

ارزیابی رفتار دینامیکی سکوه‌های دریایی نوع خود بالارو در خاک‌های دانه‌ای

مازیار غلامی کورزانی^{۱*}، علی اکبر آقا کوچک^۲

۱- کارشناس ارشد سازه‌های دریایی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

در این تحقیق برای بررسی رفتار واقعی سکوه‌های خود بالارو تحت اثر شرایط محیطی دریا، تحلیل دینامیکی غیرخطی با در نظر گرفتن اندرکنش بین خاک-سازه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. برای این منظور رفتار پی‌های منفرد^۱، رفتار غیرخطی خاک در نزدیکی سازه، پدیده‌های ایجاد شده در مرز بین خاک و پی همچون پدیده جدایش و در نهایت رفتار غیرخطی هندسی سازه مورد بررسی قرار گرفته است. سازه انتخاب شده جهت مطالعه، سکوی خود بالارویی واقع در دریای شمال می‌باشد که توسط نرم افزار سه بعدی عددی ABAQUS مدل سازی شده و با استفاده از برنامه‌ای که با زبان برنامه‌نویسی VBA نوشته شده است، بارگذاری شده و سپس تحلیل روی آن صورت پذیرفته است. خاک مورد استفاده در این مطالعه از نوع دانه‌ای با زوایای اصطکاک متفاوت می‌باشد و برای مدل سازی خاک از روش تیر بر روی بستر غیرخطی وینکلر (BNWF) بهره برده شده است. بارگذاری به دو صورت موج تک‌فام^۲ و حالتی از دریا^۳ در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهند که رفتار خمیری خاک باعث افزایش تغییر مکان‌ها در تراز بدنه و نشست‌های ماندگار غیر یکسان در زیر پی‌ها می‌شود و این رفتار خمیری با کاهش زاویه اصطکاک داخلی خاک، ϕ ، افزایش می‌یابد. همچنین پریود طبیعی سکو نسبت به حالت پایه‌های کاملاً گیردار و مفصلی متفاوت است و باعث تغییر پاسخ‌های دینامیکی سکو می‌شود.

کلمات کلیدی: سکوی دریایی خود بالارو، تحلیل دینامیکی غیرخطی، بارگذاری موج، اندرکنش خاک-سازه، روش تیر بر روی بستر غیرخطی وینکلر

Evaluating Dynamic Response of Jack-up Platform in Granular Soil

M. Gholami Korzani¹, A.A. Aghakouchak²

1- M.Sc. in Marine Structures, Tarbiat Modares University

2- Professor, Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University

Abstract

In order to model real behavior of jackup platforms subjected to environmental conditions, a nonlinear dynamic analysis considering soil-structure interaction subject to wave loading is investigated. For this purpose, spudcans behavior, soil nonlinear behavior near the structure, contact phenomena at the interface of the soil and foundation such as gapping as well as geometrical nonlinear behavior of the structure are considered. The soil which is used in this study is assumed to be granular with varying friction angles. Beam on Nonlinear Winkler Foundation method (BNWF) is a suitable model for soil media modeling. For wave loading two methods were used, monochrome wave and irregular waves representing a sea state. Results of

* نویسنده مسؤول مقاله m_gh_korzani@yahoo.com

this study show that inelastic behavior of the soil causes an increase in displacement at hull elevation and permanent unequal settlement in soil below the foundations which is increased by decreasing friction angle of soil. In fact spudcans and the underlying soil cause a relative fixity at support of the platform which changes dynamic response of structure compared to the case where the structure is assumed to have a fixed support.

Keywords: Jack up Platforms, Wave Loading, Nonlinear Dynamic Analysis, Soil-Structure Interaction, Beam on Nonlinear Winkler Foundation (BNWF)

۱- مقدمه

باتوجه به توسعه روزافزون صنایع دریایی، سکوهایی خود بالارو تغییرات بسزایی کرده‌اند. به گونه‌ای که امروزه این سکوها به راحتی قادر به عملیات در آب‌های عمیق با شرایط محیطی سخت می‌باشند. برای استفاده از این سکوها در این شرایط، نیاز به یک تحلیل دینامیکی می‌باشد که اثرات دینامیکی موج، اثرات لنگرهای ثانویه و تغییر شکل‌های بزرگ را همراه با در نظر گرفتن اندرکنش خاک با سازه (به صورت غیر خطی) در بر بگیرد تا بتوان در صورت امکان از ظرفیت مازاد این سکوها استفاده نمود.

مطالعات زیادی بر روی رفتار این سکوها صورت پذیرفته است که اهم آنها به قرار زیر می‌باشد:

- در سال‌های ۱۹۹۸ و ۱۹۹۹، Williams و همکاران تحلیل دینامیکی غیرخطی بر روی مدل دو بعدی تحت اثر موج تک‌فام با فرض مدل پلاستیک پی، پایه مفصلی کامل و گیردار انجام دادند [۱] و [۲].

- در سال ۱۹۹۹، Cassidy در پایان‌نامه دکترای خود تحلیل دینامیکی با فرض مدل فوق خمیری^۴ برای پی انجام داد [۳].

- در سال ۲۰۰۴، Howarth و همکاران تحلیل دینامیکی تحت اثر طوفان را با فرض دو پی خطی و غیرخطی درگیر انجام دادند [۴].

- در سال ۲۰۰۴، Nataraja و همکاران بر اساس اندازه گیری‌های واقعی، میزان گیرداری و میرایی بستر را براساس SNAME T&R 5-5A بدست آوردند [۵].

- در سال ۲۰۰۶، Vlahos و همکاران رفتار پی این سکوها را روی خاک رسی بر اساس مدل فوق خمیری^۱ به صورت آزمایشگاهی بررسی کردند و Bienen و همکاران نیز در همان سال بر اساس این مدل تحلیل اندرکنشی سازه و خاک انجام دادند [۶] و [۷].

- در سال ۲۰۰۸، Allotey و همکاران مدلی از پی

سطحی را براساس مدل پی وینکلر تحت بارهای دوره-ای مورد بررسی قرار دادند [۸].

در این تحقیق رفتار دینامیکی این سکوها با استفاده از مدل جدید پی بر روی بستر غیرخطی وینکلر^۵ که توسط Allotey و El Naggar توسعه یافته است، مطالعه شده است.

در بخش‌های بعدی از این مقاله پس از مرور روش‌های موجود برای مطالعه اندرکنش خاک-سازه و بارگذاری، مشخصات سکوی مورد مطالعه و نحوه مدل سازی اجزای سازه و خاک، روش تحلیل ارائه شده و سپس نتایج آن مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

۲- روش‌های مطالعه اندرکنش خاک و سازه

چهار روش برای یافتن پاسخ دینامیکی سازه‌ها بر پایه اندرکنش خاک-سازه قابل بررسی است. این روش‌ها به صورت زیر دسته‌بندی می‌گردند:

- روش تیر بر روی بستر ارتجاعی (وینکلر) [۹]
- روش محیط پیوسته ارتجاعی [۱۰]
- روش‌های بر پایه‌ی اجزای محدود و اجزای مرزی [۱۱]
- روش تیر بر روی پی غیرخطی وینکلر^۵ (BNWF) [۸]

دو روش نخست، روش‌های قدیمی می‌باشند که منجر به حل معادله همزمانی اندرکنش پی و خاک می‌شوند. این روش‌های تئوریک تنها برای حالت‌های بسیار ساده شده کاربرد دارند بدین سبب امروزه کاربرد گسترده‌ای چه در پژوهش‌ها و چه در کاربرد ندارند.

روش سوم قادر به مدل سازی دقیق محیط خاک، مدل سازی پدیده‌های اندرکنش فیزیکی و مدل سازی

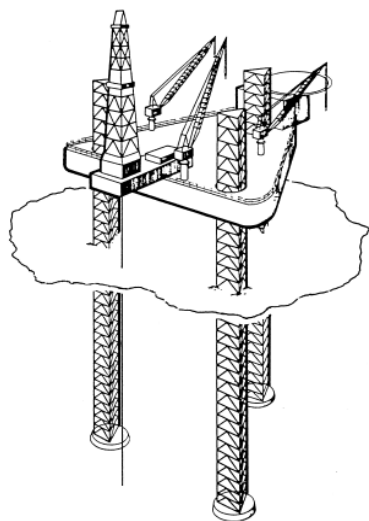
چون معکوس سری فوریه و روش های عملی چون روش طیفی با بزرگی معین^۶ و روش طیفی با بزرگی نامعین^۷ تاریخچه زمانی سطح دریا و سینماتیک موج (با استفاده از تئوری موج خطی) را از روی طیف محاسبه نمود. البته تحقیقات زیادی برای استفاده از تئوری موج های دیگر در این روش نیز صورت پذیرفته است. [۱۲] و [۱۳].

۴- سکوی مورد مطالعه و نحوه مدل سازی

سکوی خودبالاروی مورد مطالعه یک سکوی ۳ پایه است که فاصله ی هر یک از پایه ها از یکدیگر ۷۰ متر است. پایه های سکو از نوع خرابایی می باشند و بیشترین عمق آب عملیاتی این سکو ۱۵۰ متر است (شکل ۱).

۴-۱- مدل سازی سازه

براساس مشخصات سکوی موجود جرم معادل عرشه (بار مرده و زنده سکو) در حدود ۱۸۰۰۰ تن می باشد که این جرم به گونه ای بر روی عرشه گسترده شده است که دارای خروج از مرکزیت ۲- متر در راستای محور طولی سکو در قسمت انتهایی و ۰/۵ متر در راستای محور عرضی آن می باشد.



