

مطالعه عددی رفتار دینامیکی استوانه‌های در معرض جریان با تکیه‌گاه غیرخطی

سعید اصیل قره‌باغی^{۱*}، محمد شیرزاد^۲^۱ دانشیار گروه سازه مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، asil@kntu.ac.ir
^۲ دانشجوی دکترای مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، m-shirzad@email.kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
ناریچچه مقاله: تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۲۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۷/۱۳ تاریخ انتشار مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۲۲	ارتعاشات ناشی از گردابه ممکن است موجب بروز رفتار آشوبناک در سازه‌های فراساحلی شود. رفتار آشوبناک با ایجاد خستگی عمر این سازه‌ها را کاهش می‌دهد. در این پژوهش با فرض یک تکیه‌گاه غیرخطی، رفتار دینامیکی این سازه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از انواع مختلف فنرها میزان غیرخطی بودن تکیه‌گاه تغییر داده شده است. با حل هم‌زمان معادلات دوبعدی میانگین رینولدز ناویر-استوکس و معادله حرکت استوانه، سیگنال جابه‌جایی استوانه و نیروی برآیی به دست آمده است. سپس آزمون‌های تشخیص آشوب بر روی سیگنال‌ها اعمال گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که رفتار سیستم از دو شاخه تشکیل می‌شود. دامنه شاخه دوم چند برابر دامنه شاخه اول است. در نقطه آغاز شاخه دوم رفتار استوانه و نیروی برآیی آشوبناک است. هرچه میزان غیرخطی بودن تکیه‌گاه افزایش یابد طول شاخه دوم کاهش پیدا می‌کند اما درجه رفتار آشوبناک استوانه و نیروی برآیی افزایش می‌یابد.
کلمات کلیدی: آشوب دینامیک غیرخطی ارتعاش ناشی از گردابه	

Numerical study of the dynamic behavior of cylinders with nonlinear support exposed to flow

Saeed Asil Gharebaghi^{1*}, Mohammad Shirzad²¹ Associate Professor, faculty of civil engineering, K.N.Toosi University of Technology; asil@kntu.ac.ir² PhD candidate, faculty of civil engineering, K.N.Toosi University of Technology; m-shirzad@email.kntu.ac.ir

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 12 Jul 2023

Accepted: 05 Oct 2023

Available online: 13 Nov 2023

Keywords:

Chaos

Nonlinear Dynamics

Vortex-Induced Vibration

ABSTRACT

Vortex-induced vibrations may cause chaotic behavior in offshore structures. Chaos reduces the life of these structures by causing fatigue. In this research, assuming a nonlinear support, the dynamic behavior of these structures has been investigated. The support nonlinearity was changed by using different types of springs. The displacement and lift force signals were obtained by simultaneously solving the two-dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations and the cylinder motion equation. Then, chaos detection tests were applied to the signals. The results show that the behavior of the system consists of two branches. The second branch's amplitude is multiple times the amplitude of the first branch. At the starting point of the second branch, the cylinder behavior and the lift force are chaotic. As the support nonlinearity increases, the length of the second branch decreases, but the degree of chaotic behavior of the cylinder and the lift force increases.

۱ - مقدمه

تقاضای روزافزون جهانی برای منابع انرژی مانند نفت و گاز، فعالیت‌های اکتشافی فراساحلی را به سمت آب‌های عمیق سوق داده است. در مهندسی فراساحل، بیشتر اجزای سازه‌ها استوانه‌های مدور

هستند. به‌عنوان مثال، کابل‌های ارتباط الکترونیکی و انتقال نیرو، خطوط لوله انتقال سیال و رایزرهای متصل به سکوه‌های شناور این ویژگی را دارند [۱]. ارتعاشات ناشی از جریان یکی از عوامل اصلی خستگی در این نوع سازه‌ها می‌باشد [۲]. ارتعاش ناشی از گردابه از

گردابه ترکیبی از حرکات تناوبی و آشوبناک است. در گذشته، نواحی پاسخ آشوبناک مورد توجه قرار نمی‌گرفت، اما مشخص شد که این نواحی دارای ویژگی‌های متفاوت و منحصر به فردی هستند و نقش به‌سزایی در خستگی و آسیب به سازه ایفا می‌کنند.

بوردر و چاپلین [۱۳] یک استوانه صلب با تکیه‌گاه الاستیک را مطالعه کردند. آن‌ها در فواصل مختلف از استوانه، متوقف‌کننده‌هایی قرار دادند و آشوب قوی را در پاسخ استوانه مشاهده کردند. مشخص گردید که اگر حرکت استوانه توسط متوقف‌کننده‌های سخت و نرم محدودتر شود، درجه رفتار آشوبناک آن افزایش می‌یابد. درجه آشوب با محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیپانوف سیستم تعیین شد. سایوی و ژیا [۴] دینامیک غیرخطی ارتعاشات ناشی از جریان استوانه‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها ارتعاش اجباری هارمونیک را در معادله حرکت سازه وارد کردند. شبیه‌سازی عددی آن‌ها نوسان آشوبناک سیستم را تأیید کرد.

ویموت [۱۴] رفتار یک استوانه بیضوی را بررسی کرد که می‌توانست آزادانه به دور یک محور بچرخد. مشاهده شد که رفتار سیستم بیضوی خود متحرک، مشابه با نوسانگرهای دوپایای اجباری است و فاصله بین محور چرخش سیستم و مرکز استوانه نقطه تبدیل دینامیک سیستم به حالت دوپایا را تعیین می‌کند. نتایج نشان داد که با افزایش این فاصله پاسخ سیستم به سمت آشوبناک شدن حرکت می‌کند. ژائو و همکاران [۱۵] پاسخ‌های آشوبناک یک استوانه مستغرق در جریان آزاد را ارزیابی کردند. ابتدا پاسخ استوانه تحت ارتعاش آزاد به‌دقت اندازه‌گیری و ثبت شد. سپس استوانه تحت ارتعاش اجباری قرار گرفت تا دوباره همان نوسانات را تجربه کند. در شرایطی مشخص، نیروی برآیی در دو حالت متفاوت بود و این تفاوت به‌عنوان وجود رفتار آشوبناک در سیستم تلقی گردید.

گائو و همکاران [۱۶] یک مطالعه تجربی بر روی یک استوانه انعطاف‌پذیر انجام دادند. با حرکت استوانه در یک جهت، جریان آب شبیه‌سازی شد. در سرعت کم، پاسخ استوانه انعطاف‌پذیر شبیه به پاسخ یک استوانه صلب بود. با این حال، با افزایش سرعت، پاسخ استوانه آشوبناک شده و رفتار آن از رفتار یک استوانه صلب متمایز گردید. هاین و جاجویدودو [۱۷] ارتعاش آشوبناک یک مبدل انرژی دوپایا را مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که آشوب کارایی سیستم برداشت انرژی را کاهش می‌دهد. آن‌ها آشوب را بر اساس بزرگ‌ترین نمای لیپانوف اندازه‌گیری کردند و دریافتند که پاسخ آشوبناک در سیستم توسط مقدار شکاف دوپایا، جرم مؤثر و میرایی کنترل می‌شود. ارتعاشات ناشی از گردابه استوانه‌های دارای رویدنی‌های مصنوعی توسط زین‌الدینی و همکاران [۱۸] به‌طور تجربی مورد بررسی قرار گرفت. الگوی رویدنی‌های روی سطح استوانه منظم در نظر گرفته شد. مشخص شد که نیروی برآیی در بازه قابل توجهی از سرعت‌های کاهش‌یافته مستعد رفتار آشوبناک

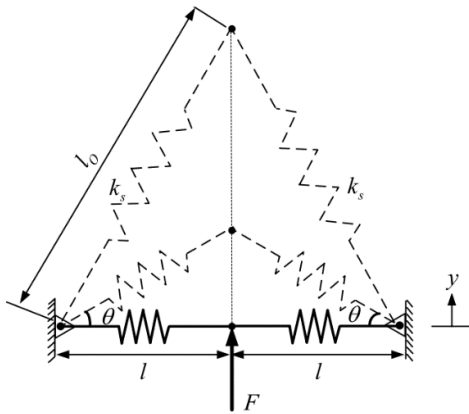
مهم‌ترین انواع این نوع ارتعاشات است و می‌توان آن را یک مسئله پیچیده در اندرکنش‌های سازه-سیال دانست [۳]. سازه‌هایی که ارتعاشات ناشی از گردابه را تجربه می‌کنند می‌توانند رفتارهای غیرخطی و پیچیده‌ای از خود نشان دهند [۴].

