفر فرض شده است. فشار در زمان $t = 0$ مساوی فشار هیدروستاتیک در نظر گرفته شده است. شمای مدل آزمایشگاهی در شکل زیر نشان داده شده است.

برای تولید موج از مولد موج پیستونی در مرز چپ استفاده شده است (۱۴). برای این منظور سرعت در مرز چپ مطابق رابطه (۳۰) قرار داده می‌شود.

$$u(0, z, t) = \frac{S(z)}{2} \sigma \cos \sigma t \quad (30)$$

$S(z)$ مقدار T دوره تناوب است که در آن $\sigma = 2\pi/T$ برای مولد پیستونی در عمق ثابت است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{H}{S} = \frac{2(\cosh 2k_p h - 1)}{\sinh 2k_p h + 2k_p h} \quad (31)$$

k_p عدد موج پیشرونده، H ارتفاع موج و h عمق آب است. پس از محاسبات برای موج مذکور مقدار سرعت مرزی مطابق رابطه زیر در مدل اعمال می‌شود:

$$u(0, z, t) = 0.177 \cos(3.93t) \quad (32)$$

طول دیوار متخلخل $B = 1.38m$ و لذا $B/L = 0.5$ می‌باشد. در معادلات حاکم پارامترهایی مربوط به جریان متخلخل وجود دارند که لازم است قبل از کاربرد مدل تعیین شوند. این پارامترها عبارتند از تخلخل (γ)، ضریب کشش (C_D) و ضریب اینرسی (C_M). تخلخل یک ویژگی فیزیکی قابل اندازه‌گیری است و به راحتی تعیین می‌شود.

۴-۲ مدل آشفتگی

در تحقیق حاضر از مدل اسماکورینسکی برای وارد کردن لزجت گردابه‌ای در معادلات ناوراستوکس استفاده شده است. لزجت گردابه‌ای اسماکورینسکی (V_t) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S} S \quad (23)$$

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (24)$$

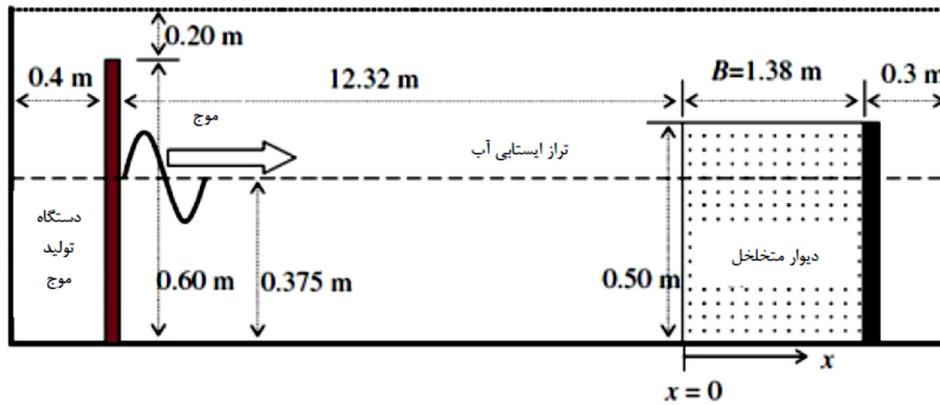
که در آن Δ بستگی به ابعاد شبکه دارد و عبارتست از:

$$\Delta = \sqrt{(\Delta x \Delta z)} \quad (25)$$

پارامتر C_s ثابت اسماکورینسکی است. C_s یک ثابت تجربی است و از مقایسه بین مدل‌های عددی و نتایج آزمایشگاهی قابل محاسبه است. به طور کلی در منابع مقادیر بین ۰/۱ تا ۱ برای C_s به کار می‌رود. در مدل حاضر مقدار ۰/۲۵ برای این پارامتر به کار رفته است.