شکل ۱- شمایی از یک سکوی خودبالارو [۳]

درست و دقیق مرز بین خاک و پی می باشد. این روش دارای پیچیدگی های بیشتری می باشد و به همین اندازه نیز توانایی های بیشتری در مدلسازی واقعی تر از محیط را دارا می باشد. نتایج بدست آمده از این روش قابل قبول و نزدیک به واقعیت هستند اما به دلیل استفاده از تعداد زیادی المان، بسیار وقت گیر و پر هزینه می باشد.

آخرین روش در واقع با ایجاد تغییراتی در مدل تیر بر روی بستر ارتجاعی بوجود آمده است. در این روش از مجموعه ای از فنرهای غیر خطی و میراگر استفاده می شود. این مدل قادر است رفتار غیر خطی سیستم پی و خاک را مدل کند که این غیر خطی بودن شامل رفتار غیرارتجاعی خاک و غیر خطی هندسی یا به عبارتی بلندشدگی می باشد. در ضمن استهلاک انرژی هیسترسیس و در نهایت میرایی تشعشعی را نیز مدل می نماید. از معایب این روش می توان به عدم پیوستگی محیط خاک و تعیین خصوصیات المانهای آن اشاره نمود.

۳- روش های اعمال نیروی موج

دو روش برای اعمال نیروی ناشی از موج بر یک سازه دریایی وجود دارد:

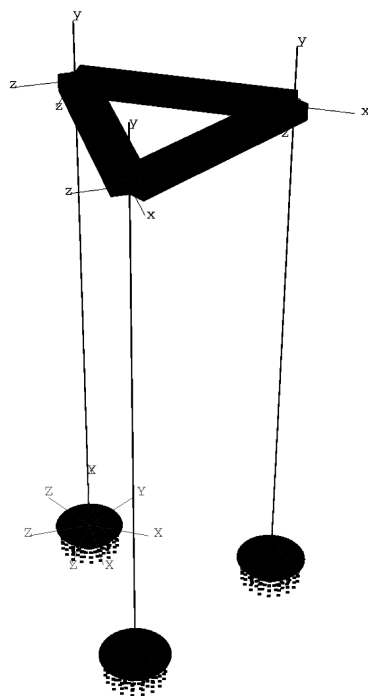
- ۱) اعمال طیف موج و انجام تحلیل طیفی
- ۲- الف) اعمال نیرو به صورت موج تک فام^۲ با ارتفاع و پریود خاص به صورت تکراری در زمان
- ۲- ب) اعمال نیروی ناشی از یک حالت دریا^۳ با استفاده از شبیه سازی تاریخچه زمانی سطح دریا بر اساس طیف مورد نظر

در روش اول بایستی برای محاسبه طیف نیروی اعمالی به سازه از طریق رابطه مورسیون، ترم درگ را خطی سازی نموده و برای محاسبه مشخصات سینماتیکی حرکات امواج از تئوری موج خطی استفاده نمود. در روش ۲- الف نیروی موج را می توان با استفاده از هر یک از تئوری های موج محاسبه نمود و بر سازه اثر داد. در روش ۲- ب بایستی ابتدا طیف مورد نظر را انتخاب نمود، سپس با استفاده از روش هایی

مدل شده است). اثر آب بر پاسخ سازه نیز به صورت جرم اضافی بر المان‌های غوطه‌ور در آب در نظر گرفته شده است.

رفتار فولاد به صورت خطی مدل شده است. میرایی مصالح فولادی بر اساس مدل رایلی به صورت ثابت برای بسامدهای اصلی لرزشی به اندازه ۵٪ در نظر گرفته شده است.

برای بهینه‌کردن زمان تحلیل‌ها با توجه به بزرگ بودن حجم سازه طول المان‌ها به اندازه ۵ متر برای عرشه و به صورت متغیر از ۱۰ (در بستر دریا) تا ۲/۵ (سطح تراز ایستایی) متر برای پایه انتخاب شده است تا افزون بر دارا بودن دقت لازم سرعت تحلیل‌ها نیز افزایش یابد. شکل ۲ مدل اجزاء محدود سکوی مورد مطالعه را نشان می‌دهد.



شکل ۲- مدل اجزاء محدود سکوی مورد مطالعه

برای در نظر گرفتن بلندشدگی پی و پدیده‌های غیرخطی آن (هندسی) از تحلیل برای تغییر شکل‌های بزرگ بهره گرفته شده است.

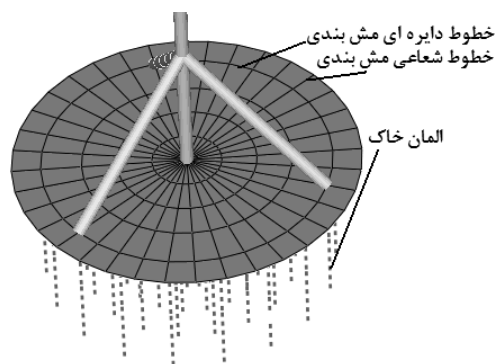
پایه‌های این سکو با استفاده از المان‌های معادل، مدل‌سازی می‌شوند که بر اساس ضخامت اجزاء اصلی پایه‌های واقعی بدست آمده است. برای محاسبه مشخصات هیدرودینامیکی می‌بایستی یک قطر معادل فرض شود؛ این قطر معادل ۱۸ متر می‌باشد (برابر فاصله‌ی هر یک از اجزای اصلی پایه).

بدلیل پیچیدگی‌های موجود و وقت‌گیر بودن تحلیل‌ها از مدل‌سازی عرشه به صورت دقیق اجتناب شده است و عرشه با استفاده از ۶ تیر که ۳ تیر آن میانی و ۳ تیر آن کناری نام دارند، مدل شده است. از تیرهای میانی برای انتقال وزن بالا رفته سکو به پایه‌ها استفاده می‌شود. این تیرها سختی خمشی در اتصالات انتهایی خود ندارند. این نوع مدل‌سازی سبب می‌شود که وزن عرشه هیچگونه تاثیری بر روی لنگرهای خمشی پایه‌ها نداشته باشد. از تیرهای کناری برای انتقال سختی عرشه به پایه‌ها استفاده می‌شود. این تیرها، قوطی‌ای به ابعاد ۲۲ در ۱۱/۵ متر با ضخامت ۲۰ میلیمتر می‌باشند (تغییر شکل برشی این تیرها محدود شده است).

در زمان طوفان سیستم تثبیت برای کاهش لنگرهای پایه از کار افتاده و از سیستم‌های هادی فوقانی و تحتانی استفاده می‌شود؛ که طی گزارش‌های دریافتی در حین برقراری شرایط طوفانی فقط هادی‌های تحتانی درگیر هستند و کل لنگر بین عرشه و پایه از طریق این اجزاء انتقال می‌یابند. بر اساس مشخصات دریافتی از این سکو، سختی خمشی برای تیرهای کناری در محل اتصال آنها به پایه‌ها محاسبه شده است (این سختی بر اساس عمق بدنه، فاصله بین هادی‌های فوقانی و تحتانی و مشخصات بدنه و پایه‌ها بدست آمده است). بر اساس مشخصات فوق الذکر، قابل ذکر است که تیرها، المان‌های جانبی برای پی و خود پی‌ها فاقد جرم هستند. جرم پایه‌ها بر اساس مشخصات دریافتی و معادل‌سازی‌های استفاده شده در آنها، به صورت افزایش جرم در جرم مخصوص فولاد مدل شده است. جرم مربوط به پی‌ها به صورت جرم متمرکز در قسمت تحتانی پایه‌ها مدل شده است (به دلیل یکنواخت نبودن جرم در سطح پی، وزن آن به صورت متمرکز

۴-۲- مدل سازی پی

پی مورد استفاده در این سکو از نوع پی‌های منفرد^۱ می‌باشد و به شکل استوانه‌ای با قطر ۲۵ متر و بیشترین ارتفاع (در مرکز پی) حدود ۶ متر می‌باشد. برای مدل سازی دقیق شرایط تکیه‌گاهی سازه، از المان پوسته‌ای به عنوان پی معادل استفاده شده است، تا بتوان انعطاف پذیری یا صلبیت پی را نسبت به خاک زیر آن به طور واقعی مدل نمود. استفاده از این المان پوسته‌ای سبب شده است که پدیده‌هایی از جمله حرکت دورانی توام با بلندشدگی و حرکت لغزشی و پدیده‌ی تسلیم خاک در یک طرف و بلندشدگی پی در طرف دیگر قابل رویت در نتایج باشند. مش‌بندی این المان به صورت دایره‌ای می‌باشد. فواصل هر یک از دایره‌ها از یکدیگر ۲/۵ متر است و تمامی خطوط شعاعی در زوایای ۱۰ درجه رسم شده است (شکل ۳).

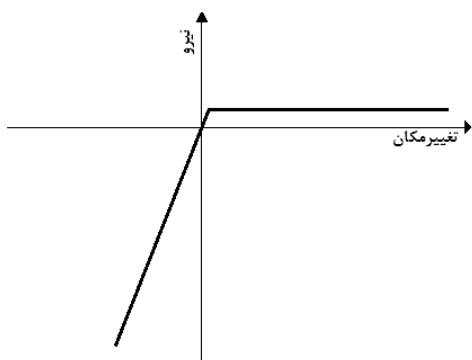


شکل ۳- شکل پی و نحوه مش‌بندی آن

۴-۳- مدل سازی خاک

خاک مورد مطالعه در این تحقیق، خاک دانهای با زوایای اصطکاک متفاوت (بین ۲۰ تا ۳۰ درجه) در نظر گرفته شده است. با توجه به توضیحات بخش ۲ در این مطالعه از روش BNWF برای مدلسازی خاک استفاده شده است. این روش خاک را در دو بخش اصلی مدل سازی می‌کند: نخست مدل سازی خاک (فنها و میراگرها)، دوم مدل سازی اندرکنش فیزیکی در برگیرنده پدیده بلندشدگی پی (المان میانی). برای مدل سازی خاک بصورت سه بعدی، خاک باید در دو جهت غیر وابسته به یکدیگر در صفحه افقی و جهت قائم موازی با راستای وارد آمدن وزن سکو، مدل شود.

