

بکارگیری مدل های مختلف کوپل شدگی سیال - جسم برای بررسی مشخصه های ارتعاشی در ناحیه قفل شدگی

مهدی بهزاد^۱، حمید سلماسی^۲، سیامک کاظمزاده حنانی^۳، محمد سعید سیف^۴

۱- دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

۲- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

۳- دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

۴- دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

این مقاله به بررسی مدل های مختلف کوپل شدگی سیال - جسم بر رفتار ارتعاشی جسم می پردازد. با ارائه یک مدل ریاضی و با استفاده از معادلات پایه ارتعاشات، تحلیل دینامیکی برای یک سیستم یک درجه آزادی صورت گرفته است. برخی از پارامترهای مدل با توجه به نتایج آزمایشگاهی تعیین گردیده اند. برای بررسی تاثیر متقابل جسم-جریان سیستم معادلات کوپل شده شامل معادله ارتعاشی جسم و معادله واندربیل جهت تعیین ضریب برا، در نظر گرفته شده است. معادلات ارائه شده بصورت معادلات دیفرانسیل غیرخطی درجه دوم می باشند که بصورت همزمان حل می گردند. با حل عددی معادلات، نتایج برای سه مدل مختلف کوپل شدگی بدست آمده است؛ مدل کوپل شدگی جابجایی که در آن نیروی وارد بر جسم تابعی از جابجایی است، مدل کوپل شدگی سرعت و مدل کوپل شدگی شتاب. نتایج حاصله شامل پاسخ زمانی، مقدار ضریب برا و دامنه ارتعاشات در حالت پایدار می باشد. با عبور از ناحیه قفل شدگی زاویه فاز بین حرکت جسم و ضریب برا به مقدار قابل ملاحظه ای تغییر می کند که با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارد. همچنین دامنه ارتعاشات در حالت پایدار برای سه مدل کوپل شدگی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و صحت آنها بررسی شده است.

کلمات کلیدی: ارتعاشات، قفل شدگی، رایزر، گردابه، جریان

Using Several Structure-Fluid Coupling Models to Investigate on Vibration Characteristics in Locking Area

Abstract

In this paper, several models of structure-fluid coupling are employed to investigate on the vibration behavior of the structure. Using basic equations of vibration and employing a mathematical model, a single degree of freedom system is analyzed. Some parameters of the mathematical model are obtained from test. To examine structure-flow interaction, coupled system of nonlinear second-order differential equations, including vibration equation of structure and van der Pol's equation, are solved synchronously. Lift coefficient is obtained by solving the coupled equations. Numerical solution is accomplished for three coupling models: displacement coupling, velocity coupling and acceleration coupling in each of which force is function of displacement, velocity and acceleration respectively. Time response, lift coefficient and vibration amplitude in steady state are obtained and plotted. Phase angle between the structure motion and lift coefficient change considerably when passing the locking zone which is well coincident with experimental results. Steady state vibration amplitudes for mentioned models are verified by comparing with experimental results.

Keywords: Vibration, Locking, Riser, Vortex, Flow

فهرست علائم

کاربردهای مهندسی رخ میدهد و موجب بروز صدمات متعددی به تأسیسات می گردد. در اکثر موارد ارتعاشات ناشی از جریان در ابتدا به شکل نویز در سیستم مشاهده می شود و ادامه یافتن ارتعاش و عدم توجه به آن، باعث خرابی تدریجی می گردد. ارتعاشات ناشی از جریان در سیستم های هیدرولیکی همواره به عنوان یک عامل نامطلوب مطرح بوده و نیازمند نگرش دقیق جهت مرتفع نمودن آن می باشد [۱ و ۲].

ارتعاشات ناشی از جریان، حاصل اندرکنش سیال و سازه می باشد. به همین دلیل نسبت به سایر انواع ارتعاشات از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. مکانیزم های مختلفی برای شکل گیری ارتعاش در اثر عبور جریان وجود دارد. تنوع این مکانیزم ها خود بر پیچیدگی مسأله می افزاید و پیش بینی وقوع این گونه ارتعاش و یافتن علت آنرا دشوار می سازد. در یک طبقه بندی کلی می توان عوامل تحریک ارتعاشات ناشی از جریان را به سه دسته کلی ذیل تقسیم بندی نمود [۳]:

۱- تحریک ناشی از عوامل خارجی

(Extraneously Induced Excitation: EIE)

۲- تحریک ناشی از ناپایداری

(Instability Induced Excitation: IIE)

۳- تحریک ناشی از حرکت

(Movement Induced Excitation: MIE)

تحریک ناشی از عامل خارجی معمولاً به دلیل وجود یک عامل خارجی رخ می دهد و مستقل از ناپایداری های شکل گرفته در جریان و ارتعاشات نوسانگر است و در اکثر موارد نیروی تحریک خارجی بصورت تصادفی می باشد هر چند که در برخی موارد نیز می تواند متناوب باشد.

تحریک ناشی از ناپایداری به دلیل ناپایداری های ایجاد شده در جریان بوجود می آید. نیروی تحریک به دلیل نوسانات موضعی جریان شکل می گیرد و مستقل از حرکت جسم و یا سیال نوسانگر است.

تحریک ناشی از حرکت کاملاً وابسته به حرکت جسم نوسانگر است و با سکون جسم، این نوع تحریک نیز از بین می رود.

C_D : ضریب پسا

C_l : ضریب برا

C_{l_0} : ضریب برا در حالت سکون جسم

C_M : ضریب جرم افزوده

D : بعد مشخصه جسم

δ : نسبت سرعت زاویه ای تشکیل گردابه به سرعت

زاویه ای ارتعاشات جسم

f_n : فرکانس طبیعی جسم

f_s : فرکانس تشکیل گردابه

f_{s_0} : فرکانس تشکیل گردابه در حالت سکون

جسم

f_c : فرکانس تحریک

φ : اختلاف فاز بین دامنه جابجایی و ضریب برا

γ : ضریب میرایی افزوده

h : سختی جسم

ξ : ضریب میرایی

m_s : جرم واحد طول جسم

m_f : جرم افزوده واحد طول جسم

μ : ضریب بی بعد جرم

Ω : سرعت زاویه ای مرجع

Ω_f : سرعت زاویه ای تشکیل گردابه

Ω_s : سرعت زاویه ای جسم

q : پارامتر ناحیه جدایش

r_s : میرایی جسم

r_f : میرایی افزوده

ρ : چگالی سیال

S : نیروی وارد به جسم ناشی از تشکیل گردابه

S_t : عدد استروهال

S_G : پارامتر جرم-میرایی

U : سرعت جریان

U_r : سرعت بی بعد

ω : فرکانس ارتعاشات جسم

۱- مقدمه

ارتعاشات ناشی از جریان سیال (Flow-Induced Vibration) در بسیاری از

ارتعاشات ناشی از تشکیل گردابه پرداخته است. در این مدل با استفاده از روش تفاضل محدود، معادلات ناویر-استوکس بر اساس توابع جریان و ورتیسیته حل شده است. برای بررسی تاثیر سرعت بی بعد، فرکانس طبیعی استوانه ثابت نگهداشته شد و سرعت جریان تغییر داده شد. در مرحله بعد سرعت جریان ثابت نگهداشته شد و فرکانس طبیعی استوانه تغییر داده شد [۶].