در گذشته، ارتعاشات ناشی از گردابه یک پدیده تناوبی در نظر گرفته می‌شد. فرض بر این بود که سازه براساس هارمونیک اول نوسان می‌کند و رایزرها با استفاده از چنین فرضی طراحی می‌شدند. اما گوپالکریشنان [۵] و مدرس صادقی و همکاران [۶] دریافتند که پاسخ آشوبناک می‌تواند آسیب به رایزرها را به‌طور قابل توجهی افزایش دهد. در مطالعه‌ای که پلاشو و همکاران [۷] انجام دادند، نشان داده شد که پارامتر کنترل‌کننده سیستم نسبت جرم است. آن‌ها در تحقیقات خود، استوانه‌های صلب را در معرض جریان متلاطم قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که استوانه‌ای با نسبت جرمی کوچک برای پیروی از نوسانات سیال بسیار سنگین است، درحالی‌که در استوانه‌ای با نسبت جرمی بزرگ، چرخه حدی به تدریج ناپایدار می‌شود، رفتار سیستم به شبه تناوبی و سپس آشوبناک تغییر می‌کند.

لئونتینی و همکاران [۸] با استفاده از شبیه‌سازی‌های دوبعدی به این نتیجه رسیدند که رفتار آشوبناک احتمالاً در پاسخ‌های با دامنه بزرگ رخ می‌دهد. در یک شبیه‌سازی دوبعدی توسط بلکبرن و هندرسون [۹]، عدد رینولدز ۲۵۰ در نظر گرفته شد. سپس معادلات ناویر-استوکس در یک چارچوب مرجع شتاب‌دار متصل به استوانه حل شد و رفتار آشوبناک در نسبت‌های فرکانسی ۱/۱۱ تا ۱/۲۰ و بالاتر از ناحیه قفل‌شدگی مشاهده گردید. آن‌ها همچنین نشان دادند که پوش پاسخ استوانه در محدوده فرکانس طبیعی سیستم آشوبناک است.

در یک پژوهش تجربی که توسط لئونتینی و تامسون [۱۰] انجام شد، یک استوانه نصب‌شده بر روی یک فنر الاستیک مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها آشوب را در محدوده کوچکی از سرعت جریان مشاهده کردند. به‌منظور ارزیابی رفتار آشوبناک سیستم، نمای لیپانوف داده‌های تجربی محاسبه شد. گاوریر و همکاران [۱۱] از دو استوانه پشت سر هم برای مطالعه نوسان ناشی از ناحیه سایه (ناحیه پشت سازه) استفاده کردند. نتایج بررسی آن‌ها نشان داد که پاسخ استوانه پایین‌دست آشوبناک است. پردیکاریس و همکاران [۱۲] یک سیستم را در جریان پایدار با دامنه‌های مختلف و فرکانس ثابت مورد مطالعه قرار دادند. مشاهده شد که وقتی فرکانس نوسان سیستم برابر با فرکانس طبیعی گردابه‌ها باشد، سیستم رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهد. آن‌ها طیف فرکانس نیروی برآیی را تجزیه و تحلیل کردند. هیچ فرکانس غالبی مشاهده نشد بنابراین نتایج حاصل‌شده تأیید گردید. مدرس صادقی و همکاران [۶] مطالعه‌ای تجربی بر روی یک رایزر انعطاف‌پذیر به طول ۳۲ متر انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که پاسخ ارتعاشات ناشی از

آرام گیرد [۲۵]. در شکل ۲ دو فنر مورب نشان داده شده است. این دو فنر به یکدیگر متصل بوده و دارای نیروی محوری هستند.



شکل ۲- سیستم ST [۲۵]

مجموع نیروی محوری فنرها برابر است با F :

$$F = 2k_s \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{y^2 + l^2}} \right) y \quad (7)$$

شکل بی‌بعد معادله نیرو-جابجایی سیستم را می‌توان با بازنویسی آن به صورت زیر به دست آورد:

$$\hat{F} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\hat{y}^2 + \gamma^2}} \right) \hat{y} \quad (8)$$

که در آن $\hat{F} = \frac{F}{2k_s l_0}$ ، $\hat{y} = \frac{y}{l_0}$ و $\gamma = \frac{l}{l_0}$ نشان‌دهنده درجه غیرخطی بودن سیستم است که مقدار آن بین صفر و یک تغییر می‌کند. در یک سیستم ST ایده آل مقدار γ صفر است. در این حالت نمودار نیرو - جابجایی سیستم یک منحنی پیوسته نیست و از دو خط موازی تشکیل شده است. نمودارهای نیرو-جابه جایی بدون بعد سیستم ST با مقادیر متفاوت γ در شکل ۳ نشان داده شده است.

۳- آشوب

حرکت نامنظم سیستم‌های دینامیکی غیرخطی که در بلندمدت غیرقابل پیش‌بینی است آشوب نامیده می‌شود. [۲۷] آشوب در برخی از سیستم‌های دینامیکی غیرخطی رخ می‌دهد. یکی از ویژگی‌های مهم رفتار آشوبناک این است که سیستم رفتار گذشته خود را تکرار نمی‌کند [۲۸]. علی‌رغم رفتار به‌ظاهر نامنظم، سیستم‌های دینامیکی آشوبناک از معادلات مشخصی پیروی می‌کنند [۲۹]. در برخی از سیستم‌های باید از وقوع آشوب جلوگیری کرد، زیرا ارتعاشات آشوبناک منجر به خستگی و ازکارافتادن این سیستم‌ها می‌شود. عدم قطعیت در سیستم‌های مهندسی چندان مطلوب نیست و ابزارهای تشخیص آشوب نقش مهمی در این زمینه ایفا

سیستم استوانه تحت ارتعاشات ناشی از گردابه را می‌توان یک سیستم یک‌بعدی جرم - فنر - میراگر در نظر گرفت. رابطه (۱) معادله دینامیکی آن را نشان می‌دهد [۲۳]:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_L(t) \quad (4)$$

که در آن y ، \dot{y} و \ddot{y} به ترتیب نشان‌دهنده جابجایی، سرعت و شتاب در جهت عمود بر جریان هستند. $F_L(t)$ نیرو در واحد طول سیلندر را نشان می‌دهد. c ، k و m به ترتیب میرایی، سختی و نسبت جرم در واحد طول سیستم هستند. شرایط مرزی سطح استوانه عبارت‌اند از:

$$u = 0 \quad , \quad v = \dot{y} \quad (5)$$

و شرایط اولیه به صورت زیر است:

$$y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad (6)$$

برای مدل‌سازی تلاطم، از مدل تلاطم انتقال تنش برشی (SST) $k-\omega$ استفاده شده است [۲۴]. معادلات RANS و معادله حرکت استوانه با شرایط اولیه ذکر شده به‌طور هم‌زمان حل شده‌اند تا سرعت و جابجایی در جهت y حاصل شود. با توجه به اینکه سرعت در گام زمانی جدید صفر نیست، شرایط مرزی سرعت در سطح استوانه به‌روزرسانی شده و میدان جریان مجدداً با توجه به شرایط مرزی جدید به دست آمده است. از روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) برای گسسته‌سازی و حل معادلات استفاده شده است.

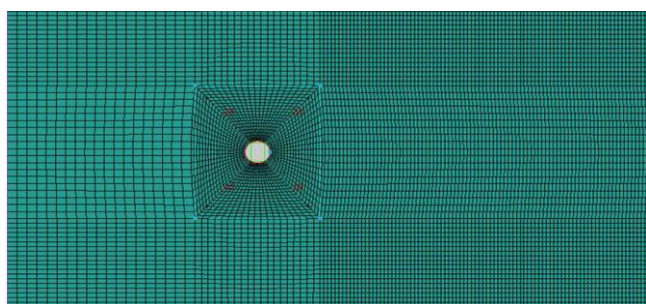
۲-۲- مدل سختی سیستم

با توجه به دینامیک خاص آن، سیستم جهشی ST موضوع تحقیقات زیادی بوده است. هنگامی که این المان در یک نوسانگر استفاده می‌شود، خود را به‌عنوان یک سیستم با دو چاه انرژی پتانسیل نشان می‌دهد. از نظر مفاهیم دینامیکی غیرخطی، این سیستم دارای دو نقطه ثابت پایدار و یک نقطه ثابت ناپایدار در مبدأ است [۲۵]. اگر سیستم با انرژی کم تحریک شود، بسته به شرایط اولیه در داخل یکی از چاه‌های انرژی پتانسیل ارتعاش می‌کند. این حالت حرکت، حالت ارتعاش درون‌چاهی نامیده می‌شود. باین‌حال، زمانی که انرژی تحریک برای غلبه بر نقطه ثابت پایدار کافی باشد، سیستم در حالت ارتعاش بین‌چاهی نوسان می‌کند [۲۶].