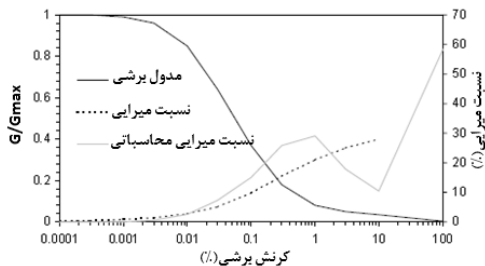
در هر یک از این جهات یکسری فنها و میراگرهایی که مبین مشخصات خاک هستند قرار می‌گیرند؛ براساس مدل مورد استفاده [۱۴]، این فنها و میراگرها در راستای افقی به صورت خطی و در راستای قائم، فنها به صورت غیرخطی مدل می‌شوند. برای مدل سازی رفتار بلندشدگی پی از المان‌های فصل مشترک خاک و پی که المان میانی نامیده می‌شوند، استفاده شده است. این المان‌ها به صورت المانی غیرخطی و الاستیک با سختی فشاری بسیار بالا و مقاومت نامحدود و سختی کششی بسیار بالا با مقاومت بسیار کوچک در نظر گرفته شده است، که به صورت سری از یک سو به فنر غیرخطی نماینده خاک در راستای قائم و از سوی دیگر به پی متصل می‌گردد. در نظر گرفتن این رفتار سبب می‌شود که با کمترین نیروی کششی به خاک المان میانی جاری می‌شود و سختی خاک بر پی وارد نمی‌گردد ولی با رسیدن پی به نقطه آغاز و وارد آوردن فشار به مجموعه، المان میانی سختی بسیار بالایی فشاری از خود نشان می‌دهد و سختی فشاری فنر غیرخطی خاک بر پی وارد می‌شود. نمودار تنش-کرنش المان میانی در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴- منحنی نیرو-تغییر مکان المان میانی

برای مدل سازی بصورت سری المان میانی و فنر غیرخطی قائم از یک گره میانی بین گره خاک و گره پی بهره برده شده است. با این دید، برای مدل کردن خاک در راستای قائم، زیر هر گره پی باید از ۲ گره بهره جست. همچنین برای مدل سازی در راستای افقی نیاز به ۲ گره و ۴ المان می‌باشد. در این مطالعه با

پی حدود ۵۰ متر برآورد شده است تا تقریباً تنش ایجاد شده در سطح به ۱۰ درصد آن کاهش یابد) کرنش خاک بدست می‌آید ولی این روند با سعی و خطا تا رسیدن به کرنش واقعی ادامه می‌یابد.



شکل ۶- منحنی تغییر مدول برشی در برابر کرنش برشی خاک ماسه‌ای توسط ادريس

برای استفاده از این منحنی می‌بایستی کرنش خاک بدست آید. نشست نسبی المان‌های خاک در هر تحلیل مشخص می‌شود از طرفی با دانستن عمق لایه خاک (با توجه به منحنی‌های حباب تنش عمق لایه خاک زیر پی حدود ۵۰ متر برآورد شده است تا تقریباً تنش ایجاد شده در سطح به ۱۰ درصد آن کاهش یابد) کرنش خاک بدست می‌آید ولی این روند با سعی و خطا تا رسیدن به کرنش واقعی ادامه می‌یابد.

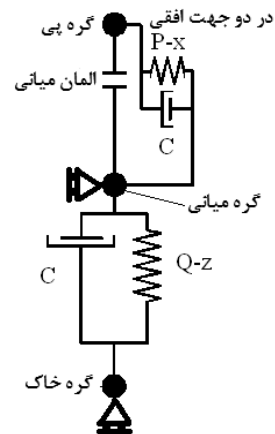
برای محاسبه سرعت موج برشی از رابطه (۲)، از جرم مخصوص خشک استفاده شده است و در نهایت این سرعت، ۴ درصد (طبق تحقیقات هاردین و ریچارد [۱۶]) به سبب اشباع بودن خاک کاهش می‌یابد.

$$V_s = \sqrt{\frac{G_o}{\rho}} \quad (2)$$

با به کارگیری روابط (۳) تا (۸) در FEMA356، سختی‌های قائم و جانبی فنرهای خاک که وابسته به مدول برشی و ضریب پواسون خاک (که ۰/۴ فرض شده است) هستند، محاسبه شده است [۱۷].

$$K_{x,sur} = \frac{GB}{2-\nu} \left[3.4 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 1.2 \right] \quad (3)$$

استفاده از یک المان، رفتار افقی و المان میانی^۸ مدل می‌شود و با استفاده از المان دیگر که به صورت سری قرار گرفته است، رفتار قائم مدل می‌شود (پس بجای ۶ المان و ۴ گره از ۲ المان و ۲ گره استفاده شده است). برای چنین مدل‌سازی، که استفاده از المان‌ها و نقاط را بهینه کرده است، می‌بایست گره میانی فقط در راستای افقی و گره خاک در راستای قائم بسته شود. شکل ۵ چیدمان قرارگیری المان‌های افقی و قائم روش BNWF را نشان می‌دهد.



شکل ۵- مجموعه المان‌های خاک زیر هر نقطه پی

برای محاسبه مشخصات المان‌های فوق‌الذکر نیاز به بدست آوردن پارامترهای خاک می‌باشد که در ادامه باختصار آمده است. برای محاسبه مدول برشی خاک، G_o ، از رابطه (۱) برای ماسه‌های گردگوشه که توسط هاردین و ریچارد ارائه شده، استفاده شده است.

به علت کرنش‌های زیاد خاک، این مدول با استفاده از منحنی‌های کاهش مدول برشی برای کرنش‌های زیاد (شکل ۶) که توسط ادريس ارائه شده است، کاهش می‌یابد [۱۵].

$$G_o = 6908 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} \sigma_o^{0.5} \quad (1)$$

برای استفاده از این منحنی می‌بایستی کرنش خاک بدست آید. نشست نسبی المان‌های خاک در هر تحلیل مشخص می‌شود از طرفی با دانستن عمق لایه خاک (با توجه به منحنی‌های حباب تنش عمق لایه خاک زیر

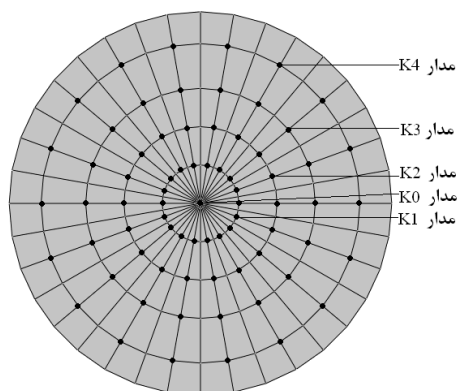
درخصوص میرایی خاک‌های ماسه‌ای، ۳ سیستم میرایی در خاک وجود دارد؛ نخست میرایی مصالح که در برابر دیگر میرایی‌های خاک ناچیز است، پس از مدل‌سازی این میرایی چشم‌پوشی می‌گردد. دوم میرایی هیسترتیک که در چرخه‌های بارگذاری با توجه به رفتار غیرخطی خاک به طور خودکار مدل می‌شود. سوم میرایی تشعشی که از رابطه گزناس و دوبری استفاده شده است. این رابطه برای پی‌های دایره‌ای به صورت زیر می‌باشد [۱۹]:

$$C_z = \rho V_{La} A_b, C_y = \rho V_s A_b \quad (۹)$$

$$V_{La} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} V_s \quad (۱۰)$$

$$A_b = \pi B^2 \quad (۱۱)$$

که در آن V_{La} و A_b (مساحت سطح تماس پی با خاک) از روابط (۱۰) و (۱۱) بدست می‌آیند. چیدمان شکل ۵ بعنوان یک المان نهایی خاک می‌باشد که زیر هر نقطه از پی (نقاط پرننگتر) که در شکل ۸ نشان داده شده است، قرار دارد. هر یک از این المان‌ها دارای یک مساحت موثر می‌باشند، که براساس این مساحت‌ها مشخصات آنها محاسبه شده است. این نقاط در هر ۲۰ درجه روی مدارهای دایره‌ای (شکل ۸) به پی متصل شده است. شکل ۹ کل فرآیند تعیین مشخصات المان‌های خاک را نشان می‌دهد.