در این مقاله با استفاده از یک مدل ریاضی و با در نظر گرفتن سه مدل مختلف کوپل شدگی سیال-جسم، پدیده قفل شدگی بررسی می گردد. مدل های کوپل شدگی شامل سه حالت می باشد که در این حالات کوپل شدگی ضریب برا با جابجایی، سرعت و شتاب جسم تحلیل می گردد. پاسخ زمانی برای سه مدل کوپل شدگی بدست آمده است و دامنه پاسخ در حالت پایدار نوسانات با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است.

همچنین تغییرات ضریب برا و اثر عبور از ناحیه قفل شدگی بر زاویه فاز بین حرکت جسم و ضریب برا بررسی شده است.

۲- مکانیزم شکل گیری گردابه

با عبور جریان از اطراف استوانه، یک لایه مرزی در اطراف جسم شکل می گیرد و سپس با توجه به عدد رینولدز جریان ممکن است جدایش لایه های برشی از جسم رخ دهد و در پشت استوانه ناحیه برخاستگی ایجاد گردد. در این حالت به دلیل تفاوت سرعت در قسمت جریان آزاد و ناحیه جدایش، یک لایه برشی شکل می گیرد که ماهیتی ناپایدار و نوسانی دارد. با افزایش مقدار رینولدز از حد معینی ($Re \approx 65$) نوسانات لایه برشی می تواند منجر به تشکیل گردابه در ناحیه جدایش گردد.

در حالتی که جسم ثابت است، گردابه های von Karman با فرکانس خاصی از بالا و پایین جسم شکل می گیرند. ورتکس های تشکیل شده سبب اعمال یک نیروی تناوبی بر جسم می گردند که می تواند باعث ارتعاش جسم شود که شامل دو مؤلفه عمود بر جریان

یکی از انواع تحریکات ناشی از ناپایداری، تشکیل گردابه می باشد، که یکی از مهمترین عوامل ایجاد ارتعاشات در رایزرهای دریایی است. تطابق فرکانس پیدایش گردابه با فرکانس های طبیعی می تواند موجب تشدید و افزایش دامنه ارتعاشات و در نهایت خستگی گردد. بخصوص در عمق های زیاد مساله خستگی ناشی از ارتعاشات ناشی از پیدایش گردابه اهمیت بیشتری می یابد. در واقع با افزایش عمق آب، انحنای رایزر افزایش می یابد و امکان ایجاد خستگی و در نهایت شکست افزایش می یابد و همچنین می بایست اثر امواج درونی را نیز در نظر گرفت.

همچنین ارتعاشات ناشی از تشکیل گردابه میتواند در خطوط انتقال نیرو، مبدل های حرارتی و سایر تاسیسات رخ دهد و موجب خرابی در این سیستم ها گردد.

در تحقیقی که توسط Griffin و Ramberg در رینولدزهای بین ۱۴۴ و ۱۹۰ صورت گرفت، مشاهده گردید که دامنه نوسانات بر هندسه تشکیل گردابه تاثیر زیادی می گذارد. با افزایش نوسانات، طول گردابه ها و فاصله عرضی بین گردابه ها کاهش می یابد و فاصله طولی بین گردابه ها بطور معکوس با فرکانس ارتعاشات تغییر می کند [۴].

برای مدلسازی قفل شدگی مدل های مختلفی تاکنون بررسی و ارائه شده است. این مدلها شامل مدل های ریاضی و حل های عددی مختلف است. البته تقریباً اساس تمامی مدل ها بر پایه حل معادلات کوپل شده جسم نوسانگر و جریان است.

Anagnostopoulos بررسی عددی بر روی یک استوانه متحرک با استفاده از روش اجزا محدود انجام داد. در این مدل، معادلات ناویر-استوکس بصورت عددی و با استفاده از متغیرهای Ψ (تابع جریان) و κ (ورتیسیته) حل شده است. شبکه بندی مدل در هر گام زمانی با حرکت استوانه تغییر می یابد و در نهایت حل معادلات با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم صورت گرفته است [۵].

Menghini نیز با استفاده از روش ورتکس های مجزا (Discrete Vortex Method) به بررسی

(نیروی برا) و مؤلفه در جهت جریان (نیروی پسا) می باشد.

اگر چنانچه جسم بصورت الاستیکی مهار شده باشد و جرم و میرایی نسبتاً پایین باشد، نیروهای وارده می توانند سبب ارتعاشات گردند و در صورتی که فرکانس تشکیل گردابه f_s ، با فرکانس های طبیعی جسم یکسان گردد، تشدید رخ می دهد و ارتعاشات در جهت عمود بر جریان رخ می دهد. در حالیکه اگر فرکانس طبیعی نزدیک $2f_s$ باشد، ارتعاشات در جهت جریان شدیدتر خواهد بود و در نهایت در حالتی یکی از فرکانس های طبیعی برابر با f_s و دیگری برابر با مضارب $2f_s$ باشد، شکل پیچیده ای از ارتعاشات رخ می دهد که شامل هر دو مود ارتعاشی می باشد.

فرکانس تشکیل گردابه در این حالت تابعی از شکل و ابعاد جسم می باشد و با استفاده از عدد بی بعد استروهال می توان ارتباط میان فرکانس شکل گیری گردابه ها و سرعت جریان را بصورت ذیل کرد:

$$St = \frac{f_s D}{U} \quad (1)$$

با توجه به نتایج آزمایشگاهی، برای یک استوانه عدد استروهال در بازه وسیعی از عدد رینولدز برابر با 0.2 می باشد. پارامتر D در استوانه نشان دهنده قطر استوانه است.

۳- پدیده قفل شدگی

ارتعاش جسم تأثیر زیادی بر شکل گیری گردابه ها دارد. بر خلاف حالت قبل که جسم ساکن بود و شکل گیری گردابه با فرکانس معینی صورت می گرفت، در حالتی که جسم ارتعاش می کند، فرکانس پیدایش گردابه ها تابعی از دامنه ارتعاشات جسم و فرکانس نوسانات می باشد.

نیروی وارد بر جسم با افزایش دامنه ارتعاشات جسم افزایش می یابد و تأثیر متقابل بین ارتعاشات جسم و نیروی وارد بر آن باعث می گردد که حرکت جسم و سیال کوپل شوند. اگر فرکانس تشکیل گردابه در محدوده ای در اطراف فرکانس طبیعی جسم قرار گیرد، $0.9 < f_c / f_n < 1.4$ ، آنگاه دامنه ارتعاش افزایش

می یابد و فرکانس شکل گیری گردابه ها با فرکانس طبیعی جسم یکسان می گردد. این حالت شکل خطرناکی از ارتعاش جسم را ایجاد می کند که اصطلاحاً قفل شدگی (Lock-in) نامیده می شود [7] و [8].