به غیر از حالت‌های درون‌چاهی یا بین‌چاهی، رفتار پیچیده‌تری نیز ممکن است رخ دهد. به عنوان مثال، ممکن است بین دو چاه پتانسیل یا دو مود ارتعاشی جهش صورت گیرد که در موارد شدید منجر به پاسخ آشوبناک می‌شود. شکل ۲ این نوع سیستم را نشان می‌دهد. برخلاف یک سیستم خطی با یک نقطه پایدار در مبدأ، سیستم ST یک نیروی بازگردانی غیرخطی اضافی تولید می‌کند. این نیرو باعث می‌شود که سیستم در یکی از نقاط بالا یا پایین مبدأ

۴- صحت‌سنجی

برای اعتبار‌سنجی مدل و روش عددی، نتایج با داده‌های تجربی به‌دست‌آمده توسط لی و برنیتزاس [۳۴] مقایسه شده است. آزمایش آن‌ها استوانه‌ای با یک درجه آزادی است و فقط می‌تواند در جهت عمود بر جریان نوسان کند. مش‌بندی دامنه مورد بررسی با نرم‌افزار ICEM CFD و آنالیزها با نرم‌افزار Ansys Fluent انجام شده است. برای اعمال فنرها بر مدل مورد مطالعه، از توابع UDF استفاده شده است. با روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، دامنه پاسخ استوانه محاسبه شده است. جزئیات گسسته‌سازی، اندازه مش و گام‌های زمانی در شکل ۴ و جدول ۱ مشاهده می‌گردد. برای مقایسه نتایج عددی و تجربی، نسبت جرم، نسبت میرایی و فرکانس طبیعی سیستم به ترتیب ۱/۵۶۵، ۰/۰۲ و ۱/۱۷ در نظر گرفته شده است [۳۴]. به منظور ارزیابی تأثیر تعداد سلول‌های مش بر نتایج، از سه نوع مش M1، M2 و M3 استفاده شده است. دامنه بدون بعد سیستم در سرعت کاهش‌یافته $U^* = 8$ محاسبه شده و در جدول ۲ ارائه شده است. ملاحظه می‌گردد که نتایج حاصل شده با مش M2 و M3 به یکدیگر نزدیک بوده و حدود ۰/۲۴ درصد اختلاف دارند. به همین دلیل برای انجام محاسبات از مش M2 استفاده شده است. نتایج عددی و تجربی در شکل ۵ با یکدیگر مقایسه شده است. در این شکل دامنه بدون بعد A/D در برابر سرعت کاهش‌یافته U^* ملاحظه می‌گردد. A ، دامنه حرکت استوانه و D ، قطر استوانه می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اختلاف نتایج عددی با مقادیر تجربی اندک است.



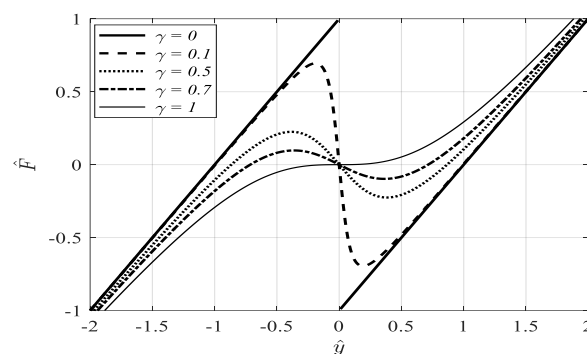
شکل ۴- گسسته‌سازی حوزه محاسباتی

جدول ۱- جزئیات حوزه محاسباتی و گام‌های زمانی

مشخصه	واحد	مقدار
قطر سیلندر	متر	۰/۰۸۸۹
عرض حوزه محاسباتی	متر	۱/۲۴
طول حوزه محاسباتی	متر	۱/۳۲
طول اولین سلول	متر	۰/۰۰۰۶
عرض اولین سلول	متر	۰/۰۰۰۲
گام زمانی	ثانیه	۰/۰۰۱

جدول ۲- مطالعه استقلال نتایج از تعداد سلول‌های مش

می‌کنند. یک سیستم دینامیکی ممکن است به‌گونه‌ای طراحی شود که از خود رفتار آشوبناک نشان ندهد. باین‌حال، هیچ تضمینی وجود ندارد که آشوب رخ ندهد زیرا هر سیستم غیرخطی ممکن است چنین رفتاری را تجربه کند، حتی اگر برای رفتار منظم طراحی شده باشد. به همین دلیل، توانایی شناسایی گذار از رفتار غیر آشوبناک به رفتار آشوبناک حیاتی است و با به کار بردن آن رفتار سیستم می‌تواند به‌خوبی کنترل شود [۳۰]. از روش‌های بصری و محاسباتی برای تشخیص آشوب می‌توان به مقطع پوانکاره و آزمون ۰-۱ اشاره نمود.



شکل ۳- نمودار نیرو-جابجایی بدون بعد سیستم ST به ازای مقادیر مختلف γ

مقطع پوانکاره تصویری هندسی است که با مقطع زدن بر روی جاذب سیستم به دست می‌آید و تا حدودی نحوه رفتار سیستم را مشخص می‌کند [۳۱]. دلیل اصلی استفاده از مقطع پوانکاره، به دست آوردن دیدی متفاوت از رفتار سیستم و کمک به تعیین نوع جاذب آن است. هر بار که یک مدار از حرکت سیستم به مقطع پوانکاره برخورد می‌کند، نقطه‌ای روی آن باقی می‌ماند و در نهایت الگویی از نقاط بر روی آن ایجاد می‌شود. هرچه پراکندگی نقاط بیشتر باشد درجه رفتار آشوبناک سیستم بیشتر است [۳۲].

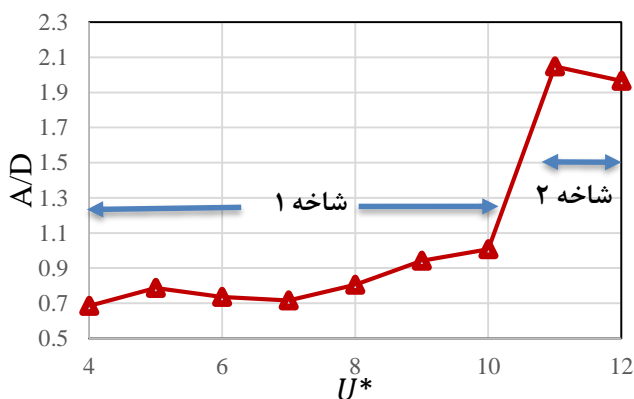
آزمون ۰-۱ یک آزمون دودویی برای تشخیص آشوب است و نیازی به دانستن معادلات سیستم مورد مطالعه ندارد. این آزمون برای تمایز بین دینامیک منظم - مانند دینامیک تناوبی یا شبه تناوبی - و رفتار آشوبناک طراحی شده است. برخلاف سایر روش‌های تشخیص آشوب، این روش نیازی به بازسازی فضای فاز ندارد [۳۳]. خروجی این آزمون پارامتری به نام K_C می‌باشد. برای دینامیک منظم $K_C = 0$ و برای دینامیک آشوبناک $K_C = 1$ می‌باشد. لازم به ذکر است که این مقادیر برای حالت ایده‌آل ارائه شده اند. در مواردی که داده‌ها دارای خطاهای عددی بوده و یا تاریخچه‌زمانی آن‌ها طولانی نباشد، عدد حاصل شده از آزمون ۰-۱ اندکی خطا دارد. به همین دلیل در این پژوهش، $K_C > 0.5$ نشانه‌ای بر وجود آشوب در نظر گرفته می‌شود. این فرض با استفاده از مقطع پوانکاره مورد بررسی بیشتری قرار خواهد گرفت.

این انتقال برای سیستم با $\gamma = 0.1$ در $U^* = 10$ و برای سیستم با $\gamma = 0.4$ در $U^* = 6$ مشاهده می‌شود.

بزرگ‌ترین دامنه بدون بعد مربوط به فنر با $\gamma = 0.1$ است که در $U^* = 11$ رخ می‌دهد. با افزایش مقدار γ ، حداکثر دامنه بدون بعد کاهش می‌یابد. تغییر مقدار γ از 0.1 به 0.5 حداکثر دامنه سیستم را حدود 23% کاهش می‌دهد. در همه موارد، به جز سازه با $\gamma = 0.5$ ، حداکثر دامنه در نقطه شروع شاخه ۲ رخ می‌دهد. هرچند که در $\gamma = 0.5$ ، اختلاف بین حداکثر دامنه و دامنه در ابتدای شاخه ۲ کم است. افزایش مقدار γ باعث افزایش طول شاخه ۲ می‌شود اما حداکثر دامنه سیستم را کاهش می‌دهد.