شکل ۸- محل قرارگیری المان‌های خاک

$$K_{y,sur} = \frac{GB}{2-\nu} \left[3.4 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.65} + 0.4 \frac{L}{B} + 0.8 \right] \quad (۴)$$

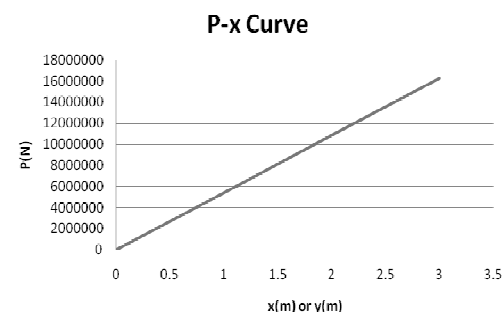
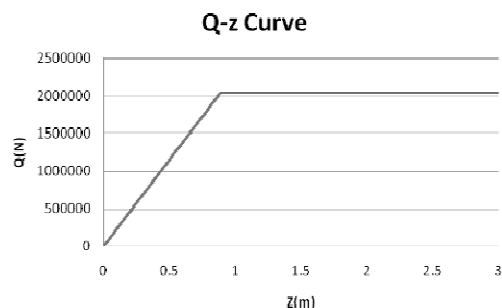
$$K_{z,sur} = \frac{GB}{1-\nu} \left[1.55 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.75} + 0.8 \right] \quad (۵)$$

$$K_{xx,sur} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[0.4 \left(\frac{L}{B} \right) + 0.1 \right] \quad (۶)$$

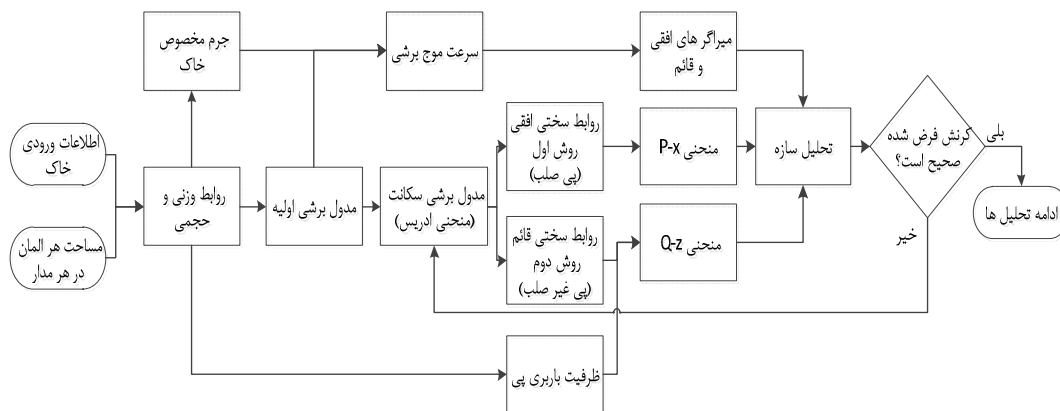
$$K_{xx,sur} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[0.4 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.4} + 0.034 \right] \quad (۷)$$

$$K_{xx,sur} = GB^3 \left[0.53 \left(\frac{L}{B} \right)^{2.45} + 0.51 \right] \quad (۸)$$

از طرف دیگر با محاسبه ظرفیت باربری پی توسط رابطه مایرهوف [۱۸] قسمت افقی (کاملاً خمیری) در منحنی فنرهای قائم بدست می‌آید، تمامی پارامترهای لازم برای بدست آوردن منحنی رفتار خاک (غیرارتجاعی دوخطی) در راستای قائم آمده است (شکل ۷).



شکل ۷- منحنی سختی فنرهای قائم و جانبی خاک



شکل ۹- دیاگرام نحوه بدست آوردن مشخصات المان های خاک

۴-۴- بارگذاری و برنامه جانبی

عمق آب در محل سازه مورد مطالعه ۱۵۰ متر در نظر گرفته شده است. ارتفاع موج طرح مورد استفاده در این مطالعه ۲۹ متر و پریود آن ۱۶ ثانیه است که با استفاده از روابط احتمالاتی موج، ارتفاع موج مشخصه H_s ، برای حالتی از دریا که متناظر با همین ارتفاع حداکثر باشد، ۱۶ متر و پریود آن ۱۴/۸ ثانیه بدست می آید.

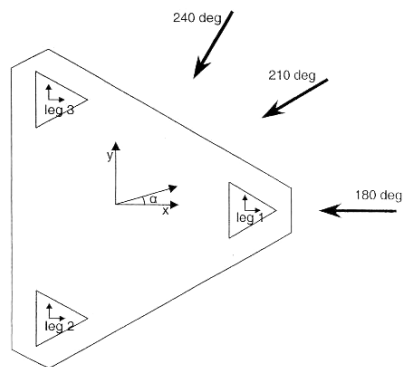
بارگذاری بر روی مدل توسط یک برنامه جانبی که با استفاده از زبان برنامه نویسی VBA نوشته شده است، اعمال می شود. این برنامه بارگذاری موج را به دو صورت موج منظم تک فام و امواج نامنظم حالتی از دریا بر روی سازه برای زمان خواسته شده تولید می کند و با دریافت مشخصات خاک، مشخصات فنرها و میراگرهای مربوط به هر المان خاک را محاسبه می کند. همچنین با دریافت مشخصات پایه ها و طول مش آن ها (مش متغیر)، مش بندی پایه ها را نیز انجام می دهد. سپس همه موارد فوق را به مدل ساخته شده (که فاقد بارگذاری موج و مشخصات خاک و مش بندی است) اضافه نموده و این فایل ورودی را در محیط غیر گرافیکی ABAQUS اجرا می نماید.

بارگذاری موج برای دو حالت روش دوم بخش ۳ مورد بررسی قرار گرفته است. تئوری اصلی مورد استفاده برای موج تک فام (موج طرح) استوکس مرتبه ۵ می باشد و حالت دریای با امواج نامنظم، با استفاده از روش طیفی با بزرگی معین از طیف P-M شبیه سازی

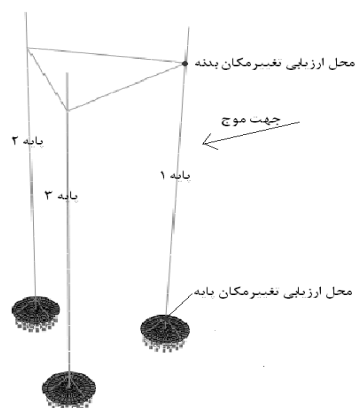
می شود. بار موج در حالت های فوق برای واحد طول پایه های معادل محاسبه شده و در گره های مش بندی اعمال می گردد.

با توجه به استفاده از پایه ی معادل، برای بدست آوردن C_m و C_D از روش معادل سازی در آئین نامه ی NDP استفاده شده است و ضریب $C_D=0.271$ و $C_m=0.22$ در ادامه مورد استفاده قرار گرفته است.

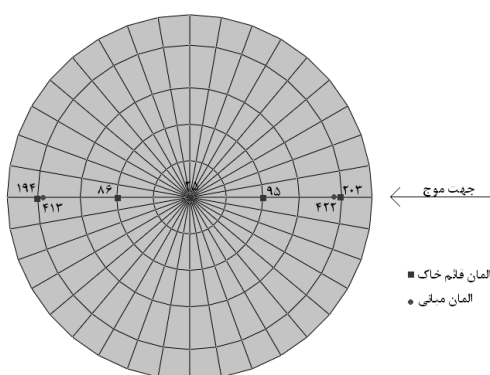
با توجه به شکل ۱۰، نیروی موج می تواند در ۳ جهت ۱۸۰، ۲۱۰ و ۲۴۰ بر مدل اثر کند، ولی با توجه به اینکه بیشترین خروج از مرکزیت جرم عرشه در راستای طولی (محور تقارن) سکو بوده است، جهت ۱۸۰ درجه بحرانی ترین جهت برای بررسی واژگونی این سکو می باشد. البته توجه به این نکته حائز اهمیت است که به علت خروج از مرکزیت موجود در راستای عرضی، پاسخ هر یک از پایه ها متفاوت می باشد و نمی توان به علت این تقارن، سازه را دو بعدی مدلسازی نمود.



شکل ۱۰ - جهات موجود بارگذاری موج



الف) شکل محل خروجی‌ها در سازه



ب) محل خروجی‌ها در پی

شکل ۱۱- شکل محل خروجی‌ها در سازه و پی

جدول ۱- پریود ۵ مد اول (بر حسب ثانیه)

شماره مد	پایه گیردار	با در نظر گرفتن خاک	پایه مفصلی
۱	۵/۴۸	۷/۰۷	۱۱/۳۶
۲	۵/۴۶	۷/۰۶	۱۱/۳۴
۳	۵/۱۵	۵/۴۶	۸/۸۹
۴	۰/۶۸	۰/۷۴	۰/۸۰
۵	۰/۵۴	۰/۶۴	۰/۷۴

۲-۶- رفتار سکو تحت اثر موج تک‌فام

تغییر مکان‌های عرشه برای خاک‌های متفاوت تحت اثر موج تک‌فام در شکل ۱۲ نشان داده شده است. کمترین تغییر مکان برای خاک با زاویه اصطکاک بیشتر است. در حالت ج، بایستی توجه داشت که ظرفیت باربری پی برای تحمل وزن خالی سازه و بار موج کافی

۵- روند کلی تحلیل‌ها

آنالیزها به دو دسته کلی زیر تقسیم می‌شوند:

- اثر موج تک‌فام
 - اثر موج شبیه سازی شده از طیف برای حالت دریا با امواج نامنظم
- هر یک از آنالیزهای فوق برای خاک با $\phi=30^\circ$ ، $\phi=25^\circ$ و $\phi=20^\circ$ نیز انجام شده است. صحت‌سنجی بارگذاری و مدل با استفاده از نرم‌افزار SACS که یکی از نرم افزارهای تحلیل و طراحی سکوه‌های دریایی می‌باشد، انجام شده است [۲۰].