در حالت قفل شدگی با عبور فرکانس ارتعاش جسم از f_{s0} (فرکانس پیدایش گردابه ها در حالت سکون جسم)، یک اختلاف فاز 180° بین حرکت جسم و شکل گیری گردابه ها، رخ می دهد. زیرا هنگامی که فرکانس ارتعاش جسم کمتر از f_{s0} می باشد، با حرکت جسم به یک سمت، گردابه ها از سمت مخالف شکل می گیرند و درحالتی که فرکانس ارتعاش بیشتر از f_{s0} است، روند فوق معکوس گشته و با حرکت جسم به یک سمت، گردابه ها از همان سمت تشکیل می شوند. این امر سبب اعمال یک نیروی متغیر می گردد که می تواند باعث ایجاد ارتعاش و خستگی در جسم گردد. شکل (۱) نشان دهنده نتایج مدلسازی عددی جریان اطراف استوانه در $Re = 1000$ برای ارتعاشات عمود بر جریان می باشد. نحوه تشکیل گردابه ها برای مقادیر مختلف f_c / f_{s0} (نسبت فرکانس تحریک به فرکانس شکل گیری گردابه ها در حالت سکون) در حالتی که استوانه در ماکزیمم دامنه خود می باشد، در این شکل نشان داده شده است. در حالتی که $f_c / f_{s0} = 0.95$ است، گردابه جدید از سطح بالا شکل می گیرد و با افزایش نسبت f_c / f_{s0} ، مکان تشکیل گردابه به سطح پایینی انتقال می یابد [9].

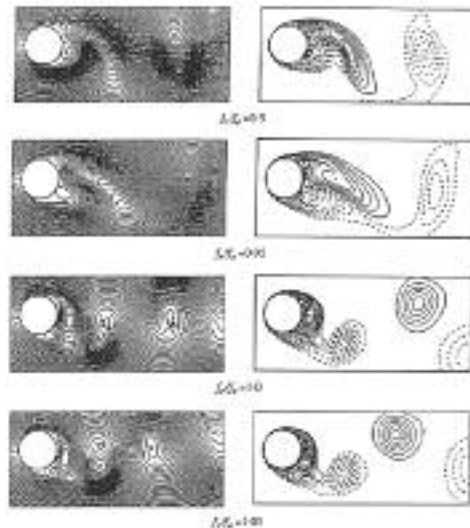
ایجاد پدیده قفل شدگی علاوه بر فرکانس ارتعاشات جسم، به دامنه ارتعاشات جسم نیز وابسته است. تأثیر دامنه و فرکانس ارتعاشات بر پدیده قفل شدگی در شکل (۲) نشان داده شده است. با توجه به این شکل با افزایش دامنه ارتعاش جسم، احتمال وقوع قفل شدگی نیز افزایش می یابد و قفل شدگی در بازه فرکانسی وسیعتری رخ می دهد [1].

درحالتی که فرکانس شکل گیری گردابه ها برابر با فرکانس طبیعی جسم، f_n ، می شود، رابطه ذیل برقرار می باشد:

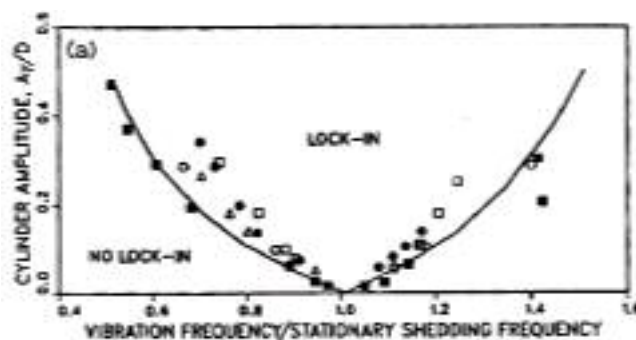
$$\frac{U}{f_n D} \cong \frac{U}{f_s D} \cong 5 \quad (3) \quad f_n \cong f_s = \frac{S_t U}{D} \quad (2)$$

با فرض $S_t \cong 0.2$ ، برای جسم با مقطع دایروی رابطه میان سرعت و فرکانس پیدایش گردابه ها بصورت ذیل خواهد بود:

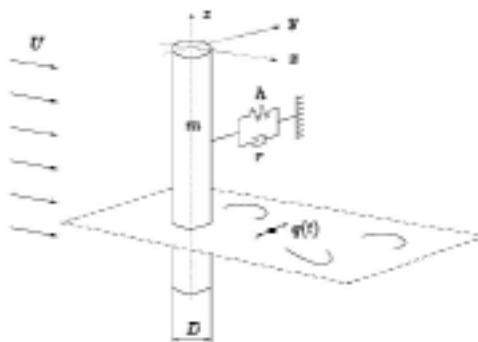
آزمایش های صورت گرفته نیز نشان دهنده ارتعاشات شدید جسم در جهت عمود بر جریان در بازه $4 < \frac{U}{f_n D} < 8$ می باشد.



شکل ۱- نحوه شکل گیری گردابه در مقادیر مختلف f_c / f_{s0} [۹]



شکل ۲- ناحیه قفل شدگی و رابطه آن با دامنه و فرکانس ارتعاشات جسم [۱]



شکل ۳- مدل سیستم کوپل شده برای بررسی ارتعاشات ناشی از پیدایش گردابه

۴- تعیین معادلات سیستم

برای مدلسازی پدیده قفل‌شدگی سیستم یک درجه آزادی شکل (۳) در نظر گرفته می‌شود. برای تحلیل فرض می‌گردد که استوانه با قطر D و جرم واحد طول m که در معرض یک جریان یکنواخت با سرعت U قرار دارد. معادله ارتعاشی به صورت زیر می‌باشد:

$$m\ddot{Y} + r\dot{Y} + hY = S \quad (۴)$$

که m در رابطه بالا شامل جرم جسم m_s و جرم اضافه شده m_f می‌باشد:

$$\begin{aligned} m &= m_s + m_f \\ m_f &= C_M \rho D^2 \frac{\pi}{4} \\ \mu &= (m_s + m_f) / \rho D^2 \end{aligned} \quad (۵)$$

که در رابطه بالا ρ چگالی سیال، μ ضریب بی‌بعد جرم و C_M ضریب جرم افزوده می‌باشد. همچنین r شامل میرایی جسم r_s و همچنین میرایی افزوده r_f می‌باشد که بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$r = r_f + r_s, \quad r_f = \gamma \Omega \rho D^2 \quad (۶)$$

که γ ضریب میرایی افزوده و Ω سرعت زاویه‌ای مرجع می‌باشد که در سیال ساکن همان فرکانس تشکیل گردابه می‌باشد و γ تابعی از دامنه نوسانات است. در مدل موردنظر Ω_f فرکانس تشکیل گردابه می‌باشد که بصورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$\Omega = \Omega_f = 2\pi S_t U / D \quad (۷)$$

برای سادگی γ بصورت ثابت فرض می‌گردد. معمولاً پارامترهای مربوط به سختی و میرایی در مدل‌های دوبعدی بر واحد طول تعریف می‌گردند. با توجه به اینکه $\Omega_s = (h/m)^{0.5}$ و $\xi = r_s / 2m\Omega_s$ معادله بصورت زیر خواهد شد:

$$\ddot{Y} + (2\xi\Omega_s + \frac{\gamma}{\mu}\Omega_f)\dot{Y} + \Omega_s^2 Y = S/m \quad (۸)$$

برای مدل کردن نوسانات ناشی از پیدایش گردابه معمولاً از معادله واندربیل به شکل زیر استفاده می‌گردد:

$$\ddot{q} + \varepsilon \Omega_f (q^2 - 1)\dot{q} + \Omega_f q = F \quad (۹)$$

متغیر q که مربوط به ناحیه جدایش است به عنوان ضریب برا در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از آن می‌توان نیروی وارد بر جسم را محاسبه نمود [۱۰]. طرف راست معادله شامل تاثیر نوسانات جسم بر ضریب برا می‌باشد. در واقع پارامتر F عامل کوپل‌شدگی حرکت سیال و جسم است.