۵-۲ شرایط مرزی

شرایط مرزی در دیواره‌ها و کف، شرط مرزی لغزش آزاد است. این شرط مرزی بدین معناست که سرعت‌های عمود بر مرز (u_n) مطابق با رابطه (۲۶) و گرادیان سرعت‌های مماس بر مرز (u_t) برابر صفر است (رابطه (۲۷)). شرط مرزی فشار در مرز بالا و پایین مطابق رابطه (۲۸) و در مرز چپ و راست مطابق رابطه (۲۹) است. در مرز چپ از یک مولد موج پیستونی برای تولید موج استفاده شده است. در سطح آزاد آب، شرط مرزی کینماتیکی با حل معادله



شکل ۲- نمای شماتیک فضای محاسباتی به همراه دیوار متخلخل [۱۱]

افزایش C_M و در نتیجه افزایش انعکاس موج می‌تواند دلیلی بر این موضوع باشد. در سایر نقاط تغییرات ارتفاع موج در اثر تغییرات C_M ، روند مشخصی را دنبال نمی‌کند. برای تعیین مقادیر صحیح C_M و C_D می‌بایست از آزمایش‌های هیدرولیکی یا مدل ریاضی استفاده نمود. در تحقیق حاضر، مدل عددی برای مقادیر C_M برابر 0.25, 0.5, 1, 2, 3 و $C_D = 2, 3, 3.5, 4, 5$ حل و با نتایج فیزیکی مقایسه شده است.

برای این منظور از خطای جذر متوسط مربعات مطابق رابطه استفاده شده است. $C_M = 0.5$ و $C_D = 3.5$ با کمترین مقدار RMS نزدیکترین جواب را به داده‌های فیزیکی به دست می‌دهند.

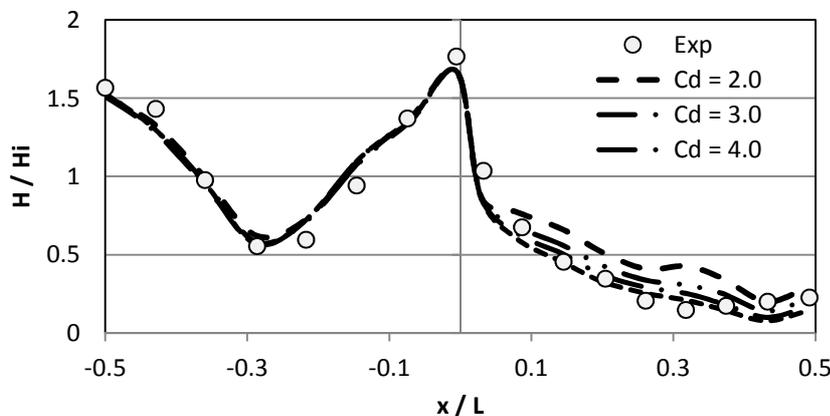
$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (۳۳)$$

که در آن:

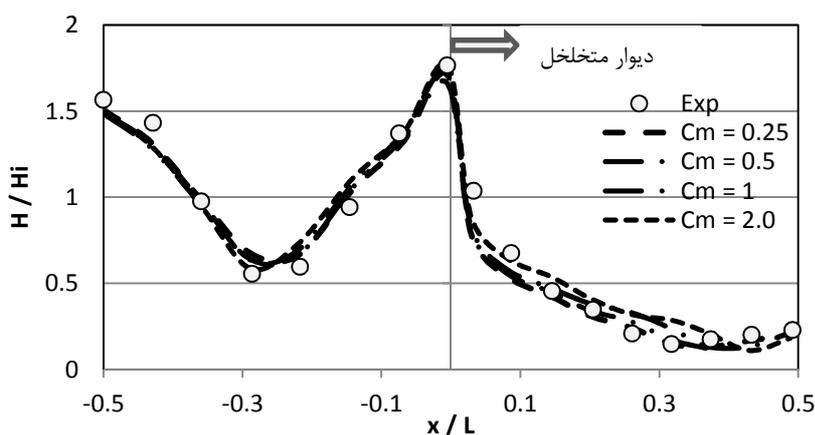
- y_i : مقدار ارتفاع موج به ارتفاع اولیه از مدل عددی
- \hat{y}_i : مقدار ارتفاع موج به ارتفاع عددی از مدل فیزیکی
- n : تعداد داده‌ها

برای تعیین ضرایب کشش و اینرسی می‌بایست از روش‌های سعی و خطا استفاده کرد. علاوه بر این، بررسی اثر آن‌ها بر عملکرد سازه ضروری به نظر می‌رسد. اثر هر یک از پارامترها با ثابت نگه‌داشتن یکی و تغییر دیگری مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۳ اثر تغییرات ضریب کشش (C_D) را بر توزیع ارتفاع موج برای مقدار ثابت $C_M = 2.0$ نشان می‌دهد. در این شکل محل شروع دیوار متخلخل به عنوان مبدأ مختصات روی محور x قرار داده شده است. مقادیر x بر حسب طول موج L بی بعد شده و روی محور افقی نمایش داده شده‌اند. محور قائم نسبت ارتفاع به ارتفاع اولیه موج (H_i) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، استهلاك موج با افزایش C_D درون سازه متخلخل افزایش می‌یابد، درحالی‌که ارتفاع موج در خارج از محیط متخلخل چندان تحت تاثیر تغییرات C_D قرار نمی‌گیرد. ضریب کشش مستقیماً نماینده استهلاك موج است و در نتیجه با افزایش C_D نرخ پراکندگی انرژی افزایش می‌یابد.