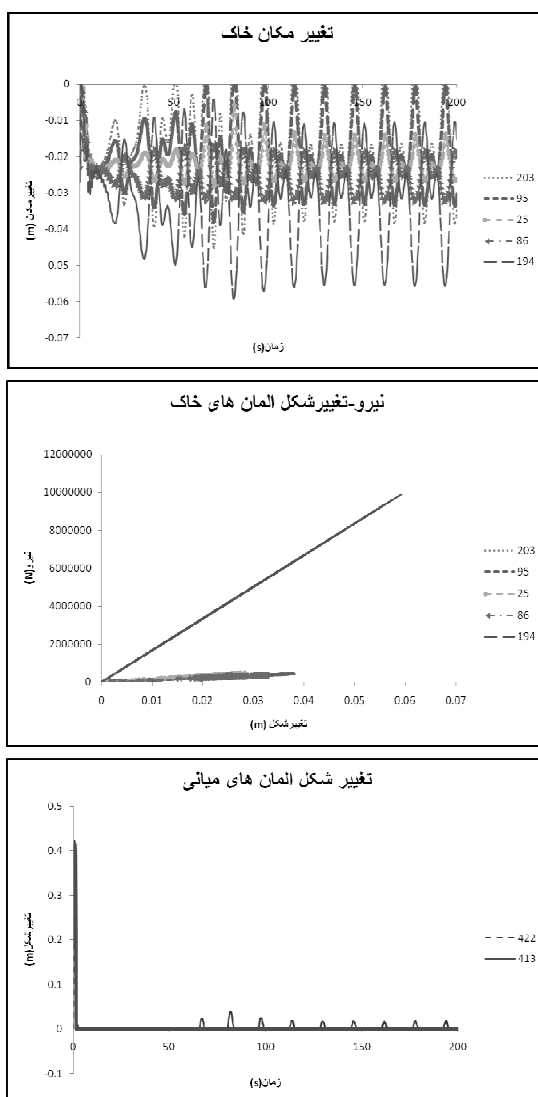
۶- نتایج تحلیل‌ها

برای ارائه نتایج حاصل از تحلیل‌ها، قسمت‌هایی از سازه انتخاب شده است و رفتار این نقاط مورد بررسی قرار گرفته است. محل مورد بررسی برای پایه، عرشه و پی در شکل ۱۱ نمایش داده شده است.

۶-۱- مقایسه مدها

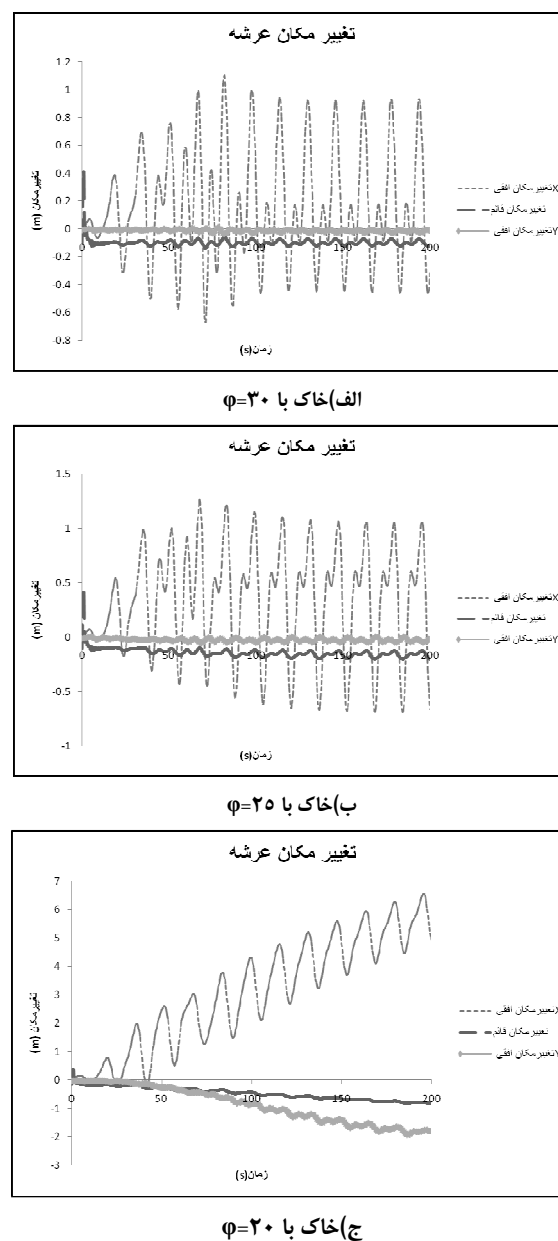
هدف از این قسمت بدست آوردن مدهای اصلی سازه با در نظر گرفتن رفتار خاک می‌باشد. با مقایسه‌های انجام شده در این قسمت می‌توان میزان صحت در نظرگیری پایه‌ها به صورت مفصلی و گیردار را بررسی نمود. برای بدست آوردن این مدها در حالت در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه، دو اصلاح می‌بایستی بر روی مدل صورت پذیرد: (۱) حذف رفتار غیرخطی در المان‌های قائم خاک، (۲) حذف المان‌های میانی؛ زیرا که آنالیز مودال یک آنالیز خطی می‌باشد و نباید عناصر دارای اثرات غیر خطی را در آن در نظر گرفت. پریودهای طبیعی سازه در هر ۳ حالت در آمده است. همانگونه که در جدول ۱ دیده می‌شود، تفاوت زمان تناوب مدهای اول در حالت‌های پایه گیردار و مفصل بسیار قابل توجه است و با در نظر گرفتن اندرکنش با خاک اعدادی مابین این دو حالت است که حالت واقعی می‌باشد؛ این مفهوم به وجود آمدن یک میزان مشخصی گیرداری، در اثر مدل سازی خاک می‌باشد.

میانی (مبین بلندشدگی پی) ملاحظه می‌شوند. از این نمودارها نشست‌های ماندگار، بلندشدگی پی و حالت سایکلیک بودن رفتار پی و بار را می‌توان استخراج نمود. در خاک با $\phi=30^\circ$ منحنی نیرو-تغییر شکل کاملاً خطی است ولی در دو خاک دیگر، رفتار خمیری پی مشهود است ولی چنانچه توجه شود، این رفتار به صورت حلقه‌های تو در تو تکرار نشده است، زیرا خاک ماسه‌ای است و تحمل کشش ندارد. این منحنی‌ها نشان می‌دهند که رفتار خمیری بیشتر در لبه‌های پی اتفاق افتاده است تا در مرکز پی.



شکل ۱۳- منحنی‌های تغییر مکان خاک و المان میانی و نیرو-تغییر شکل خاک در خاک با $\phi=30^\circ$

است ولی به دلیل بلند شدگی قسمتی از پی در پایه ۱ و همچنین تسلیم خاک در زیر قسمتی از پی در دو پایه دیگر، این کاهش ظرفیت باری سبب نشست‌های زیاد در دو پی عقب و تغییر مکان‌های در حال افزایش در پایه‌ها و عرشه می‌شود و یک عدم پایداری را در سازه نشان می‌دهد.

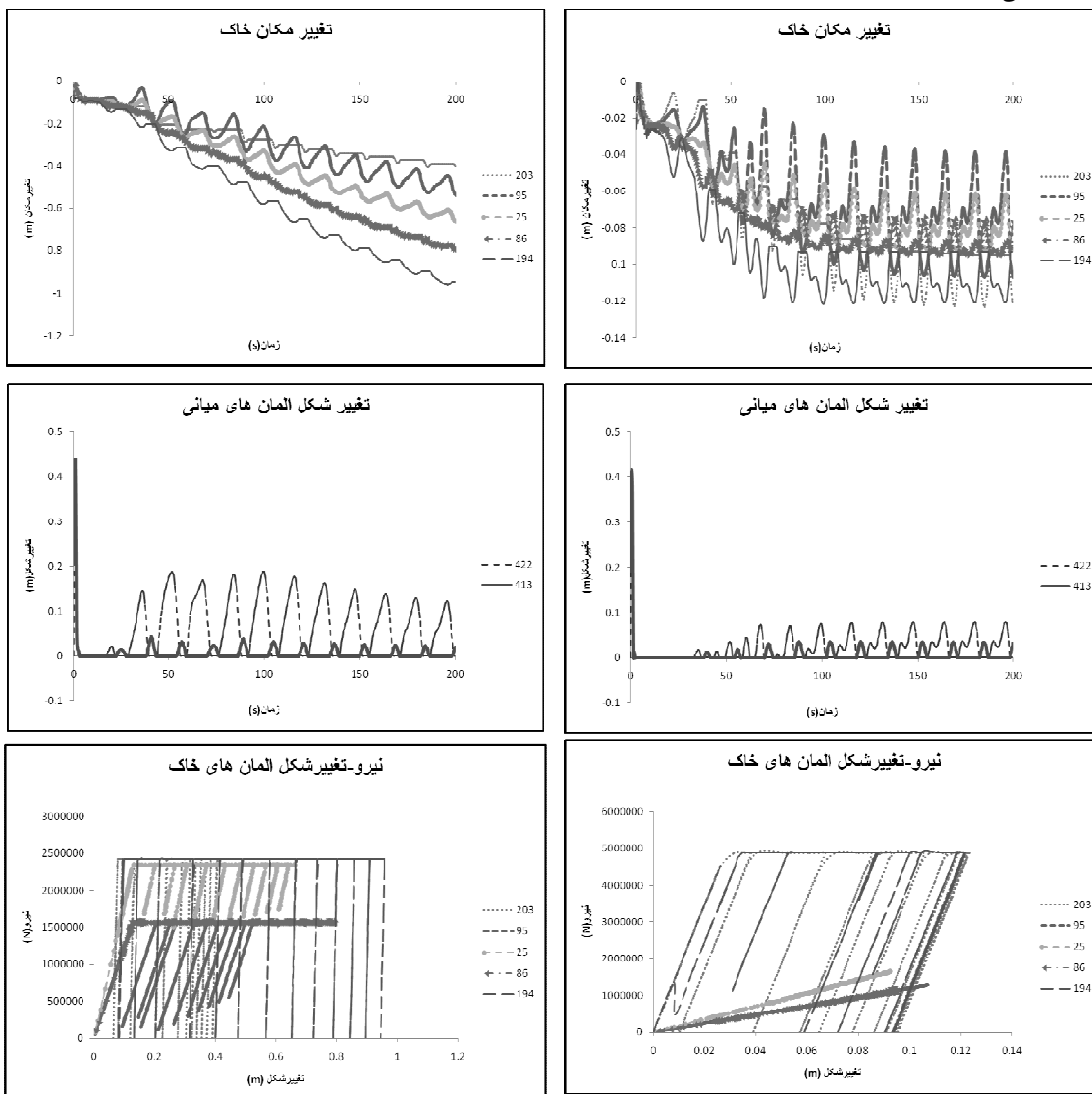


شکل ۱۲- تغییر مکان بدنه در حالت موج تک‌فام

در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ منحنی تغییر مکان خاک با زمان، نیرو-تغییر مکان المان‌های خاک و تغییر مکان المان