در صورتی که پارامتر بی‌بعد زمان بصورت $t = T\Omega_f$ و پارامتر جابجایی بصورت $y = Y/D$ در نظر گرفته شود، معادلات (۸) و (۹) به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} \ddot{y} + (2\xi\delta + \frac{\gamma}{\mu})\dot{y} + \delta^2 y = s \\ \ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = f \end{cases} \quad (۱۰)$$

که $\delta = \Omega_f / \Omega_s$ نسبت فرکانس زاویه‌ای پیدایش گردابه به فرکانس ارتعاشات جسم می‌باشد که آن را می‌توان بصورت زیر نیز تعریف نمود:

$$\delta = \frac{\Omega_s}{2\pi S_t (U/D)} = \frac{1}{S_t U_r} \quad (۱۱)$$

همچنین ضریب بی‌بعد سرعت نیز بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$U_r = \frac{2\pi U}{\Omega_s D} \quad (۱۲)$$

پارامترهای کوپل‌شدگی نیز بصورت زیر می‌باشند:

$$s = \frac{S}{D \Omega_f^2 m} = S \frac{D}{4\pi^2 S_t^2 U^2 m} \quad (۱۳)$$

$$f = \frac{F}{D \Omega_f^2} = F \frac{D}{4\pi^2 S_t^2 U^2} \quad (۱۴)$$

دسته معادلات (۱۰)، معادلات پایه جهت مدلسازی رفتار ارتعاشی حاصل از پیدایش گردابه می‌باشد. البته در برخی از تحقیقات برای مدلسازی دقیق‌تر ضرایب غیرخطی دیگری نیز در معادلات (۱۰) در نظر

گرفته شده است تا اینکه همخوانی بیشتری با داده های آزمایشگاهی بدست آید [۱۰ و ۱۱].
پارامتر S که بیانگر نیروی وارد بر جسم است بصورت زیر تعریف می گردد:

$$S = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_l \quad (15)$$

البته باید توجه نمود که S نیروی کل وارد بر جسم نمی باشد و تنها شامل بخشی از این نیرو است که از پیدایش گردابه ناشی می گردد و همچنین ضریب C_l نیز ضریب نیروی برای ناشی از پیدایش گردابه می باشد. پارامتر بی بعد q را می توان بصورت نسبت $2C_l / C_{l_0}$ در نظر گرفت که C_{l_0} ضریب نیروی برا در حالتی است که استوانه ثابت باشد. با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۵):

$$s = \frac{\rho D^2 C_l}{8\pi^2 S_t^2 m} = \frac{C_l}{8\pi^2 S_t^2 \mu} \quad (16)$$

و با تعریف M بصورت زیر:

$$M = \frac{C_{l_0}}{16\pi^2 S_t^2 \mu} \quad (17)$$

رابطه (۱۸) حاصل می گردد:

$$s = Mq \quad (18)$$

که M عدد جرم می باشد و در واقع ضریب نیروی وارد از سیال به جسم است.

برای بررسی تاثیر حرکت جسم بر ضریب برا مدل های مختلفی جهت پیش بینی f ارائه شده است. Hartlen در تحقیقات خود f را تابعی از سرعت جسم بصورت $f = A \dot{y}$ در نظر گرفت [۱۰]. Krenk کوپل شدگی ناشی از جابجایی پیشنهاد کرد و f را بصورت تابعی از جابجایی پیشنهاد نمود [۱۱]. حالت سوم حالتی است که نیرو تابعی از شتاب جسم باشد و $f = A \ddot{y}$ باشد. در ادامه هر سه مدل بررسی شده است و پاسخ جسم در هر سه حالت بدست آمده است.

در معادله (۱۰) پارامتر ξ بصورت ورودی در نظر گرفته می شود. همچنین پارامتر δ نیز دیگر ورودی

مساله است که تابعی از عدد استروهال و سرعت بی بعد است. برای بازه وسیعی از عدد رینولدز می توان عدد استروهال را برابر با 0.2 فرض نمود. در اکثر تحقیقات ضریب جرم افزوده C_M نیز برابر با 1 فرض می شود [۱]. ضریب برا در حالت سکون در بازه وسیعی از عدد رینولدز بصورت $C_{l_0} = 0.3$ می باشد؛ در نتیجه با توجه به رابطه (۱۷)، ضریب M بصورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$M = \frac{0.3}{8\pi^2 (0.2)^2 \mu} \approx \frac{0.05}{\mu} \quad (19)$$

تنها پارامتر باقیمانده ضریب میرایی افزوده γ می باشد که رابطه ای مستقیم با ضریبی پسا دارد و توسط رابطه زیر بیان می گردد:

$$\gamma = \frac{C_D}{4\pi S_t} \quad (20)$$

برای حالتی که استوانه نوسان می کند میتوان ضریب پسا را را حدوداً برابر با 2 در نظر گرفت [۱۲]. با استفاده از رابطه (۲۰):

$$\gamma = \frac{2}{4\pi (0.2)} \approx 0.8 \quad (21)$$

برای رابطه (۹)، دو پارامتر A و ε کافی است تا معادله واندربیل حل گردد. مقادیر A و ε با توجه به نتایج آزمایشگاهی بصورت $A = 12$ و $\varepsilon = 0.3$ خواهد بود [۱۳].

حال با توجه به مقادیر بالا می توان به حل دسته معادلات (۱۰) پرداخت. بدین منظور فرض می گردد که پاسخ بصورت هارمونیک و با فرکانس ω بصورت زیر باشد:

$$\begin{cases} y(t) = y_0 \cos(\omega t) \\ q(t) = q_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \quad (22)$$

با جانشینی رابطه (۲۲) در رابطه (۱۲) و استفاده از روابط مثلثاتی می توان رابطه بین دامنه جابجایی و ضریب برا را بصورت زیر تعیین نمود:

$$\frac{y_0}{q_0} = M[(\delta^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 \omega^2]^{-0.5} \quad (23)$$

۵- تحلیل نتایج

با استفاده از روابط بدست آمده در بخش قبلی، در ادامه رفتار پارامترهای مختلف برحسب سرعت بی بعد بررسی می گردد.

۵-۱- پاسخ زمانی

با حل سیستم معادلات (۱۰) می توان پاسخ زمانی را تعیین نمود. نتایج برحسب پارامترهای بی بعد زمان، $t\Omega_f$ و پارمتر جابجایی، Y/D رسم شده است. در ادامه پاسخ زمانی برای مدل های مختلف تحلیل شده است. بررسی دامنه ماکزیمم در حالت پایدار در بخش بعدی آمده است.

• مدل کوپل شدگی جابجایی

شکل های (۴) تا (۶) نشان دهنده پاسخ زمانی برای U_r های مختلف با استفاده از مدل کوپل شدگی جابجایی است. برای بررسی اثر سرعت جریان، پاسخ در سرعت های بی بعد کمتر، بیشتر و نزدیک به حالت قفل شدگی بررسی شده است. مقدار دامنه در حالتی که پاسخ بصورت پایدار می گردد، برای حالت قفل شدگی، $U_r = 5$ ، بیشتر از دو حالت دیگر است.