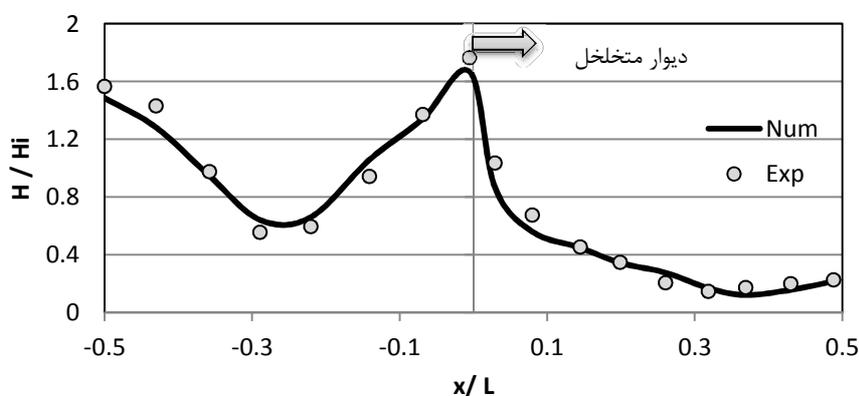
اثر تغییرات C_M بر توزیع ارتفاع موج با مقدار ثابت $C_D = 3.5$ در شکل ۴ نشان داده شده است. تاثیر ضریب C_M نسبت به ضریب C_D کمتر است. در محل برخورد موج با دیوار، با افزایش C_M ارتفاع موج افزایش می‌یابد. افزایش مقاومت در برابر ورود سیال با



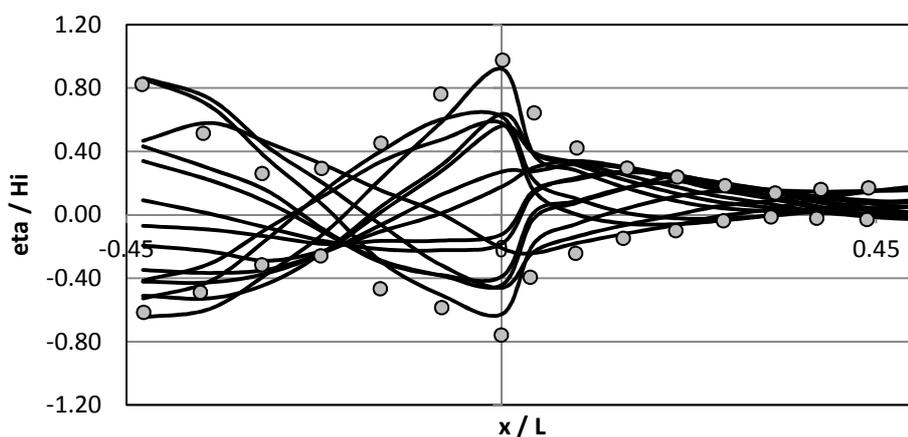
شکل ۳- اثر تغییرات C_D بر توزیع دامنه موج با مقدار ثابت $C_M = 2.0$



شکل ۴- اثر تغییرات C_M بر توزیع دامنه موج با مقدار ثابت $C_D = 3.5$



شکل ۵- توزیع ارتفاع امواج برای $B/L = 0.5$



شکل ۶- سری‌های زمانی پروفیل‌های سطحی آب با فواصل زمانی $T/14$ در طول یک دوره تناوب. نقاط دایره‌ای، نسبت ترازهای اندازه‌گیری شده اوج و حضیض موج (η) به ارتفاع موج اولیه (H_i) در آزمایش هستند.