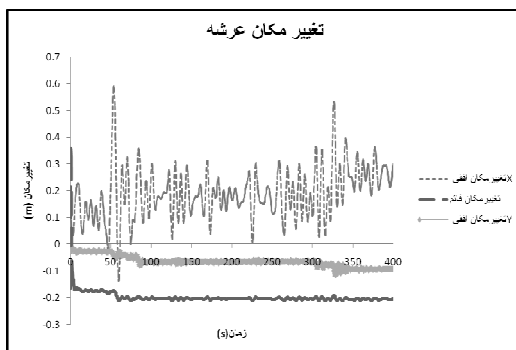
در این مطالعه (بر اساس شرایط اولیه مفروض) خاک با $\phi < 30$ ، مرز ورود به رفتار خمیری خاک است، با این دید می‌توان گفت برای خاک‌های با زاویه اصطکاک بیشتر می‌توان رفتار خاک را کاملاً خطی در نظر گرفت. از طرفی دیگر $\phi < 25$ باعث افزایش تغییرشکل‌ها و در نهایت منجر به عدم پایداری سازه می‌شود. در صورتی که این نتیجه‌گیری بدون در نظر گرفتن اندرکنش خاک-سازه وجود ندارد.

با کاهش زاویه اصطکاک خاک، بلندشدگی‌های موضعی در پی بیشتر می‌شوند. قسمت‌های افقی در منحنی‌های تغییرمکان خاک، بلندشدگی پی را نیز نشان می‌دهد. همانگونه که در منحنی‌های نیرو-تغییرمکان خاک در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ دیده می‌گردد المان‌های خاک پس از میزان معینی نیرو جاری شده و سپس در سیکل بعد دوباره درگیر می‌گشوند. این جاری شدن در هر سیکل (نشست‌های ماندگار) تا جایی ادامه دارد که نیروی ناشی از موج کمتر از ظرفیت کل المان‌جها شود (زیرا با افزایش تغییر مکان پی المان‌جهای وسط پی نیروی بیشتری را جذب می‌کند).



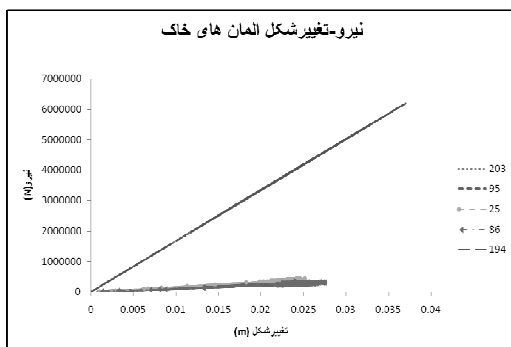
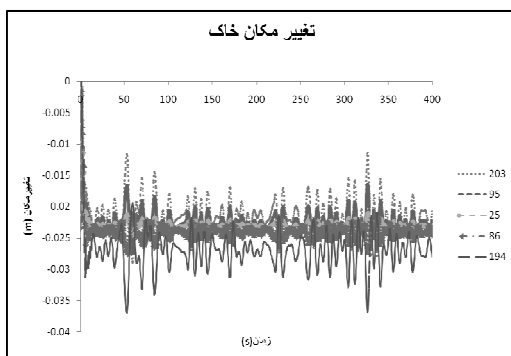
شکل ۱۵- منحنی‌های تغییر مکان خاک و المان میانی و نیرو-تغییر شکل خاک در خاک با $\phi = 20$

شکل ۱۴- منحنی‌های تغییر مکان خاک و المان میانی و نیرو-تغییر شکل خاک در خاک با $\phi = 25$

ج) خاک با $\phi=20$

شکل ۱۶- تغییر مکان بدنه در حالت موج حالتی از دریا

همانگونه که در شکل ۱۷ تا ۱۹ نشان داده شده است، رفتار خاک در خاک اول کاملاً خطی و در بقیه فقط در لبه ها پی غیر خطی و در وسط نیز کاملاً خطی می باشد. جز در حالت سوم، در هیچ یک از حالات بلندشدگی از پی دیده نمی شود. در منحنی های نیرو- تغییر شکل نیز می توان رفتار غیر خطی المان ها را ملاحظه نمود.

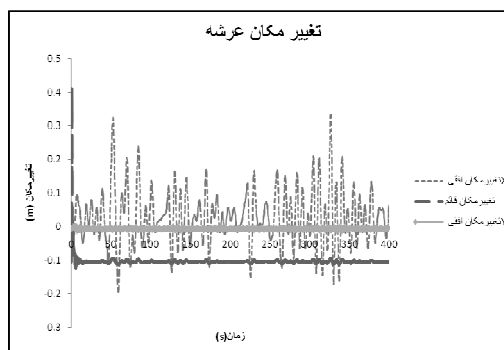
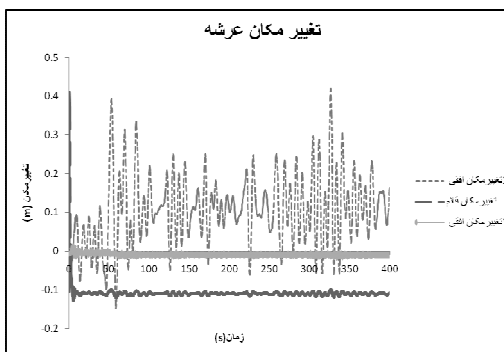


شکل ۱۷- منحنی های تغییر مکان و نیرو- تغییر شکل خاک در خاک با $\phi=30$

۳-۶- رفتار سکو تحت اثر امواج نامنظم

به علت استفاده از روابط احتمالاتی و عدم استفاده از طیف های واقعی، حالتی از دریای تولید شده دارای بلندترین موجی حدود ۲۳ متر (متوسط بیشترین ها بین هر یک از پایه ها) است، که از مقدار مورد استفاده در حالت موج تک فام کمتر است (چنانچه حتی ارتفاع بیشترین موج در یک حالتی از دریا نیز با موج تک فام مورد استفاده نیز برابر باشد، نیروی اعمالی از طرف آن حدود ۶۰ تا ۷۰ درصد حالت تک فام است). مدت زمان این حالتی از دریا مورد استفاده ۴۰۰ ثانیه است که قسمتی از یک حالتی از دریای ۲۰۰۰ ثانیه ای می باشد.

همانگونه که در شکل ۱۶ ملاحظه می شود، تغییر مکان بدنه در این حالت نسبت به موج تک فام کمتر بوده و در خاک با $\phi=20$ ، مشکل حادی برای سازه اتفاق نیفتاده است. تغییر مکان های سازه با کاهش زاویه اصطکاک خاک افزایش یافته در خاک با $\phi=30$ ، به دلیل خطی عمل کردن خاک، تغییر شکل های سازه نسبت به حالت تعادل خود تقریباً دارای تقارن است.

الف) خاک با $\phi=30$ ب) خاک با $\phi=20$

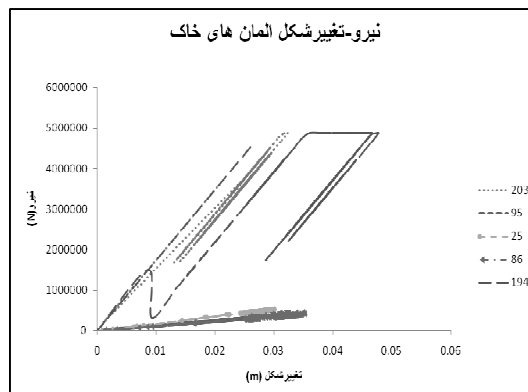
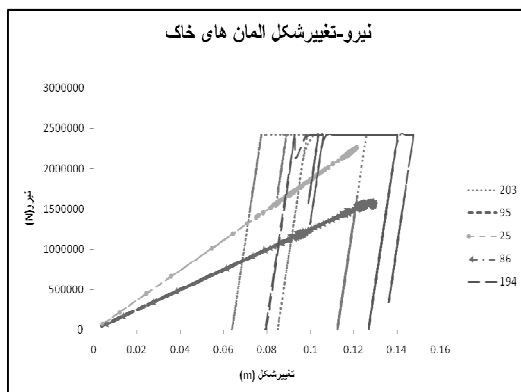
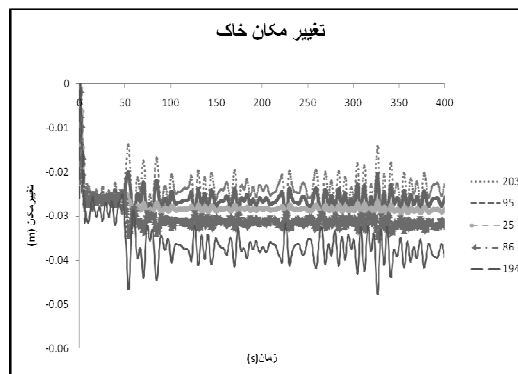
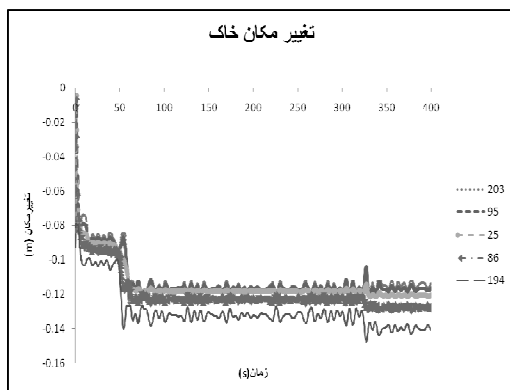
۴-۶- مقایسه موج تک‌فام با امواج نامنظم

در این بخش پاسخ سازه در دو حالت موج تک‌فام و دریای نامنظم باهم مقایسه شده است تا اثرات نوع بارگذاری مورد بررسی قرار گیرد. برای اینکه مقایسه‌ای صحیح صورت گرفته باشد می‌بایستی حداکثر ارتفاع موج در هر دو حالت بارگذاری باهم برابر باشند. بدین سبب سازه تحت اثر بارگذاری جدیدی با ارتفاع موج تک‌فام ۲۳ متر مورد تحلیل قرار گرفته است. این ارتفاع موج جدید در واقع بیشترین ارتفاع موجی است که در حالت امواج نامنظم رویت شده است.