• مدل کوپل شدگی سرعت

پاسخ زمانی در شکل های (۷) تا (۹) در سرعت های بی بعد مختلف برای مدل کوپل شدگی سرعت نشان داده شده است. برای سرعت بی بعد کمتر از حالت قفل شدگی (شکل ۷) و همچنین برای سرعت بی بعد بیشتر از حالت قفل شدگی (شکل ۹) نوسانگر با دامنه کمی از مرتبه 10^{-4} نوسان می کند ولی برای حالت $U_r = 5.7$ نوسانگر با دامنه بسیار بیشتری نسبت به دو حالت دیگر از مرتبه 10^{-3} به حرکت خود ادامه می دهد.

• مدل کوپل شدگی شتاب

شکل های (۱۰) تا (۱۲) نشان دهنده پاسخ زمانی با استفاده از مدل کوپل شدگی شتاب است. پاسخ بدست آمده تقریباً مشابه نتایج بدست آمده از مدل

$$\tan \varphi = -\frac{(2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega}{(\delta^2 - \omega^2)} \quad (24)$$

حال با جایگزینی رابطه (۲۳) در رابطه (۱۰) و با صرف نظر کردن از هارمونیک های بالاتر می توان پاسخ q_0 و ω را بصورت زیر تعیین نمود:

$$q_0 = 2\left[1 + \frac{AM}{\varepsilon} \frac{C}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 \omega^2}\right]^{0.5} \quad (25)$$

$$\omega^6 - [1 + 2\delta^2 - (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2] \omega^4 - [-2\delta^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 (\delta^2 - \omega^2) - \delta^4] \omega^2 - \delta^4 + G = 0 \quad (26)$$

البته به علت غیرخطی بودن معادلات کوپل شده، در هارمونیک های بالاتر ممکن است سیستم دچار عدم تعادل گردد. اما می توان با فرض خوبی هارمونیک اول را در نظر گرفت و ضرایب را به نحوی تعیین نمود که خطای حاصله مینیمم گردد.

ضرایب C و G در معادلات فوق وابسته به نوع کوپلینگ می توانند بصورت زیر باشند:

$$C = -(2\xi\delta + \gamma/\mu), G = AM(\delta^2 - \omega^2) \quad (27)$$

برای کوپلینگ سرعت:

$$C = -(\delta^2 - \omega^2), G = AM(2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega^2 \quad (28)$$

برای کوپلینگ شتاب:

$$C = (2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega^2, G = AM(\omega^2 - \delta^2)\omega^2 \quad (29)$$

که ω پاسخ معادله (۲۶) می باشد که می تواند شامل یک یا سه پاسخ حقیقی باشد. با استفاده از مقادیر ω ، مقادیر دامنه y_0 و q_0 و زاویه فاز می توانند به ترتیب با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۵) بدست آیند. ریشه های مجزا تعیین کننده رفتار هیستریک می باشد.

سرعت می باشد. بدین ترتیب که در ناحیه قفل شدگی (شکل ۱۱) دامنه پاسخ دائمی بسیار افزایش می یابد.

۵-۲- ضریب برا

با حل مجموعه معادلات (۱۰) می توان تغییرات زمانی دامنه پاسخ و پارامتر q که بیانگر ضریب برا می باشد، را تعیین نمود. برای بررسی ضریب برا اوربیت های شکل های (۱۳) تا (۱۵) نشان دهنده تغییرات همزمان ضریب برا با نسبت Y/D می باشد. با توجه به شکل (۱۳) حرکت جسم و ضریب برا هم فاز می باشند. بدین ترتیب که با افزایش دامنه حرکت جسم ضریب برا نیز افزایش می یابد. در حالیکه در $U_r = 10$ حرکت جسم و ضریب برا 180° اختلاف فاز دارند. بدین ترتیب که با افزایش دامنه حرکت جسم ضریب برا نیز افزایش می یابد. علت این امر مربوط به عبور از مرز قفل شدگی می باشد. در واقع با عبور جسم از مرز قفل شدگی یک اختلاف فاز 180° بین حرکت جسم و شکل گیری گردابه ها، رخ می دهد. که نتایج حاصله در شکل های (۱۳) و (۱۵) مؤید این واقعیت است.

همچنین سطح داخل منحنی نشان دهنده مقدار انرژی است که به نوسانگر منتقل می گردد. در حالت غیر قفل شدگی (اوربیت های مربوط به $U_r = 2.5$ و $U_r = 10$) مساحت کل داخل منحنی در هر سیکل تقریباً برابر با صفر است. در این حالت هیچ انرژی به نوسانگر منتقل نمی شود و جسم با دامنه ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. ولی برای حالت قفل شدگی (شکل ۱۴) مساحت داخل نمودار در هر سیکل مثبت می باشد و در هر سیکل به جسم انرژی انتقال می یابد.

۵-۳- بررسی دامنه پاسخ

ماکزیمم دامنه جابجایی در حالت قفل شدگی معمولاً برحسب پارامتر جرم-میرایی، S_G ، که پارامتر Skop-Griffin نامیده می شود، بیان می گردد:

$$S_G = 8\pi^2 S_t^2 \mu \xi = \frac{C_{l_0}}{2} \frac{\xi}{M} \quad (30)$$

در ادامه برای مقایسه نتایج بدست آمده در بخش قبلی با نتایج آزمایشگاهی، نتایج بر اساس پارامتر S_G ، بررسی می گردند.

• مدل کوپل شدگی جابجایی

برای بررسی کیفی فرض می گردد که قفل شدگی در $\omega = \delta = 1$ رخ دهد. البته باید توجه نمود که ناحیه قفل شدگی مختص به یک نقطه نمی باشد و در واقع شامل یک محدوده می باشد.

با فرض $\omega = \delta = 1$ ، از معادله (۲۳):

$$\frac{y_0}{q_0} = \frac{M}{2\xi + \gamma/\mu} \quad (31)$$

و از معادله (۲۵):

$$q_0 = 2 \left[1 - \frac{AM}{\varepsilon} \frac{1}{2\xi + \gamma/\mu} \right]^{0.5} \quad (32)$$

با توجه به معادلات (۳۱) و (۳۲) و تعریف پارامتر

$$S_G$$

(۳۳)

$$y_0 = \frac{\frac{C_{l_0}}{2}}{S_G + 4\pi^2 S_t^2 \gamma} \left[1 - \frac{A}{\varepsilon} \frac{\frac{C_{l_0}}{4}}{S_G + 4\pi^2 S_t^2 \gamma} \right]^{0.5}$$

برای حالتی که عبارت زیر رادیکال منفی باشد، مدل جابجایی قادر به پیش بینی پاسخ نمی باشد. مقدار بحرانی S_G که به ازای آن نمی توان پاسخ حقیقی تعیین نمود توسط رابطه زیر بدست می آید.

$$S_{G_c} = 1.72 \quad (34)$$

برای حالتی که $S_G > S_{G_c}$ می باشد، می توان با توجه به روابط (۳۲) و (۳۳) مقادیر y_M و q_M را تعیین نمود. برای مقادیر کمتر از S_{G_c} نمی توان از مدل کوپل شدگی جابجایی استفاده نمود.