۴- مدل‌سازی اندرکنش موج و دیوار متخلخل

قسمت قبل و مقدار تخلخل برابر 0.43 می‌باشد. همان‌طور که دیده می‌شود ارتفاع موج در داخل دیوار متخلخل به طور ناگهانی کاهش می‌یابد. علت این امر کاهش سطح عبور سیال و همچنین حضور نیروهای مقاوم می‌باشد. همچنین در مجاورت مرز نفوذناپذیر، به

در شکل ۵ توزیع ارتفاع امواج برای $B/L = 0.5$ با مقادیر اصلاح شده $C_M = 0.5$ و $C_D = 3.5$ نشان داده شده است. B طول موج‌شکن و L طول موج است. ویژگی‌های موج برخوردی مشابه

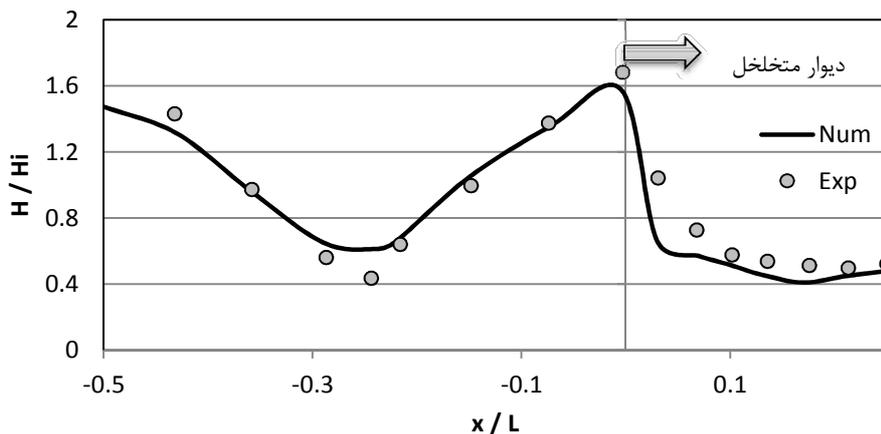
تخلخل $\gamma=0.45$ در نظر گرفته شده‌اند. ضریب استهلاک ارتفاع موج با استفاده از رابطه (۳۴) برای این دو حالت محاسبه شده است. در این رابطه $(H_w)_i$ ارتفاع موج در مجاورت مرز نفوذناپذیر بدون حضور موج‌شکن و $(H_w)_p$ ارتفاع در همان نقطه با وجود موج‌شکن است.

$$\xi = \frac{(H_w)_i - (H_w)_p}{(H_w)_i} \quad (34)$$

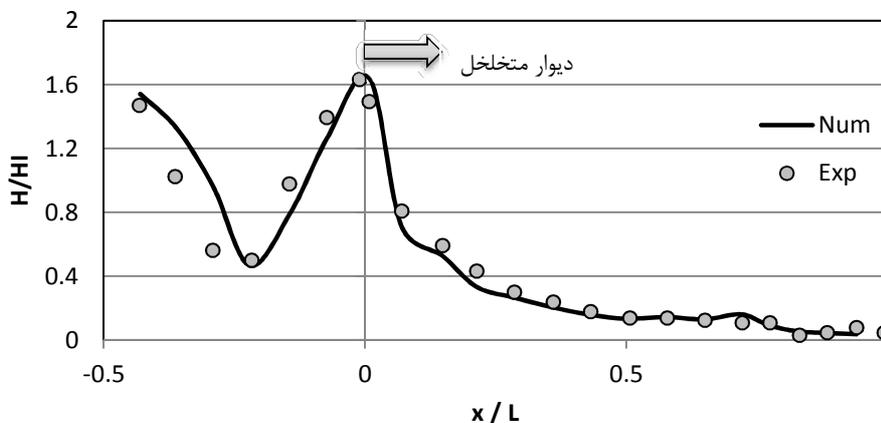
با استفاده از مدل عددی، مقدار ξ برای $B/L = 0.25$ برابر ۰/۶۴ و برای $B/L = 0.5$ برابر ۰/۸۷ محاسبه شده است. این نتیجه بیانگر این است که افزایش B/L می‌تواند اثر قابل ملاحظه‌ای در افزایش استهلاک موج داشته باشد. البته همان‌طور که دیده می‌شود با وجود دو برابر شدن طول موج‌شکن، ضریب استهلاک ارتفاع موج ۱/۳ برابر شده است.