در ادامه آزمون ۱-۰ بر روی سیگنال‌های جابجایی و نیروی برآیی اعمال شده است. در پژوهش حاضر اگر مقدار K_c بیشتر از 0.5 باشد، رفتار سیگنال آشوبناک در نظر گرفته می‌شود. در تمامی موارد، در نقطه شروع شاخه ۲، سیگنال‌های جابجایی و نیروی برآیی آشوبناک هستند. در $U^* = 4$ ، سیگنال نیروی برآیی برای مقادیر مختلف γ آشوبناک است، اما رفتار سیگنال جابجایی آشوبناک نیست. با افزایش سرعت کاهش یافته، گردابه‌های ایجاد شده با جابه‌جایی استوانه هم‌فاز شده و موجب رفتار منظم‌تر در سیستم می‌شوند. با انتقال از شاخه ۱ به شاخه ۲، رفتار آشوبناک در سیگنال‌ها ظاهر می‌شود.

هنگامی که $\gamma = 0.1$ ، نیروی برآیی در $U^* = 4$ و $U^* = 5$ آشوبناک است. این رفتار در پاسخ جابجایی مشاهده نمی‌شود و مقدار K_c کمتر از 0.5 است. با افزایش سرعت کاهش یافته، رفتار سیستم و سیگنال نیروی برآیی منظم‌تر می‌شود و مقدار K_c به کمتر از 0.1 کاهش می‌یابد. با جهش از شاخه ۱ به شاخه ۲، رفتار آشوبناک هم در پاسخ جابجایی و هم در نیروی برآیی ظاهر می‌شود. در این حالت نقطه شروع شاخه ۲، $U^* = 11$ است. در $U^* = 12$ نیز حرکت استوانه و نیروی برآیی آشوبناک هستند و دامنه سیستم تغییر زیادی نمی‌کند.

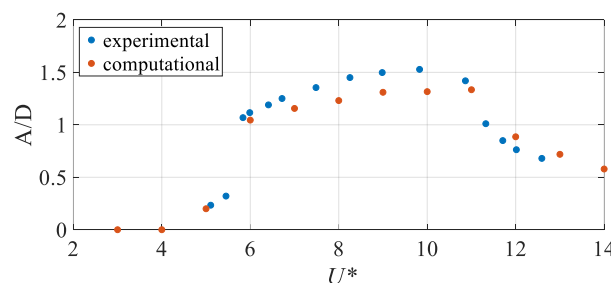


شکل ۶- دامنه بدون بعد استوانه برای سیستم با $\gamma = 0.1$

نوع مش	تعداد سلول	A/D	درصد اختلاف با حالت قبل
M1	۳۱۵۸۴	۱/۲۲۱	-
M2	۳۷۹۴۸	۱/۲۳۸	۱,۳۷
M3	۴۲۱۱۶	۱/۲۴۱	۰,۲۴

در مرحله بعد، فنر خطی سیستم با فنر ST جایگزین شده و تجزیه و تحلیل‌ها با فنر جدید انجام پذیرفته است. معادلات RANS و معادله حرکت استوانه با شرایط اولیه ذکر شده به‌طور هم‌زمان حل شده‌اند تا سرعت و جابجایی در جهت γ به ازای مقادیر مختلف γ به دست آید.

فرکانس طبیعی فنر در اطراف یکی از نقاط پایدار آن ثابت و برابر با $f_n = 1/17$ فرض شده است. این مقدار برای محاسبه سرعت کاهش یافته به کار می‌رود. سرعت کاهش یافته با افزایش سرعت جریان تغییر می‌کند. کمترین سرعت کاهش یافته برابر با ۴ در نظر گرفته شده است که با سرعت جریان $V = 0.42$ m/s معادل است. حداکثر سرعت کاهش یافته در این مطالعه $U^* = 12$ است که معادل با $V = 1/25$ m/s می‌باشد. این مقادیر محدوده مسئله را مشخص می‌کند و محدوده عدد رینولدز از حدود 37000 تا 100000 خواهد بود. به منظور ارزیابی تأثیر مقدار γ بر رفتار سیستم، مقدار آن از 0.1 به 0.5 تغییر یافته و رفتار سیستم بررسی شده است.



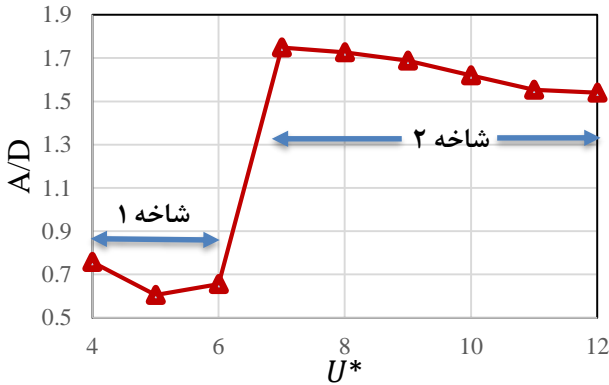
شکل ۵- مقایسه نتایج تجربی و عددی

۵- نتایج

۵-۱- پاسخ سیستم و نتایج آزمون ۱-۰

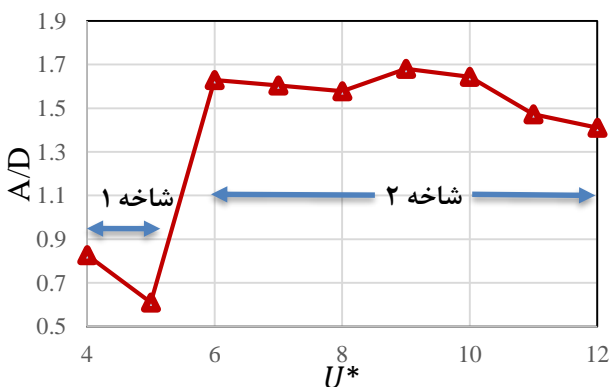
در شکل‌های ۶ تا ۱۵، دامنه بدون بعد استوانه و نتایج آزمون ۱-۰ به ازای سرعت‌های کاهش یافته مختلف ارائه شده است. دو شاخه در نمودارهای دامنه بدون بعد مشاهده می‌شود. دامنه جابجایی سیستم در شاخه ۱ کوچک‌تر از شاخه ۲ است. به عنوان مثال، در $\gamma = 0.1$ ، تغییر سرعت کاهش یافته از $U^* = 10$ به $U^* = 11$ مقدار دامنه بدون بعد را دو برابر می‌کند. انتقال از شاخه اول به شاخه دوم با یک جهش انجام می‌شود. نقطه وقوع این جهش به مقدار γ بستگی دارد. با افزایش مقدار γ ، انتقال از شاخه ۱ به شاخه ۲ در سرعت کاهش یافته کمتری صورت می‌گیرد. به عنوان مثال،

۰/۱۹ و ۰/۱ می‌رسد. اگر نقطه شروع جهش از شاخه ۱ به شاخه ۲، $U^* = 9$ در نظر گرفته شود، مشاهده می‌شود که میزان تغییر دامنه کمتر از حالت‌های قبل است. مانند موارد قبل، در ابتدای شاخه ۲، هم نیروی برآیی و هم جابجایی استوانه آشوبناک هستند. در $U^* = 11$ و $U^* = 12$ ، رفتار سیستم و نیروی برآیی غیر آشوبناک است و مقدار K_C برای هر دو کمتر از ۰/۲ می‌باشد.



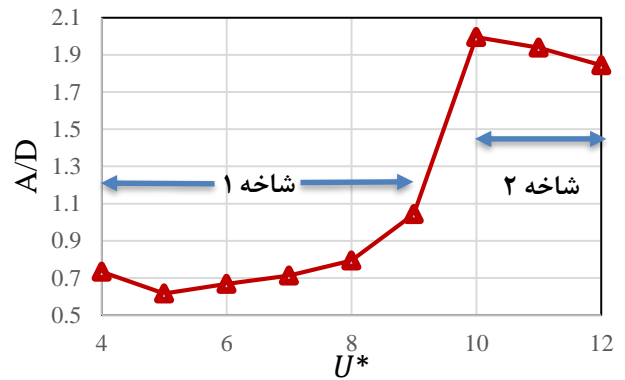
شکل ۷- دامنه بدون بعد استوانه برای سیستم با $\gamma = 0.2$

با تغییر مقدار γ از ۰/۳ به ۰/۴، نقطه شروع شاخه ۲ از $U^* = 10$ به $U^* = 7$ منتقل می‌شود. در این حالت، طول شاخه ۲ بزرگ‌تر از طول شاخه ۱ است. قبل از شروع شاخه ۲، مقدار K_C برای حرکت استوانه کوچک و نزدیک به صفر است و نیروی برآیی فقط در $U^* = 4$ رفتاری آشوبناک دارد. در ابتدای شاخه ۲ آشوب در نیروی برآیی و جابجایی استوانه ظاهر می‌شود. در $U^* = 8$ ، دینامیک سیستم به همین شکل است. از $U^* = 9$ تا $U^* = 12$ مقدار K_C هم برای نیروی برآیی و هم برای جابجایی استوانه کمتر از ۰/۲ است و رفتار غیر آشوبناک آن‌ها واضح است.