• مدل کوپل شدگی سرعت

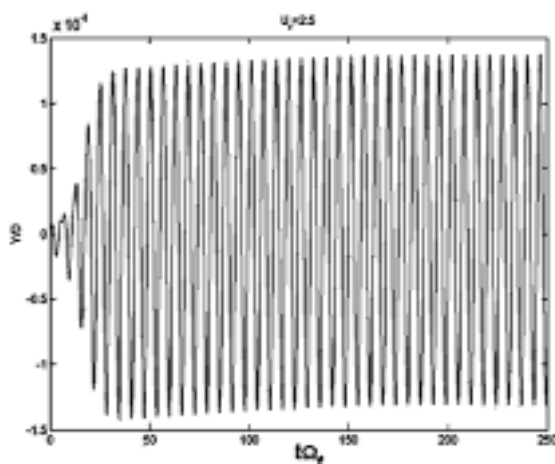
در مدل کوپل شدگی سرعت، جابجایی ماکزیمم تقریباً در U_r های بالاتر از $\omega = 1$ رخ می دهد. با فرض $\omega = \delta_M = 1$ و با استفاده از رابطه (۲۳):

حالیکه در این مقاله اثر سیال-جریان با استفاده از حل معادلات کوپل شده بررسی شده است.

نتایج حاصل از مدل های کوپل شدگی سرعت و شتاب همخوانی بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. در حالیکه نتایج حاصل از مدل جابجایی فاصله زیادی با نتایج آزمایشگاهی دارد و برای مدلسازی پدیده قفل شدگی مناسب نمی باشد.

۶- جمع بندی

در این مقاله رفتار ارتعاشی جسم در ناحیه قفل شدگی با بررسی مدل های مختلف کوپل شدگی سیال-جسم صورت گرفت. سه مدل مختلف شامل مدل کوپل شدگی جابجایی، مدل کوپل شدگی سرعت و مدل کوپل شدگی شتاب بررسی گردید و پاسخ زمانی جسم، مقدار ضریب برا و مقدار دامنه ارتعاشات در حالات مختلف بدست آمد و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و صحت آن بررسی شد. با بررسی اوربیت های ضریب برا و دامنه حرکت، با افزایش سرعت جریان و عبور از مرز قفل شدگی اختلاف فازی معادل 180° میان حرکت جسم و ضریب برا ایجاد می گردد که نتایج آزمایشگاهی را تایید می کند. همچنین دامنه جسم در حالات مختلف کوپل شدگی بررسی شد و با مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شد که مدل های سرعت و شتاب مدل های مناسبتری نسبت به مدل جابجایی برای مدلسازی پدیده قفل شدگی می باشند.



شکل ۴- پاسخ زمانی مدل جابجایی در $U_r = 2.5$

$$q_0 = 2, \quad y_0 = \frac{C_{l_0}/2}{S_G + 8\pi^2 S_t^2} \quad (35)$$

• مدل کوپل شدگی شتاب

با استفاده از روش مشابهی می توان به بررسی دامنه پاسخ برحسب پارامتر S_G برای مدل کوپل شدگی شتاب نیز پرداخت. با فرض $\omega = \delta_M = 1$ و با استفاده از رابطه (۲۳):

$$(36)$$

$$y_0 = \frac{C_{l_0}/2}{S_G + 4\pi^2 S_t^2 \gamma} \left[1 + \frac{A}{\varepsilon} \frac{C_{l_0}/4}{S_G + 4\pi^2 S_t^2 \gamma} \right]^{0.5}$$

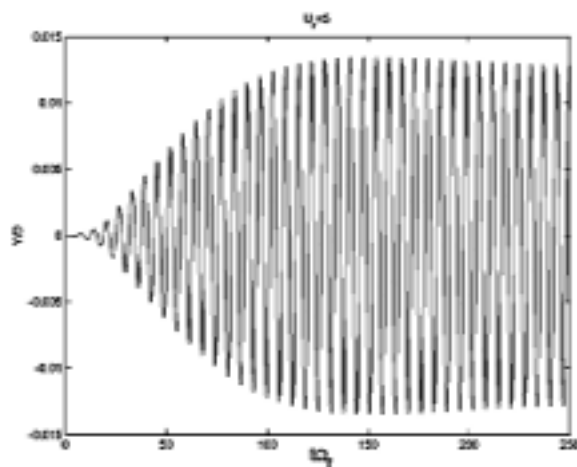
تاکنون تحقیقات زیادی برای بررسی دامنه ارتعاش برحسب پارامتر جرم-میرایی صورت گرفته است. شکل (۱۶) نشان دهنده نتایج آزمایشگاهی مطابق مرجع [۱۴] می باشد. با توجه به فرض اولیه $C_{l_0} = 0.2$ ، می توان مقادیر بدست آمده را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمود. همچنین در مدلی که در مرجع [۱۵] پیشنهاد شده است، رابطه S_G و دامنه ماکزیمم بصورت زیر می باشد:

$$(37)$$

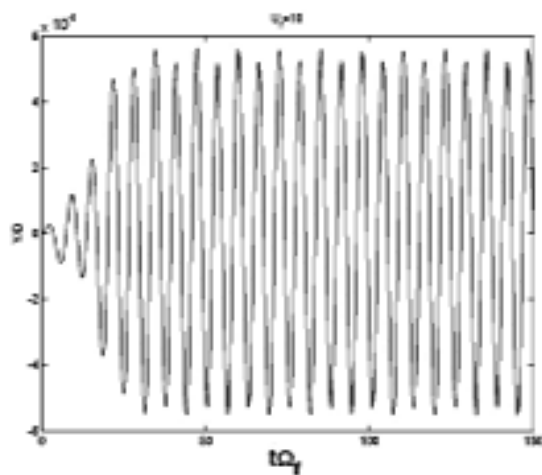
$$y_M = 0.38 - 3.979 S_G + \sqrt{0.709 - 3.025 S_G + 15.835 S_G^2}$$

شکل (۱۸) نشان دهنده تغییرات y_M برحسب S_G با استفاده از رابطه (۳۷) می باشد.

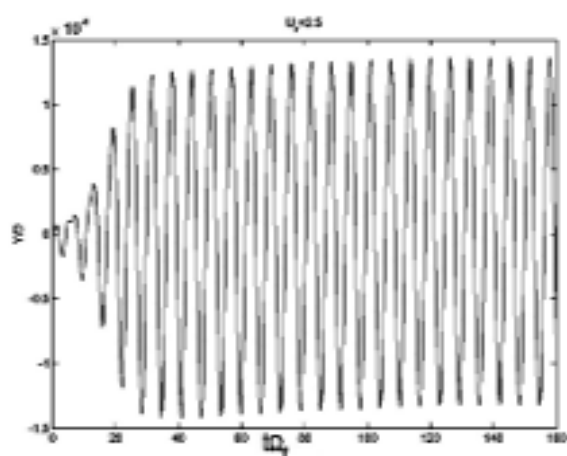
شکل (۱۹) به مقایسه نتایج بدست آمده از سه طریق سه مدل کوپل شدگی جابجایی، سرعت و شتاب با نتایج آزمایشگاهی مراجع [۱۴] و [۱۵] می پردازد. مطابق این شکل، نتایج بدست آمده از رابطه (۳۷) همخوانی خوبی با مدل های پیشنهادی کوپل شدگی بخصوص برای $S_G > 1$ دارد. برای $S_G < 1$ نمودار رابطه (۳۷) تطابق بیشتری با داده های آزمایشگاهی Vandiver دارد [۱۴]. تفاوت بوجود آمده از آنجا ناشی می شود که روش مورد استفاده در تحقیق Vandiver، تنها شامل حل معادله ارتعاشی جسم که در دسته معادلات (۱۰) ارائه شده، می گردد و تاثیر حرکت جسم بر ضریب برا بررسی نشده است. در