دلیل انعکاس و شکل‌گیری موج نیمه ایستا ارتفاع موج دوباره اندکی افزایش می‌یابد. سری زمانی پروفیل‌های سطحی در شکل ۶ نشان داده شده است. مکان‌های تاج و حوضیض موج از آزمایش‌های فیزیکی موجود و در همان شکل رسم شده است. افزایش اندک ارتفاع موج در مجاورت مرز نفوذناپذیر و شکل‌گیری موج نیمه ایستا در این شکل نیز قابل مشاهده است. همچنین انطباق نسبتاً خوبی بین نمودارهای عددی و داده‌های آزمایشگاهی وجود دارد. مقادیر RMS برای نقاط ماکزیمم و مینیمم به ترتیب برابر ۰/۱۱ و ۰/۰۹ می‌باشد.

در ادامه این بخش مدل کالیبره شده برای تولید نتایج در دو حالت $B/L = 0.25$ و $B/L = 1.0$ به کار می‌رود. در حالت اول طول موج‌شکن برابر ۰/۶۹ و در حالت دوم برابر ۲/۷ متر خواهد بود. نتایج در شکل‌های ۷ و ۸ آورده شده‌اند. نتایج عددی بسیار نزدیک به داده‌های اندازه‌گیری شده هستند. برای بررسی کمی اثر طول دیوار متخلخل در استهلاک موج، دو حالت $B/L = 0.25, 0.5$ با



شکل ۷ - توزیع ارتفاع امواج برای $B/L = 0.25$



شکل ۸ - توزیع ارتفاع امواج برای $B/L = 1.0$

است. از طرفی با افزایش تخلخل، انعکاس در مجاورت دیوار متخلخل کاهش می‌یابد. لذا باید محدوده‌ای بهینه برای تخلخل در نظر گرفت تا علاوه بر انعکاس کم در مجاورت دیوار متخلخل، ارتفاع موج در مجاورت دیوار نفوذناپذیر انتهایی نیز مقدار قابل قبولی را داشته باشد.

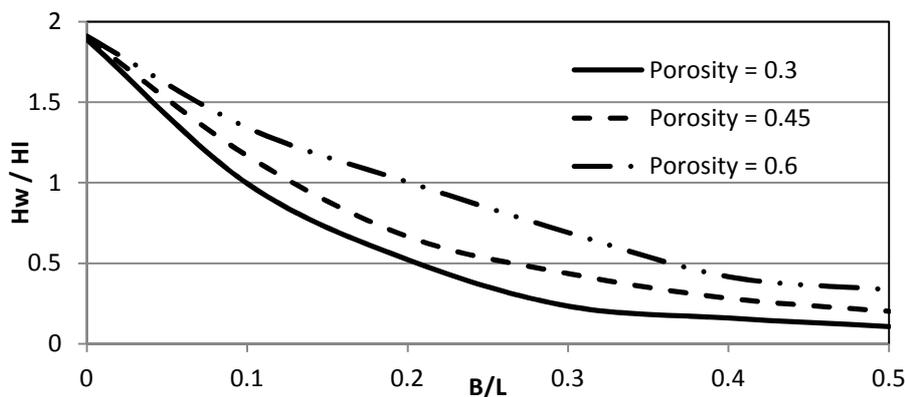
برای بررسی توزیع فشار و سرعت درون دیوار متخلخل، موجی به ارتفاع ۰/۱ متر و دوره تناوب ۱/۶ ثانیه در نظر گرفته شده است. برای تولید چنین موجی شرایط مرزی سرعت در مرز چپ باید مطابق رابطه (۳۵) باشد.