شکل ۲۰ تغییرمکان عرشه را برای دو حالت بارگذاری و زوایای متفاوت خاک نشان داده است که ملاحظه می‌شود تغییرمکان‌ها در حالت تک‌فام کماکان بیشتر از امواج نامنظم است.

همانگونه که در منحنی‌های نیرو-تغییرمکان خاک در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ دیده می‌شود المان‌های خاک پس از میزان معینی نیرو جاری شده و سپس در سیکل بعد دوباره درگیر می‌شوند. این جاری شدن در هر سیکل تا جایی ادامه دارد که نیروی ناشی از موج کمتر از ظرفیت کل المان‌ها شود.

در خاک با $\varphi=20^\circ$ ، دو نشست ناگهانی (پیک‌های موج در حالتی از دریا) در خاک دیده می‌شود که البته سازه را دچار ناپایداری نمی‌کند. نکته قابل توجه نسبت به حالت قبل این است که، تغییر شکل نسبی خاک در این حالت بسیار کمتر از حالت قبل می‌باشد. پس می‌توان گفت که هر سه حالت خاک برای این نوع بارگذاری تقریباً جواب‌های قابل قبولی دارند.

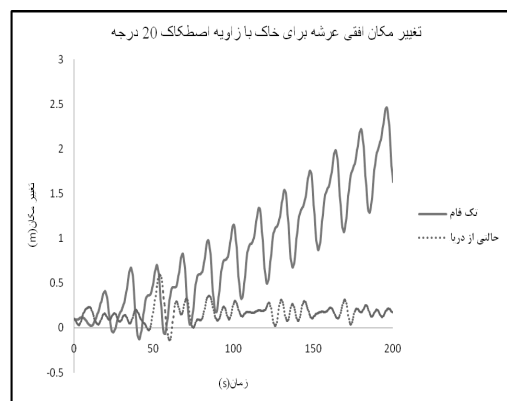
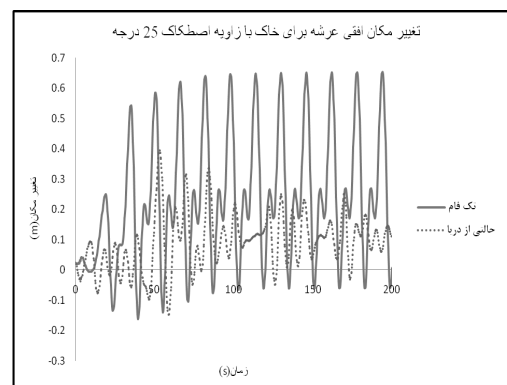
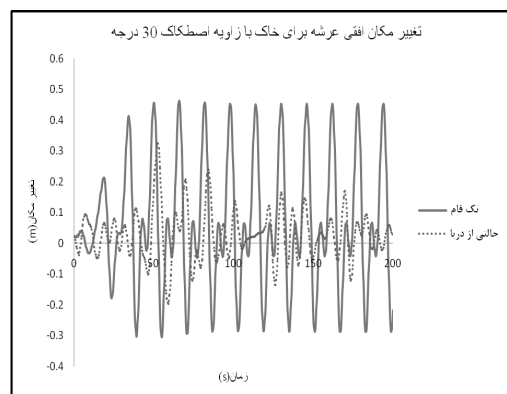


شکل ۱۹- منحنی‌های تغییرمکان و نیرو-تغییر شکل خاک در خاک با $\varphi=20^\circ$

شکل ۱۸- منحنی‌های تغییرمکان و نیرو-تغییر شکل خاک در خاک با $\varphi=25^\circ$

افزایش نیروی موج در اثر تغییر شرایط جوی در نقاط عملکردی متفاوت این سکوها، اثر واژگونی سکو در اثر موج مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی آستانه واژگونی، می‌بایستی نیروی واژگون کننده را تا زمانی افزایش دهیم که ضریب اطمینان واژگونی کمتر از واحد شود و یا به عبارت دیگر بلندشدگی در پایه‌های سازه دیده شود. از طرفی واژگونی را می‌توان به جای افزایش نیروی واژگون کننده با کاهش نیروی مقاوم بررسی کرد. در این قسمت از روش دوم استفاده شده است. در این حالت وزن بدنه (۱۸۰۰۰ تن) در هر تحلیل ۲۰۰۰ تن کاهش می‌یابد، تا زمانی که به ۱۲۰۰۰ تن برسیم. دلیل اینکه از این میزان بیشتر کاهش داده نشده است، عدم واقع بینانه بودن مسئله می‌باشد. در تئوری می‌توان تا صفر نیز کاهش داد، ولی در واقعیت برای این کاهش می‌توان حدی قائل شد. با بررسی نیروی داخل پایه‌ها، می‌توان این آستانه را مشخص نمود.

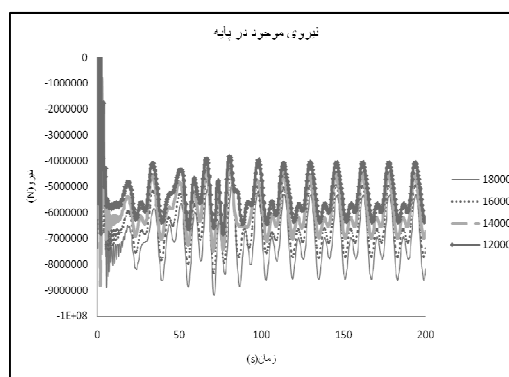
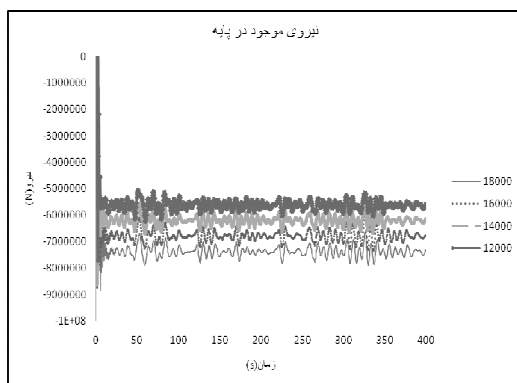
در شکل ۲۱ نیروی داخل پایه یک برای هر یک از حالات خاک و موج آمده است. با کاهش جرم عرشه، بار آستانه واژگونی دست یافته نشد. این نتایج به این معنی است که امکان واژگونی در این سکو بسیار کم است و هیچ یک از پایه‌ها نمی‌تواند به طور کامل از زمین بلند شود. البته بایستی به این نکته توجه داشت که در اکثر تحلیل‌ها قسمتی از پی (شکل ۲۲) بلند شده است (بلندشدگی‌های موضعی ناشی از بار وارده). این بلندشدگی موضعی را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد: بلندشدگی در پاسخ گذرا و بلندشدگی در پاسخ ماندگار. در پاسخ ماندگار تفاوت این بلندشدگی در حالت بیشترین وزن سکو با کمترین وزن، حدود ۲۰ درصد می‌باشد و بلندشدگی سکوی سبک‌تر بیشتر است ولی در پاسخ گذرا بلندشدگی سکو با وزن کمتر تا حدود دو برابر سکو با وزن طبیعی، می‌باشد.