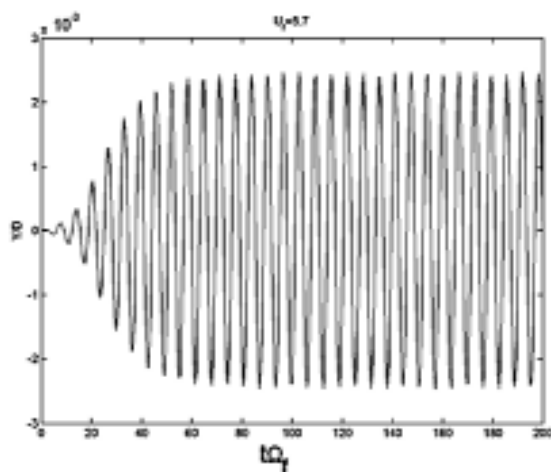
شکل ۵- پاسخ زمانی مدل جابجایی برای $U_r = 5$



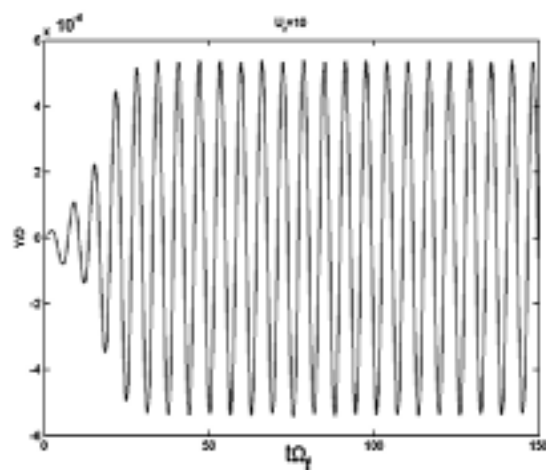
شکل ۶- پاسخ زمانی مدل جابجایی برای $U_r = 10$



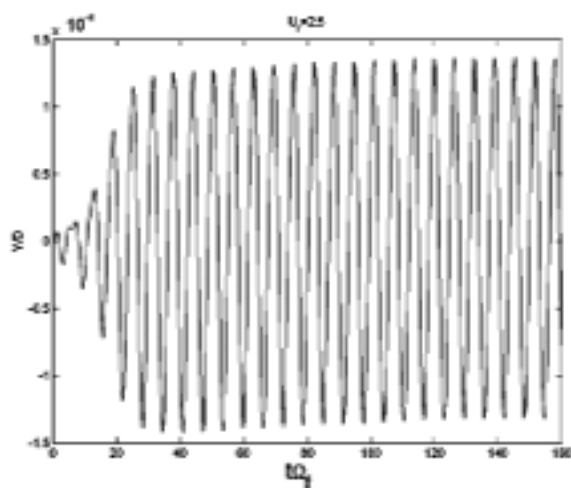
شکل ۷- پاسخ زمانی مدل سرعت در $U_r = 2.5$



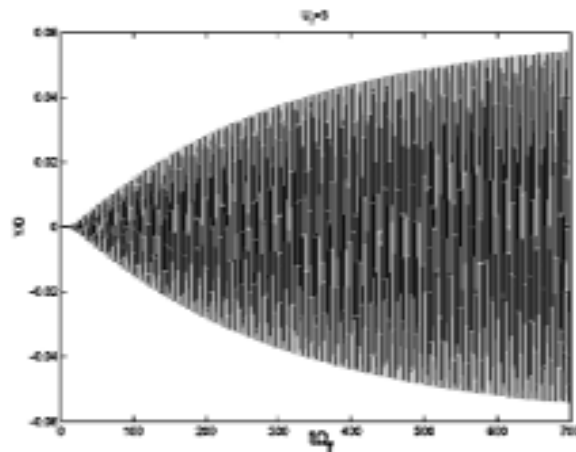
شکل ۸- پاسخ زمانی مدل سرعت در $U_r = 5.7$



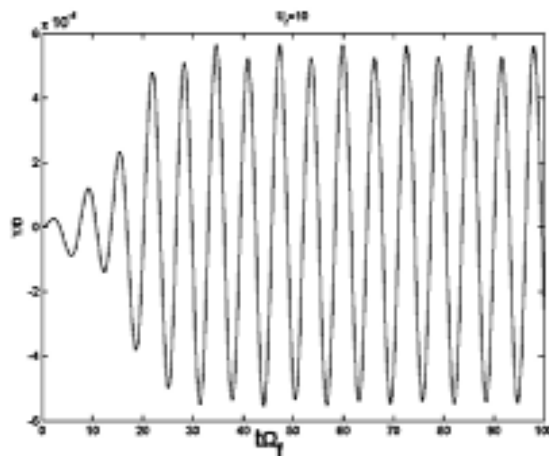
شکل ۹- پاسخ زمانی مدل سرعت در $U_r = 10$



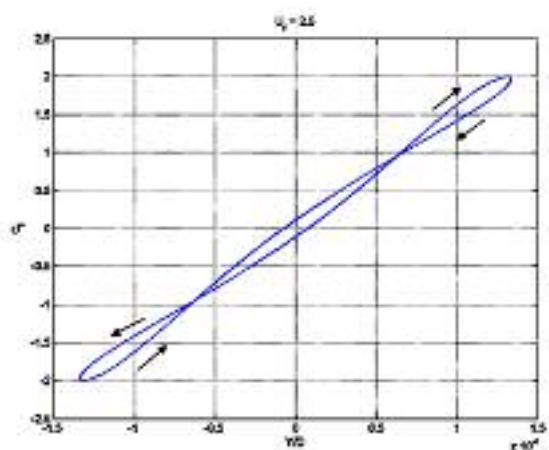
شکل ۱۰- پاسخ زمانی مدل شتاب در $U_r = 2.5$



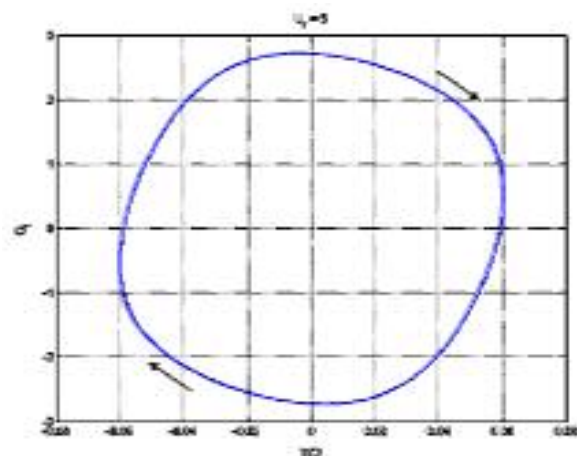
شکل ۱۱- پاسخ زمانی مدل شتاب در $U_r = 5$