$$u(0, z, t) = 0.232 \cos(3.93t) \quad (35)$$

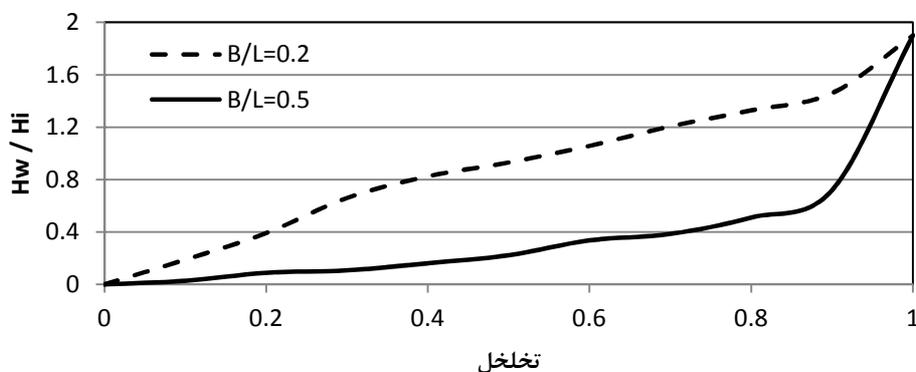
تخلخل برابر $\gamma = 0.45$ و طول موج‌شکن برابر ۱/۳۸ متر است و لذا $B/L = 0.5$ می‌باشد. شکل ۱۱ توزیع سرعت ماکزیمم در نزدیکی سطح آب را نشان می‌دهد. مقادیر سرعت با ورود به محیط متخلخل به سرعت کاهش می‌یابد. سرعت افقی در نهایت به صفر رسیده است، در حالی که سرعت قائم در نزدیکی مرز نفوذناپذیر اندکی افزایش می‌یابد. این مسئله می‌تواند به دلیل شرایط مرزی شکل‌گیری موج ایستا در آن نقطه باشد.

برای بررسی دقیق‌تر این موضوع، نسبت ارتفاع موج در مجاورت مرز نفوذناپذیر به ارتفاع اولیه موج را برای نسبت‌های B/L مختلف در شکل ۹ نشان داده شده است. همان‌طور که ذکر شد، با افزایش B/L استهلاک موج بیشتر می‌شود. نرخ استهلاک در ابتدای نمودار بیشتر است و در ادامه شیب کمتری به خود گرفته و به سمت مقداری ثابت میل می‌کند. به عبارتی از یک مقدار مشخص به بعد افزایش B/L تاثیر قابل ملاحظه‌ای در افزایش استهلاک موج ندارد. علت این امر می‌تواند به رابطه نیروهای مقاوم با مجذور سرعت بستگی داشته باشد. با حرکت سیال در محیط متخلخل به دلیل نیروهای مقاوم کششی و اینرسی، سرعت سیال به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. این موضوع باعث کاهش نیروهای مقاوم می‌شود. علاوه بر این، در شکل ۱۰ تاثیر میزان تخلخل نیز بررسی شده است. برای یک مقدار B/L مشخص، هرچه مقدار تخلخل بیشتر باشد، ارتفاع موج در مجاورت مرز نفوذناپذیر بیشتر است. علت این امر، افزایش عبور موج

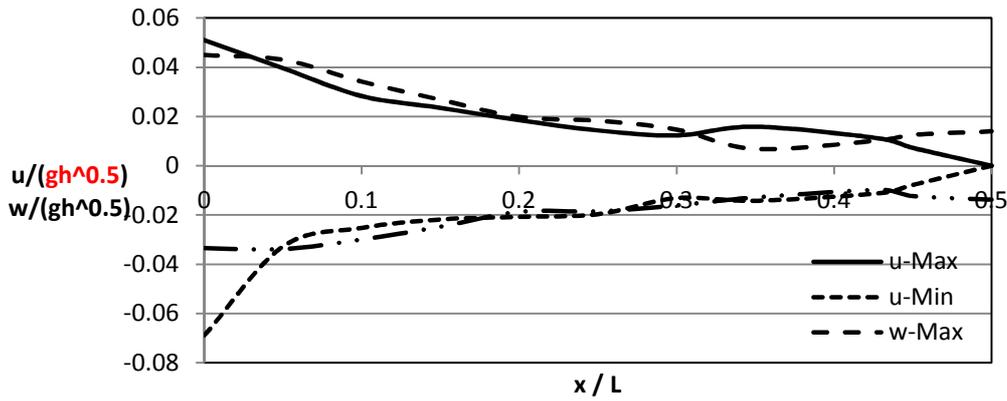
از دیوار متخلخل با افزایش تخلخل است. برای روشن‌تر شدن موضوع برای دو حالت $B/L = 0.2$ و $B/L = 0.5$ تغییرات H_w/H_l بر حسب تغییرات تخلخل در شکل ۱۰ رسم شده