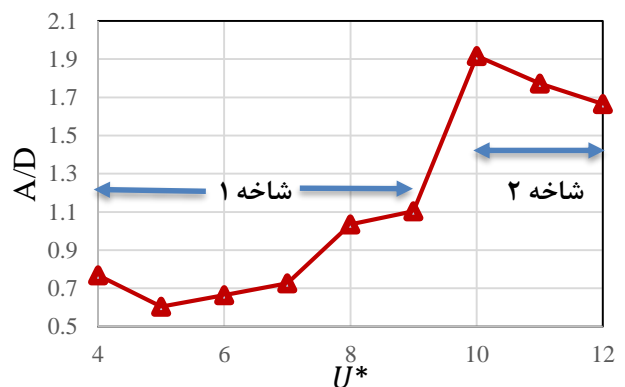
شکل ۹- دامنه بدون بعد استوانه برای سیستم با $\gamma = 0.4$

همانند حالت‌های قبل، با افزایش مقدار γ از ۰/۴ به ۰/۵، نقطه شروع شاخه ۲ در سرعت کاهش یافته کمتری قرار می‌گیرد. در این حالت، $U^* = 6$ نقطه شروع شاخه ۲ است و مانند موارد قبل نیروی برآیی و جابجایی استوانه در ابتدای شاخه ۲ آشوبناک هستند. بنابراین به‌عنوان یک نتیجه‌گیری کلی می‌توان گفت که فارغ از



شکل ۸- دامنه بدون بعد استوانه برای سیستم با $\gamma = 0.3$

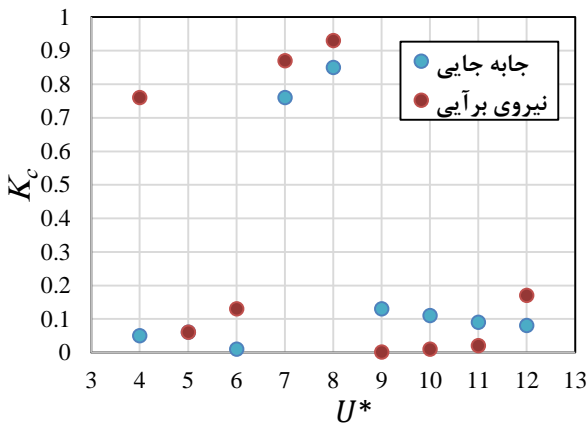
با افزایش مقدار γ به ۰/۲، رفتار سیستم اندکی تغییر می‌کند. همانند مورد قبل نیروی برآیی در $U^* = 4$ آشوبناک است. همچنین با افزایش سرعت کاهش یافته، نیروی برآیی و رفتار استوانه منظم‌تر می‌شود. اگر نقطه شروع جهش از شاخه ۱ به شاخه ۲، $U^* = 9$ در نظر گرفته شود، مشاهده می‌شود که رفتار منظم سیستم در این نقطه به پایان می‌رسد. در $U^* = 9$ ، نیروی برآیی آشوبناک است اما برای سیگنال جابجایی، نتیجه آزمایش ۱-۰ مقدار کمتر از ۰/۵ را نشان می‌دهد. بنابراین رفتار آن نیاز به ارزیابی بیشتری دارد که بعداً مورد بحث قرار خواهد گرفت. با جهش از شاخه ۱ به شاخه ۲، رفتار آشوبناک در سیگنال‌های جابجایی و نیروی برآیی مشاهده می‌شود. در این مورد، شاخه ۲ از $U^* = 10$ آغاز می‌شود. در $U^* = 10$ و $U^* = 11$ ، هم نیروی برآیی و هم جابجایی استوانه آشوبناک هستند. در $U^* = 12$ رفتار منظم‌تری دیده می‌شود و مقدار K_C هم برای نیروی برآیی و هم برای حرکت سیلندر کمتر از ۰/۵ است.



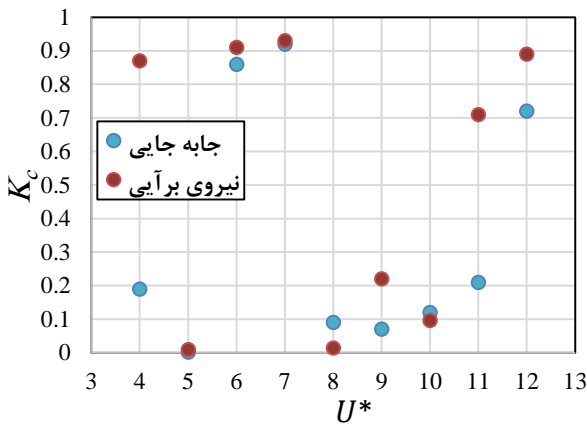
شکل ۱۰- دامنه بدون بعد استوانه برای سیستم با $\gamma = 0.5$

شبهت زیادی بین رفتار سیستم‌های با $\gamma = 0.2$ و $\gamma = 0.3$ وجود دارد. مانند حالت قبل، شاخه ۲ از $U^* = 10$ آغاز می‌شود. در $U^* = 8$ ، مقدار K_C برای سیگنال‌های نیروی برآیی و جابجایی بیش از ۰/۵ است، بنابراین آشوبناک هستند. با افزایش سرعت کاهش یافته به $U^* = 9$ ، مقدار K_C برای نیروی برآیی و جابجایی به ترتیب به

مقدار γ ، در نقطه شروع شاخه ۲، سیگنال‌های نیروی برآیی و جابجایی استوانه آشوبناک هستند. رفتار مشابهی در $U^* = 7$ دیده می‌شود. از $U^* = 8$ تا $U^* = 10$ نیروی برآیی و جابجایی آشوبناک نیستند. در $U^* = 11$ ، مقدار K_C برای نیروی برآیی بیشتر از 0.5 است، بنابراین رفتار آن آشوبناک است. هر دو سیگنال نیروی برآیی و جابجایی استوانه در $U^* = 12$ آشوبناک هستند.



شکل ۱۴- نتایج آزمون ۱-۰ برای سیستم با $\gamma = 0.4$

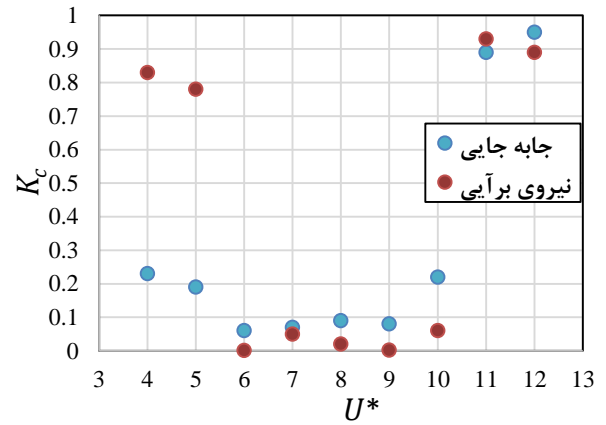


شکل ۱۵- نتایج آزمون ۱-۰ برای سیستم با $\gamma = 0.5$

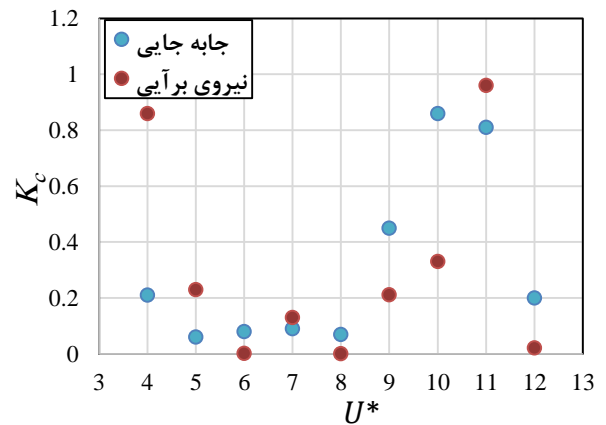
۲-۵- اعمال مقطع پوانکاره

همان‌طور که پیش از این اشاره شد، اعمال مقطع پوانکاره روش دیگری است که توسط آن می‌توان رفتار یک سیستم دینامیکی و نوع جاذب آن را ارزیابی کرد. برای بررسی بیشتر دینامیک استوانه و نیروی برآیی، مقطع پوانکاره بر روی سری‌های زمانی مورد مطالعه اعمال شده است. از هر شاخه یک نقطه برای بررسی انتخاب شده است. اولین نقطه روی شاخه ۱ قرار دارد. این نقطه سرعت کاهش‌یافته‌ای است که پس از آن دامنه استوانه با یک جهش به شاخه ۲ منتقل می‌شود. نقطه دوم روی شاخه دوم قرار دارد. هدف از این بررسی، ارزیابی تغییر در رفتار سیستم با حرکت از شاخه ۱ به شاخه ۲ است.