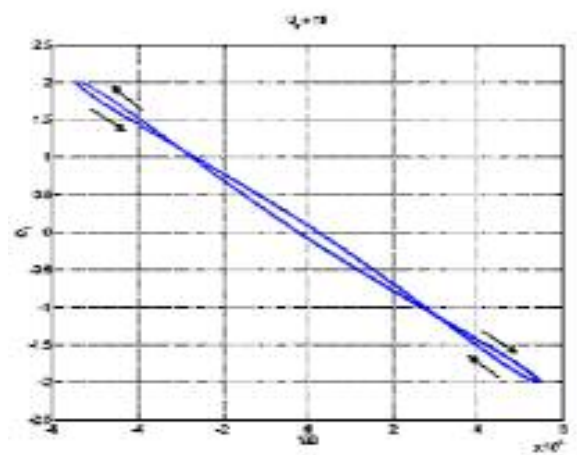
شکل ۱۲- پاسخ زمانی مدل شتاب در $U_r = 10$



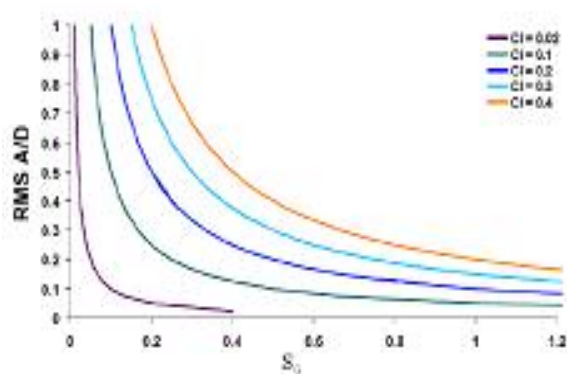
شکل ۱۳- نمودار قطبی ضریب برا بر حسب دامنه پاسخ
 برای مدل کوپل شدگی شتاب در $U_r = 2.5$



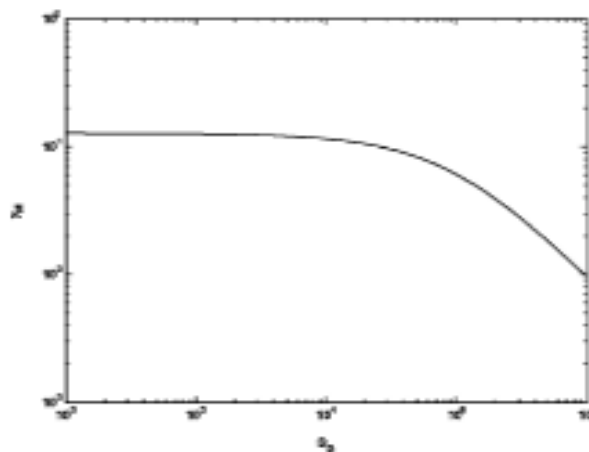
شکل ۱۴- نمودار قطبی ضریب برا بر حسب دامنه پاسخ برای مدل کوپل‌شدگی شتاب در $U_r = 5$



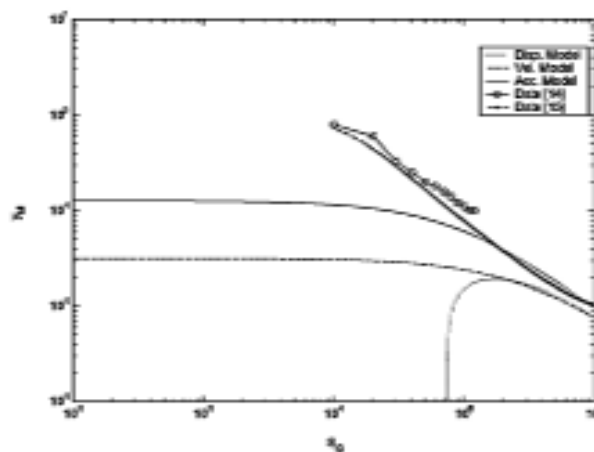
شکل ۱۵- نمودار قطبی ضریب برا بر حسب دامنه پاسخ برای مدل کوپل‌شدگی شتاب در $U_r = 10$



شکل ۱۶- تغییرات y_M بر حسب S_G برای مقادیر مختلف C_b [۱۴]



شکل ۱۷- تغییرات γ_M برحسب S_G [۱۵]



شکل ۱۸- مقایسه مقادیر بدست آمده از طریق مدل های جابجایی،
 سرعت و شتاب با رابطه + و نتایج آزمایشگاهی [۱۴ و ۱۵]

۷- مراجع

4-Anagnostopoulos, P., Flow-Induced Vibrations in Engineering Practice, 2002, WIT Press, Southampton.

5-Anagnostopoulos, P., Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part 1: Lock-in zone, hydrodynamic forces and wake geometry, Journal of Fluids and Structures, 14, pp. 816-851, 2000.

6-Meneghini, J. R., Saltara, F., Bearman, B. W., Numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder, Proc. of the 8th Int. Conf. on Computational Methods and

1-Blevins, R. D, "Flow Induced Vibration", 1990, Van Nostrand Reinhold.

2-Behzad M., Salmasi H., Bastami A., "Acoustic Analysis of Penstock of Hydro-power plant", Proceedings of the 17th International Congress on Condition Monitoring And Diagnostic Engineering Management (COMADEM 2004), UK, pp. 576-584.

3-Naudascher, E., Rockwell, D., Flow-Induced Vibrations: An Engineering Guide, 1994, Blakema, Rotterdam.

21th conference on OMAE, June 23-28, Oslo, 1985.

15-Vikestad K., Multi-Frequency Response of a Cylinder Subjected to Vortex Shedding and Support Motions, PhD Dissertation, Norwegian University of Science and Technology, 1998.

Experimental Measurements. U.K., pp. 409-418, 1997.

7-Vandiver J. K., Predicting lock-in on drilling risers in sheared flow, Proceedings of the 7th international conference on flow-induced vibration-FIV 2000, Switzerland pp 21-28.

8-Baek S. J., Lee S. B., Sung H. J., Response of a circular cylinder wake to super harmonic excitation, Journal of Fluid Mech. (2001), vol. 442, pp. 67-88.

9-Cetiner O., Rockwell D., Streamwise oscillations of a cylinder in a steady current, Proceedings of the 7th international conference on flow-induced vibration-FIV 2000, Switzerland pp 3-10.

10-Hartlen R.T., Currie I.G., Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. Journal of the Engineering Mechanics Division, (96(EM5)), pp:577-591, October 1970.

11-Krenk S., Nielsen S.R.K., Energy balanced double oscillator model for vortex-induced vibrations, Journal of Engineering Mechanics, 125(3):263-271, March 1999.

12-Khalak A., Williamson C.H.K., Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping, Journal of Fluids and Structures, 420, pp. 973-982, 1997.

13-Skop R.A., Griffin O.M., and Koopmann G.H., The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders. Journal of Sound and Vibration, 31(2):235-249, 1973.

14-Vandiver J. K., A Universal Reduced Damping Parameter for Prediction of Vortex-Induced Vibration,