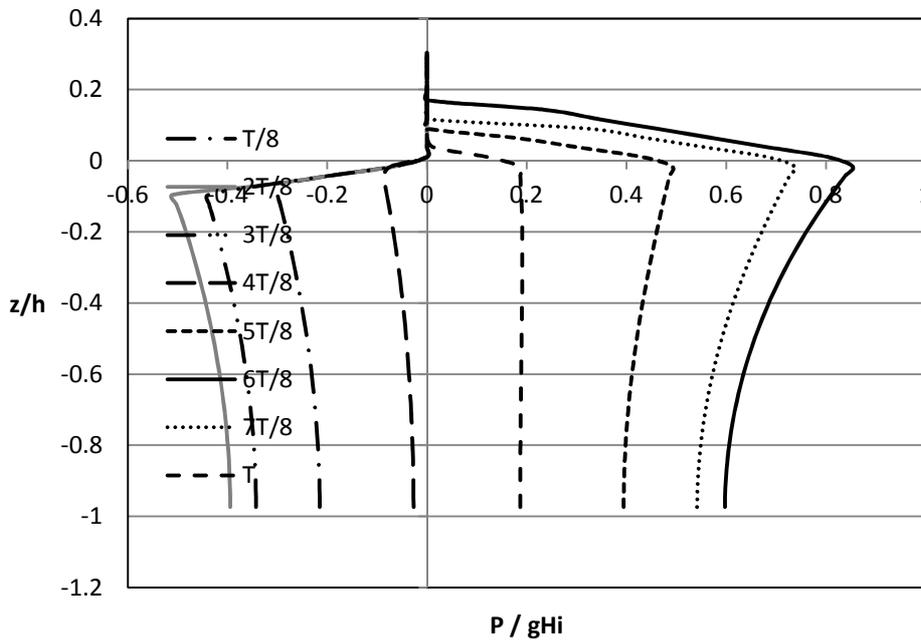
شکل ۹- تغییرات نسبت ارتفاع موج در مرز نفوذناپذیر به ارتفاع اولیه موج برای B/L های مختلف



شکل ۱۰- تغییرات نسبت ارتفاع موج در مرز نفوذناپذیر به ارتفاع اولیه موج برای تخلخل‌های مختلف



شکل ۱۱- توزیع سرعت ماکزیمم در نزدیکی تراز آب



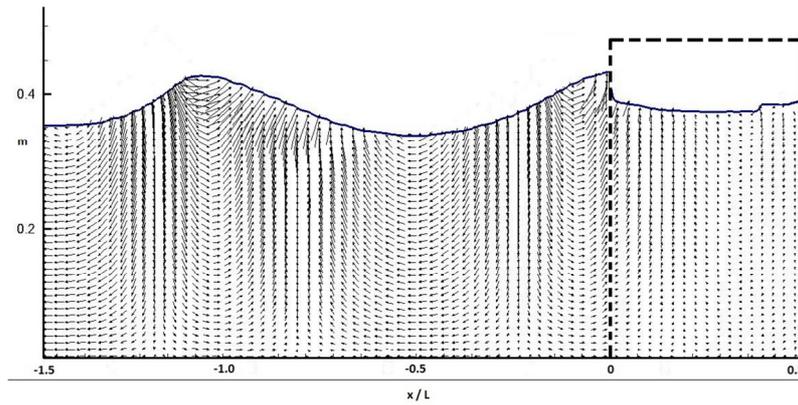
شکل ۱۲- توزیع قائم فشار دینامیک در مجاورت دیوار متخلخل در یک دوره تناوب (شروع از حوض موج) با فواصل $T/8$

۵- نتیجه گیری

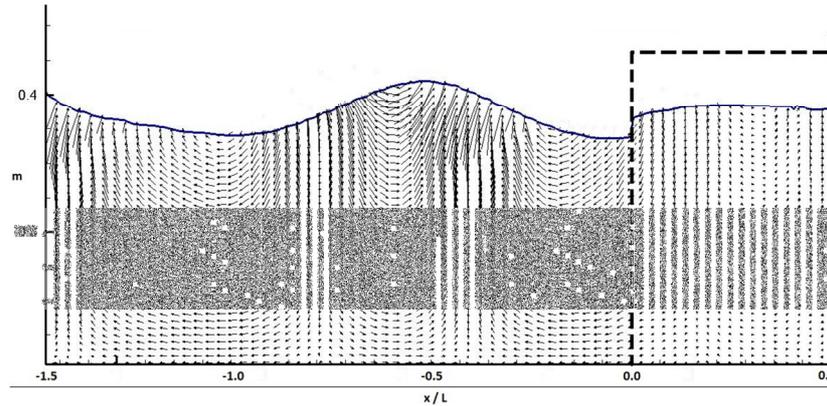
مدلی عددی برای مدلسازی اندرکنش موج با دیوار متخلخل ارائه شد. مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی صحت مدل را تایید کرده است. بررسی نتایج مدل نشان می‌دهد که افزایش B/L باعث کاهش عبور موج و در نتیجه کاهش ارتفاع موج در مجاورت دیوار نفوذناپذیر می‌شود. اما با افزایش B/L ، میزان این اثر مثبت کاهش می‌یابد. به عبارتی از $B/L > 0.4$ کاهش قابل ملاحظه‌ای در ارتفاع موج در مجاورت دیوار متخلخل رخ نمی‌دهد. با افزایش تخلخل ارتفاع موج در مجاورت دیوار متخلخل افزایش می‌یابد. توزیع فشار دینامیکی مشابه حالت حضور موج ایستا در مجاورت دیوار نفوذناپذیر است. فشار دینامیکی در تراز ایستایی حداکثر است.