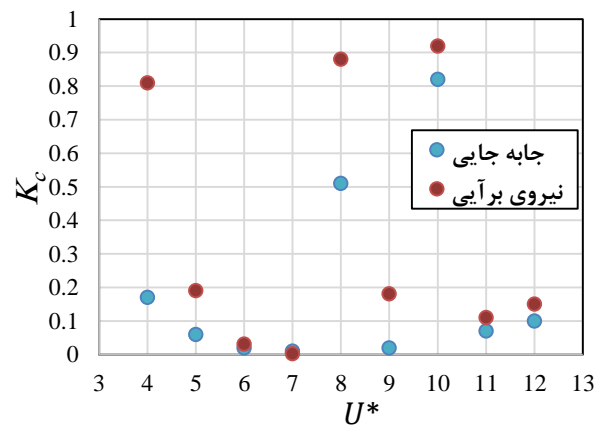
در شکل‌های ۱۶ تا ۲۰ نگاشت‌های برگشتی سیگنال‌ها برای مقادیر مختلف γ ارائه شده است. دو سرعت کاهش‌یافته $U^* = 10$ و $U^* = 12$ برای سیستم با $\gamma = 0.1$ انتخاب شده است. نقاط ایجادشده بر روی نگاشت جابه‌جایی با رنگ آبی و نقاط ایجادشده بر روی نگاشت نیروی برآیی با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.



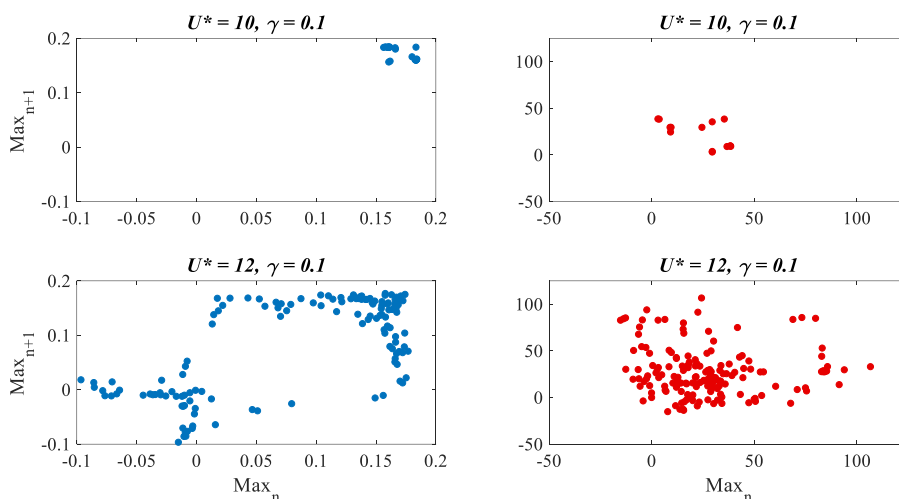
شکل ۱۱- نتایج آزمون ۱-۰ برای سیستم با $\gamma = 0.1$



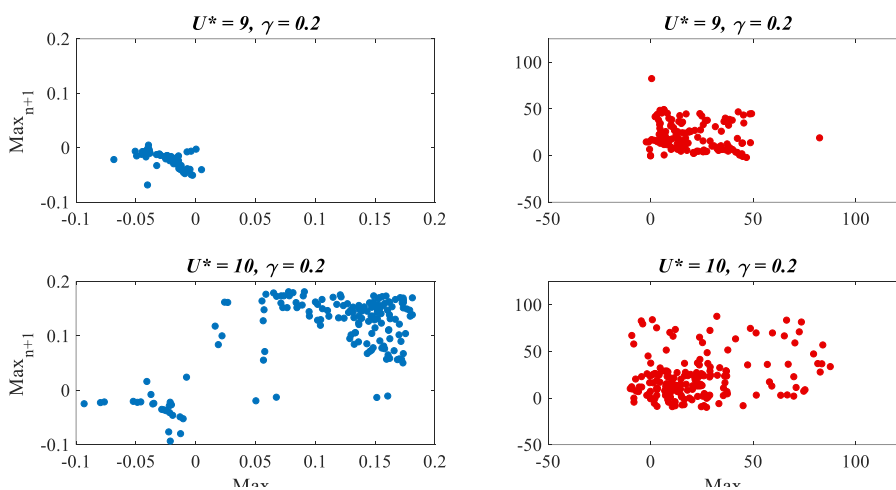
شکل ۱۲- نتایج آزمون ۱-۰ برای سیستم با $\gamma = 0.2$



شکل ۱۳- نتایج آزمون ۱-۰ برای سیستم با $\gamma = 0.3$



شکل ۱۶- مقاطع پوانکاره جابه‌جایی استوانه (چپ) و نیروی برآیی (راست) برای سیستم با $\gamma = 0.1$

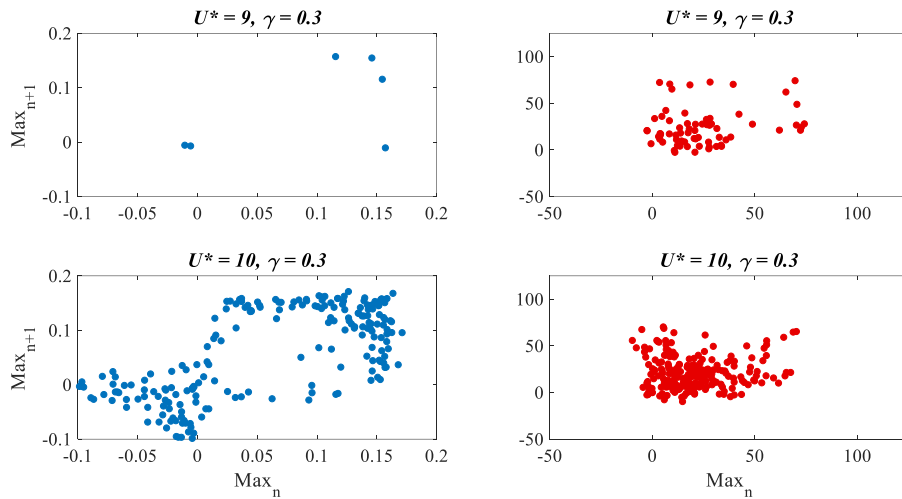


شکل ۱۷- مقاطع پوانکاره جابه‌جایی استوانه (چپ) و نیروی برآیی (راست) برای سیستم با $\gamma = 0.2$

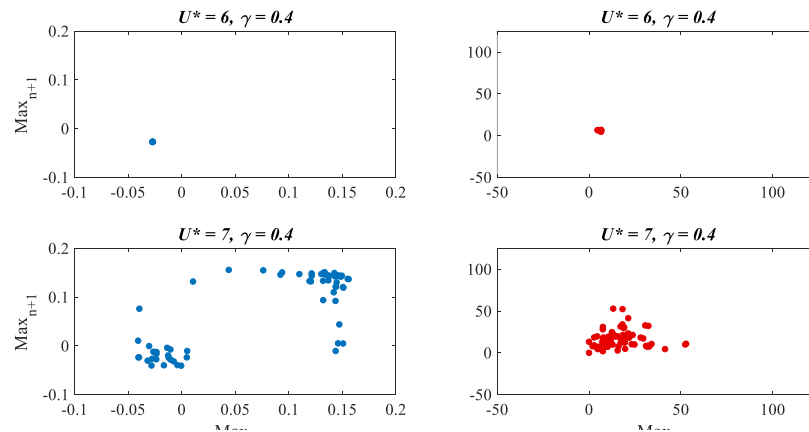
به ذکر است که مقدار K_c در این مورد کمتر از ۰٫۵ است. در نگاشت بازگشتی نیروی برآیی پراکندگی بیشتری در آرایش نقاط مشاهده می‌شود. نمی‌توان نظمی در آرایش نقاط مشاهده نمود، بنابراین سیگنال آشوبناک است. در مقایسه با سیگنال آشوبناک نیروی برآیی اعمال شده به سیستم با $\gamma = 0.1$ که در $U^* = 12$ ارزیابی شد، پراکندگی نقاط کمتر است. بنابراین درجه رفتار آشوبناک در این حالت کمتر است. در $U^* = 10$ ، شکل ایجاد شده بر روی مقطع پوانکاره مربوط به جابجایی استوانه، با شکل ایجاد شده بر روی پوانکاره سیستم با $\gamma = 0.1$ در $U^* = 12$ شباهت زیادی دارد. در این حالت، رفتار سیستم آشوبناک به نظر می‌رسد، اما تراکم نقاط بیشتر است. بنابراین، درجه رفتار آشوبناک اندکی کمتر است. با افزایش مقدار γ به ۰٫۳، نقطه پایان شاخه ۱ و نقطه آغاز شاخه ۲ به ترتیب در $U^* = 9$ و $U^* = 10$ باقی می‌مانند. در $U^* = 9$ یک رفتار منظم در سیگنال جابجایی استوانه مشاهده می‌شود. شش نقطه بر روی مقطع پوانکاره ظاهر شده است، بنابراین دوره تناوب جاذب شش است. افزایش مقدار سرعت کاهش یافته به $U^* = 10$