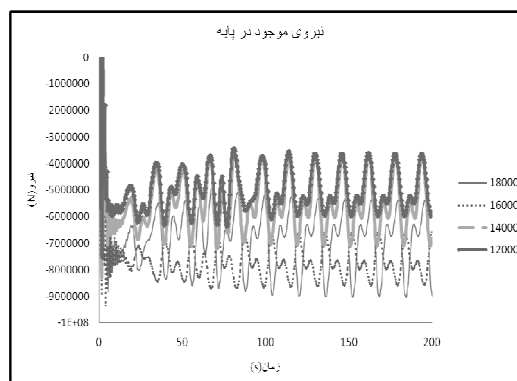
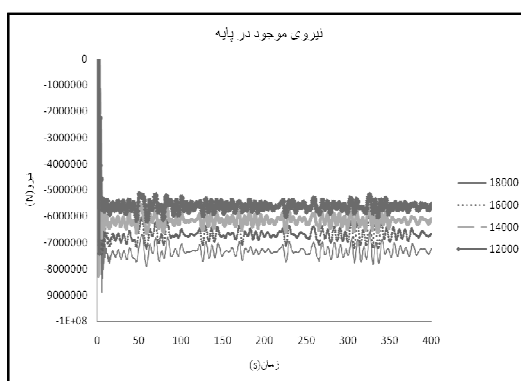
شکل ۲۰- مقایسه تغییر مکان افقی عرشه در حالات تک‌فام و امواج نامنظم

۵-۶- واژگونی

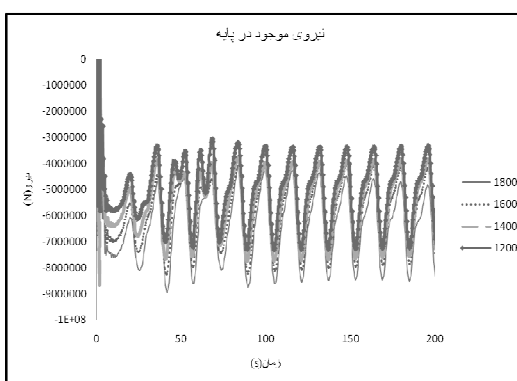
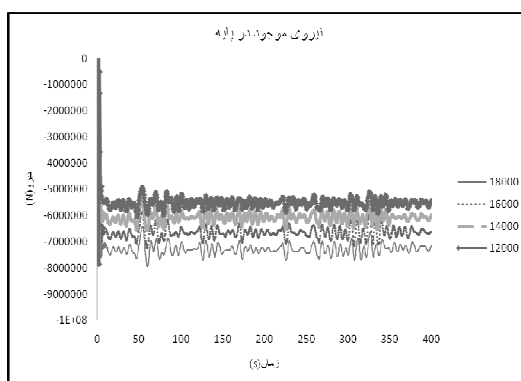
به علت تغییرات زیادی که در وزن این سکوها بر اساس ماهیت عملکردی آنها می‌توان داد، و از طرفی



(۱) خاک با $\phi=30$



(۲) خاک با $\phi=25$

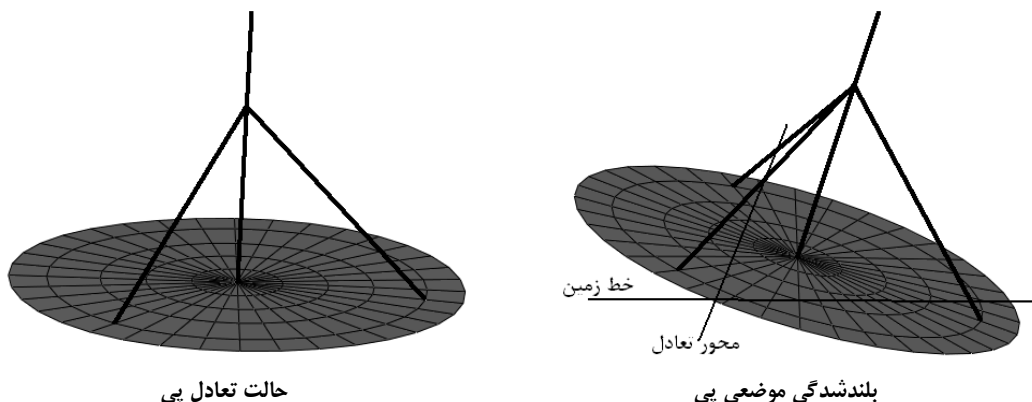


(۳) خاک با $\phi=20$

(ب) موج حالتی از دریا

(الف) موج تک فام

شکل ۲۱- نیروی موجود در پایه ۱ برای هر یک از حالات خاک و موج



شکل ۲۲- شمایی از بلندشدگی موضعی پایه ۱ در حالت موج تکفام و وزن ۱۲۰۰۰ تن

۷- نتیجه گیری

(۴) در تحلیل‌های مرسوم، انتهای پایه‌ها را گیردار یا مفصلی در نظر می‌گیرند. پریود سازه در این دو حالت، بسیار متفاوت است. در نظر گرفتن اندرکنش خاک، پریود سازه را نیز تغییر می‌دهد و این پریود مابین دو حالت فوق می‌باشد و بسته به سختی خاک و ابعاد پی تغییر می‌کند.

(۵) بر اساس نتایج ارائه شده در تحلیل‌های واژگونی، این سکوها دارای ضریب ایمنی بالایی در برابر واژگونی می‌باشند و در صورت وجود ابعاد کافی پی‌ها واژگونی این سکوها، حتی با در نظر گرفتن رفتار خاک، نادر است. البته در اکثر تحلیل‌ها قسمتی از پی بلند شده است (بلندشدگی‌های موضعی ناشی از بار وارده).

کلید واژگان

- 1-Spud can
- 2-Monochrome
- 3-Sea state
- 4-Hyper Plasticity
- 5-Beam on Nonlinear Winkler Foundation
- 6-Deterministic Spectral Amplitude
- 7-Nondeterministic Spectral Amplitude
- 8-Gap Element

۸- مراجع

- 1-Williams, M.S., Thompson, R.S.G., Houlsby, G.T., (1998), Non-Linear Dynamic Analysis of Offshore Jack-Up Units,

در این مقاله روشی مناسب برای تحلیل اندرکنش سکوه‌های خودبالارو و خاک بستر دریا تحت اثر امواج دریا ارائه شده است. یافته‌های به دست آمده در این مطالعه را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی نمود:

(۱) مدل‌سازی پی در ابعاد واقعی و همچنین در نظر گرفتن رفتار ارتجاعی - خمیری در خاک‌های دانه‌ای، باعث شده است که:

الف) در خاک‌های با زاویه اصطکاک کمتر، رفتار خمیری در کرنش‌های کمتری اتفاق می‌افتد، این امر سبب افزایش تغییر مکان‌ها در تراز بدنه می‌شود.

ب) رفتار خمیری خاک، در سیکل‌های متوالی باعث ایجاد نشست‌های ماندگار و غیریکنواخت در زیر هر یک از پایه‌ها می‌شود.

(۲) با افزایش زاویه اصطکاک خاک، تغییر مکان در تراز بدنه کاهش می‌یابد. این امر به سبب رفتار خطی خاک است. از طرفی دیگر این رفتار لزوم در نظر گرفتن اندرکنش را کاهش می‌دهد.

(۳) مقایسه‌ی دو نوع بارگذاری متفاوت ارائه شده، نشان می‌دهد که در حالت دریای نامنظم، نیروهای اعمالی به سازه نسبت به موج تکفام متناظر با موج حداکثر آن حالت دریا، کمتر است و رفتار غیرخطی خاک نیز بدلیل این کاهش نیرو، کاهش می‌یابد.

- Soils, Geotech. Eng., ASCE, Volume 110, Issue 1, Pages 20-40.
- 11-Yegian, M., Wright, S., (1973), Lateral Soil resistance - Displacement Relationships for Pile Foundations in Soft Clays, Proc. 5th Offshore Technology Conf., OTC 1893, Houston, Volume 2, Pages 663-676.
- 12-Goda, Y., (1985), Random Seas and Design of Maritime Structures, University of Tokyo Press.
- 13-Chakrabarti, S.K., (1987), Hydrodynamics of Offshore Structures, CBI Industries.
- 14-Harden, C., Hutchison, T., et al, (2005), Numerical Modeling of the Nonlinear Cyclic Response of Shallow Foundation, PEER Reports 2005/04.
- 15-Canadian Foundation Engineering Manual (4th edition), (2006), Canadian Geotechnical Society.
- 16-Hardin, B.O., Richard, Jr., (1963), Elastic Wave Velocities In Granular Soils, Journal of Mechanics and Foundations Div., ASCE, Volume 89, Pages 33-65.
- 17-Nehrp Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Building, FEMA Publication 356, (2000), Washington D.C.
- 18-Bowles, J.E., (1997), Foundation Analysis and Design (5th edition), The McGraw-Hill Companies.
- 19-Zhang, J., Tang, Y., (2007), Radiation Damping of Shallow Foundation on Nonlinear Soil Medium, Proc. 4th international Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, paper 1150.
- 20-Structural Analysis Computer System (SACS), Engineering Dynamics Incorporated (EDI), Bentley Sustaining Infrastructures.
- Computers and Structures, Volume 69, Issue 2, Pages 171-180.
- 2-Williams, M.S., Thompson, R.S.G., Houlsby, G.T., (1999), A Parametric Study of the Non-Linear Dynamic Behavior of an Offshore Jack-Up Unit, Engineering Structures, Volume 21, Issue 5, Pages 383-394.
- 3-Cassidy, M.J., (1999), Non-Linear Analysis of Jack-Up Structures Subjected to Random Waves, Thesis of PhD at the University of Oxford.
- 4-Howarth, M., Dier, A., Jones, W., Hunt, R.J., (2004), Jack-Up Response to Wave-In-Deck Loads During Extreme Storms, Marine Structures, Volume 17, Issue 3-4, Pages 275-290.
- 5-Nataraja, R., Hoyle, M.J.R., Nelson, K., Smith, N.P., (2004), Calibration of Seabed Fixity and System Damping from GSF Magellan Full-Scale Measurements, Marine Structures, Volume 17, Issue 3-4, Pages 245-260.
- 6-Bienen, B., Cassidy, M.J., (2006), Advances in the Three-Dimensional Fluid-Structure-Soil Interaction Analysis of Offshore Jack-Up Structures, Marine Structures, Volume 19, Pages 110-140.
- 7-Vlahos, G., Cassidy, M.J., Byrne, B.W., (2006), The Behaviour of Spudcan Footings on Clay Subjected to Combined Cyclic Loading, Applied Ocean Research, Volume 28, Issue 3, Pages 209-221.
- 8-Allotey, N., El Naggar, M.H., (2008), An Investigation into the Winkler Modeling of the Cyclic Response of Rigid Footings, Soil Dynamics and Earthquake Eng., Volume 28, Issue 1, Pages 44-57.
- 9-Winkler, E., (1876), Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit, Verlag.
- 10-Gazetas, G., Dobry, R., (1984), Horizontal Response of Piles in Layered