توزیع قائم فشار دینامیک در مجاورت دیوار در شکل ۱۲ نشان داده شده است. محور قائم، نشان دهنده عمق نسبی و محور افق، مقدار بی بعد شده فشار یعنی $P / \rho g H_1$ می‌باشد. در زمان تاج موج، حداکثر فشار دینامیک در تراز ایستایی و در زمان حوض موج حداکثر فشار دینامیک در تراز حوض موج می‌باشد.

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ دو تصویر لحظه‌ای از میدان سرعت نشان داده شده است. بردارهای سرعت نماینده سرعت در هر چهار سلول در میان در راستای x و هر دو سلول در میان در راستای y هستند. کاهش سرعت‌ها با ورود به دیوار متخلخل کاملاً قابل مشاهده است.



شکل ۱۳- تصویر لحظه‌ای سرعت در زمان بالاروی موج $t = t_0$. خط چین دیوار متخلخل را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴- تصویر لحظه‌ای موج در زمان پایین‌روی موج $t = t_0 + 0.5T$. خط چین دیوار متخلخل را نشان می‌دهد.

۶- مراجع

Breakwater. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 126(6):314–22.

8. Karim, M.F., Tanimoto, K.F. and Hieu, P.D., (2004) *Simulation of wave transformation in vertical permeable structure*, International Journal for Offshore and Polar Engineering, 14(2).

9. Huang, C-J, Chang, H-H. and Hwang, H-H., *Structural permeability effects on the interaction of a solitary wave and a submerged breakwater*, Coastal Engineering. 2003 Aug; 49(1–2):1–24.

10. Hieu, P.D. and Tanimoto, K., (2006), *Verification of a VOF-based two-phase flow model for wave breaking and wave-structure interactions*, Ocean Engineering. 33:1565–88.

11. Karim, M.F., Tanimoto, K. and Hieu, P.D., (2009), *Modelling and simulation of wave transformation in porous structures using VOF based two-phase flow model*, Applied Mathematical Modeling, 33(1):343–60.

12. Rudman, M., (1997), *Volume-Tracking Methods for Interfacial Flow Calculations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 24:671–91.

13. Leonard, B.P., MacVean, M.K. and Lock, A.P. (1995), *The flux integral method for multidimensional convection and diffusion*, Applied Mathematical Modelling. 1995 Jun; 19.

14. Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., (2000) *Water Wave Mechanics For Engineers And Scientists*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

1. Cheng, L. and Armfield, S., (1995), *A simplified marker and cell method for unsteady flows on non-staggered grids*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 21(1):15–34.

2. Ahmadi, A., Badiei P. and Namin MM., (2007), *An implicit two-dimensional non-hydrostatic model for free-surface flows*, International Journal for Numerical Methods for Fluids, 54(9):1055–74.

3. Welch, J., Harlow, F., Shannon, J. and Daly, B., (1966), *The MAC Method. A computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid-flow problems involving free surfaces*, Los Alamos Sci Lab Rep. Los Alamos Laboratory.

4. Osher, S. and Sethian, J.A., (1988), *Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations*, Journal for Computational Physics, 79(1):12–49.

5. Gingold, R.A. and Monaghan, J.J., (1977), *Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars*, Mon Not R Astron Soc, 181: 375–89.

6. Hirt, C., and Nichols, B., (1981), *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries I*. Journal for Computational Physics, 39(1):201–25.

7. Lynett, P.J., Liu, PLF, Losada, I.J. and Vidal, C., (2000), *Solitary Wave Interaction with Porous*