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، اگر رفتار سیگنال منظم باشد، نقاط محدودی بر روی مقطع پوانکاره ایجاد می‌شود. برای رفتار آشوبناک، نقاط به صورت پراکنده بر روی سطح ظاهر می‌شوند. در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که در $U^* = 10$ ، نقاط محدودی بر روی مقطع پوانکاره مربوط به جابجایی استوانه و نیروی برآیی ایجاد شده است. بنابراین، نتایج آزمون ۱-۰ تأیید می‌شود. در $U^* = 12$ که نقطه‌ای در شاخه ۲ است، آرایش نقاط تغییر کرده است. در این حالت نقاط پراکنده شده‌اند. بنابراین می‌توان گفت که نیروی برآیی و جابجایی استوانه آشوبناک هستند.

برای سیستم با $\gamma = 0.2$ ، مقطع پوانکاره در $U^* = 9$ و $U^* = 10$ بر روی سیگنال‌ها اعمال شده است. $U^* = 9$ نقطه پایان شاخه ۱ و $U^* = 11$ نقطه آغاز شاخه ۲ می‌باشد. در $U^* = 9$ ، سیگنال جابجایی استوانه نقاط محدودی را بر روی مقطع پوانکاره باقی می‌گذارد. این نقاط نزدیک به هم هستند و در یک منطقه کوچک به‌طور متراکم در کنار هم قرار گرفته‌اند. رفتار سیگنال احتمالاً آشوبناک نیست. نتیجه آزمون ۱-۰ با این فرضیه مطابقت دارد. لازم



شکل ۱۸- مقاطع پوانکاره جابه‌جایی استوانه (چپ) و نیروی برآیی (راست) برای سیستم با $\gamma = 0.3$



شکل ۱۹- مقاطع پوانکاره جابه‌جایی استوانه (چپ) و نیروی برآیی (راست) برای سیستم با $\gamma = 0.4$

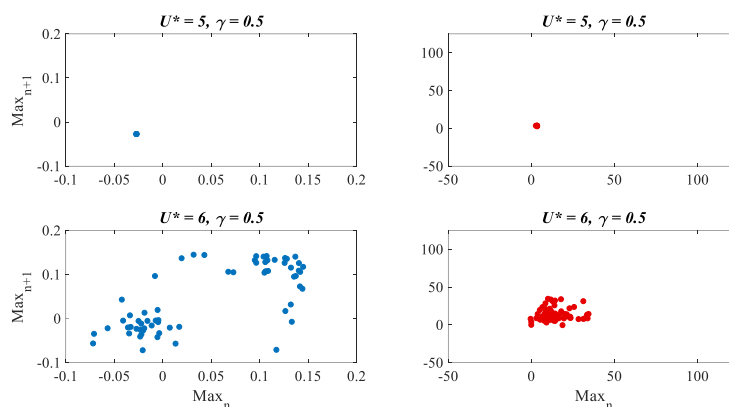
مشخص است اما باید توجه داشت که میزان پراکندگی کمتر از موارد قبلی است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در مقایسه با موارد قبل، درجه آشوب در این حالت کمتر است. برای سیستم با $\gamma = 0.5$ ، $U^* = 5$ نقطه پایان شاخه ۱، و $U^* = 6$ نقطه شروع شاخه ۲ است. مقاطع پوانکاره به دست آمده مشابه حالتی است که $\gamma = 0.4$ می‌باشد. در $U^* = 5$ رفتار استوانه و نیروی برآیی تناوبی است. جاذب جابه‌جایی استوانه یک تناوبی و جاذب نیروی برآیی دو تناوبی است. با تغییر سرعت کاهش یافته از ۵ به ۶، هم جابه‌جایی استوانه و هم نیروی برآیی آشوبناک می‌شوند. در این حالت، مانند حالت قبل، پراکندگی نقاط کمتر از حالتی است که $\gamma = 0.1$ یا $\gamma = 0.2$ است. بنابراین درجه رفتار آشوبناک استوانه و نیروی برآیی با افزایش γ کاهش می‌یابد.

۳-۵- ارزیابی تأثیر مقدار γ

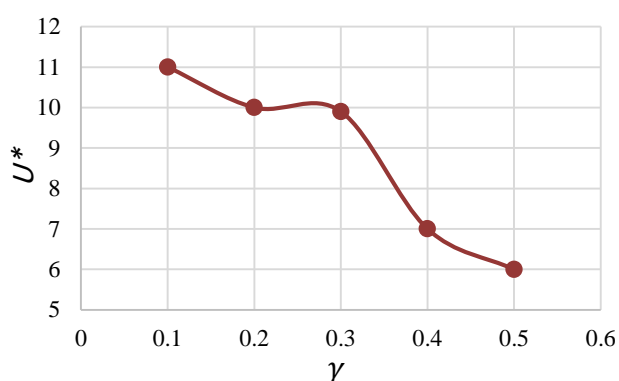
در شکل‌های ۲۱ تا ۲۳ تأثیر مقدار γ به ترتیب بر روی بیشترین دامنه بدون بعد استوانه، سرعت بدون بعد استوانه و نقطه وقوع رفتار

رفتار سیستم را آشوبناک می‌کند. در این حالت پراکندگی نقاط در مقطع پوانکاره قابل توجه است. شکل ایجاد شده مشابه موارد قبلی است، اما نقاط ناحیه وسیع‌تری را اشغال می‌کنند. البته باید توجه داشت که پراکندگی نقاط کم است و بیشتر نقاط در یک ناحیه کوچک به صورت متراکم در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نتیجه آزمون ۱-۰ وجود آشوب را تأیید نمی‌کند. با تغییر مقدار U^* از ۹ به ۱۰، نقاط به طور گسترده‌تری در سطح پخش می‌شوند و رفتار آشوبناک نیروی برآیی آشکار می‌گردد.

رفتار سیستم با $\gamma = 0.4$ منظم‌تر به نظر می‌رسد. در $U^* = 6$ که نقطه پایانی شاخه ۱ است، فقط یک نقطه بر روی نگاشت بازگشتی جابه‌جایی استوانه مشاهده می‌شود. بنابراین، دوره تناوب جاذب یک می‌باشد. رفتار نیروی برآیی نیز منظم است. دو نقطه در صفحه ظاهر شده است بنابراین دوره تناوب جاذب نیروی برآیی دو است. با افزایش مقدار سرعت کاهش یافته به ۷، رفتار منظم از بین می‌رود. $U^* = 7$ نقطه شروع شاخه ۲ است. در این حالت پراکندگی نقاط

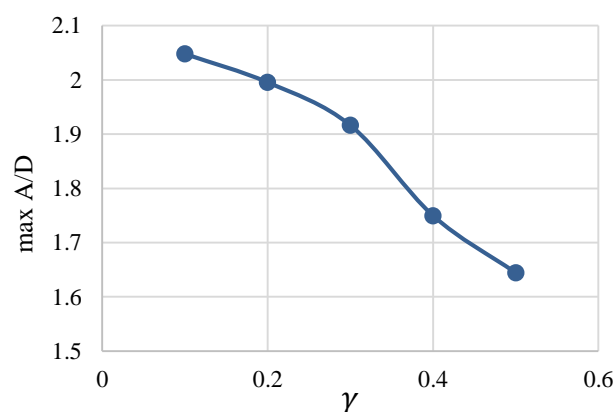


شکل ۲۰- مقاطع پوانکاره جابه‌جایی استوانه (چپ) و نیروی برآیی (راست) برای سیستم با $\gamma = 0.5$

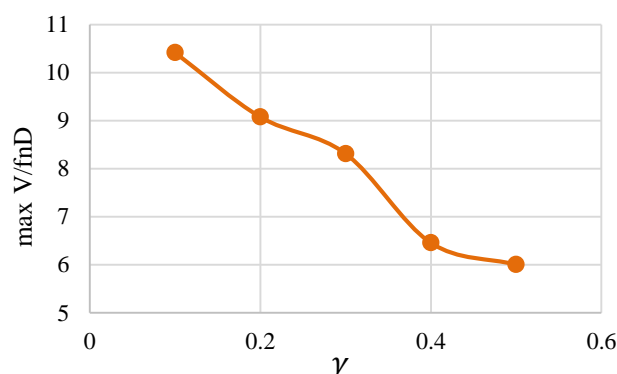


شکل ۲۲- تأثیر مقدار γ بر نقطه شروع شاخه ۲

آشوبناک (نقطه شروع شاخه ۲) در سیستم مشاهده می‌گردد. با توجه به نمودارهای ارائه شده می‌توان گفت که با افزایش مقدار γ ، بیشترین دامنه حرکت استوانه کاهش پیدا می‌کند. سرعت حرکت استوانه نیز با افزایش مقدار γ ، کاهش پیدا می‌کند. در شکل ۲۳ ملاحظه می‌گردد که افزایش مقدار γ نقطه شروع شاخه ۲ را به سرعت کاهش یافته کوچکتری منتقل می‌کند و در نتیجه باعث وقوع آشوب در سرعت‌های کاهش یافته کمتری می‌شود.



شکل ۲۱- تأثیر مقدار γ بر بیشترین دامنه بدون بعد استوانه



شکل ۲۲- تأثیر مقدار γ بر بیشترین سرعت بدون بعد استوانه

۶- نتیجه‌گیری

سازه‌های فراساحلی به دلیل آن‌که در معرض ارتعاشات ناشی از گردابه هستند، مستعد رفتار غیرخطی می‌باشند. در این پژوهش تأثیر حضور المان‌های غیرخطی در رفتار دینامیکی این نوع سازه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. سختی سیستم مورد مطالعه، با استفاده از فنر جهشی ST مدل‌سازی شده است. از معادلات میانگین رینولدز ناویر-استوکس (RANS) برای جریان‌های ناپایدار تراکم ناپذیر دوبعدی به منظور شبیه‌سازی جریان استفاده شد. پس از شبیه‌سازی سیستم، صحت مدل عددی با استفاده از داده‌های تجربی مورد ارزیابی قرار گرفت و تأیید شد. معادلات حاکم بر سیستم به صورت عددی با روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) حل شده و جابه‌جایی و سرعت سیستم در سرعت‌های کاهش یافته مختلف جریان به دست آمد. آزمون ۰-۱، مقطع پوانکاره بر روی سیگنال‌های جابه‌جایی استوانه و نیروی برآیی وارد بر آن اعمال شد. بر اساس نتایج حاصل شده، می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱- رفتار سیستم از دو شاخه تشکیل شده است: شاخه ۱ و شاخه ۲. انتقال از شاخه ۱ به شاخه ۲ با جهش در مقدار دامنه جابه‌جایی استوانه انجام می‌پذیرد و دامنه حرکت سیستم در شاخه ۲ چند برابر شاخه ۱ است.

- vibration*, 22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, p. 1-2.
- [11] Gaurier, B., Cebbron, D. and Germain, G., (2008), *Vortex-induced vibrations using wake oscillator model. Comparison on 2D response with experiments*, 9th International Conference on Flow-Induced Vibrations (FIV2008), Prague, République Tchèque.
- [12] Perdikaris, P. G., Kaiktsis, L. and Triantafyllou, G. S., (2009), *Chaos in a cylinder wake due to forcing at the Strouhal frequency*, Physics of fluids, vol. 21, p. 101705.
- [13] Bourdier, S. and Chaplin, J. R., (2012), *Vortex-induced vibrations of a rigid cylinder on elastic supports with end-stops, Part 1: Experimental results*, Journal of Fluids and structures, vol. 29, p. 62-78.
- [14] Weymouth, G., (2014), *Chaotic rotation of a towed elliptical cylinder*, Journal of fluid mechanics, vol. 743, p. 385-398.
- [15] Zhao, J., Leontini, J. S., Lo Jacono, D., and Sheridan, J., (2014), *Chaotic vortex induced vibrations*, Physics of Fluids, vol. 26, p. 121702
- [16] Gao, Y., Fu, S., Xiong, Y., Zhao, Y. and Liu, L., (2017), *Experimental study on response performance of vortex-induced vibration on a flexible cylinder*, Ships and Offshore Structures, vol. 12, p. 116-134.
- [17] Huynh, B. H. and Tjahjowidodo, T., (2017), *Experimental chaotic quantification in bistable vortex induced vibration systems*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 85, p. 1005-1019.
- [18] Zeinoddini, M., Bakhtiari, A. and Gharebaghi, S. A., (2018), *Towards an understanding of the marine fouling effects on VIV of circular cylinders: a probe into the chaotic features*, Nonlinear Dynamics, vol. 94, p. 575-595.
- [19] Huynh, B. H., Tjahjowidodo, T., Zhong, Z. W., Wang, Y. and Srikanth, N., (2018), *Design and experiment of controlled bistable vortex induced vibration energy harvesting systems operating in chaotic regions*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 98, p. 1097-1115.
- [20] Sahoo, P. K. and Chatterjee, S., (2021), *Nonlinear dynamics of vortex-induced vibration of a nonlinear beam under high-frequency excitation*, International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 129, p. 103656.
- [21] Chen, W., Ji, C., Srinil, N., Yan Y., and Zhang, Z., (2022), *Effects of upstream wake on vortex-induced vibrations and wake patterns of side-by-side circular cylinders*, Marine Structures, vol. 84, p. 103223.
- [22] Gao, Y., Liu, L., Zou, L., Zhang, Z. and Yang, B., (2020), *Effect of surface roughness on*
- ۲- با افزایش مقدار γ ، شاخه ۲ گسترده‌تر شده و نقطه شروع آن در سرعت کاهش یافته کوچک‌تری قرار می‌گیرد.
- ۳- صرف‌نظر از مقدار γ ، در نقطه شروع شاخه ۲، هم رفتار استوانه و هم رفتار نیروی برآیی آشوبناک است.
- ۴- هنگامی که سیگنال جابجایی استوانه آشوبناک است، رفتار نیروی برآیی نیز آشوبناک است، اما عکس موضوع صادق نیست.
- ۵- درجه آشوب هم در سیگنال جابه‌جایی استوانه و هم در سیگنال نیروی برآیی با افزایش مقدار γ کاهش می‌یابد.
- ۷- مراجع
- [1] Wang, Y., Wu, Z., Zhang, G., Li, Y. and Wang, F., (2020), *Bifurcation phenomenon and multi-stable behavior in vortex-induced vibration of top tension riser in shear flow*, JVC/Journal of Vibration and Control, vol. 26, p. 659-670.
- [2] Jauvtis, N. and Williamson, C. H. K., (2003), *Vortex-induced vibration of a cylinder with two degrees of freedom*, Journal of Fluids and Structures, vol. 17, p. 1035-1042.
- [3] Imaoka, K., Kobayashi, Y., Emaru, T. and Hoshino, Y., (2015), *Vortex-Induced Vibration of an Elastically-Supported Cylinder Considering Random Flow Effects*, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, vol. 8, p. 131-138.
- [4] Siewe Siewe, M. and Xia, X., (2012), *Nonlinear dynamics and small damping signal control of chaos in a model of flow-induced oscillations of cylinders*, Mechanics Research Communications, vol. 46, pp. 8-14.
- [5] Gopalkrishnan R., (1993), *Vortex-Induced Forces on Oscillating Bluff Cylinders*.
- [6] Modarres-Sadeghi, Y., Chasparis, F., Triantafyllou, M. S., Tognarelli, M. and Beynet, P., (2011), *Chaotic response is a generic feature of vortex-induced vibrations of flexible risers*, Journal of Sound and Vibration, vol. 330, p. 2565-2579.
- [7] Plaschko, P., Berger, E. and Brod, K., (1993), *The transition of flow-induced cylinder vibrations to chaos*, Nonlinear Dynamics, vol. 4, p. 251-268.
- [8] Leontini, J. S., Thompson, M. C. and Hourigan, K., (2006), *The beginning of branching behaviour of vortex-induced vibration during two-dimensional flow*, Journal of Fluids and Structures, vol. 22, p. 857-864.
- [9] Blackburn, H. and Henderson, R., (1996), *Lock-in behavior in simulated vortex-induced vibration*, Experimental Thermal and Fluid Science, vol. 12, p. 184-189.
- [10] Leontini, J. and Thompson, M., (2008), *Chaotic oscillation during vortex-induced*

- vortex-induced vibrations of a freely vibrating cylinder near a stationary plane wall*, Ocean Engineering, vol. 198, p. 102663.
- [23] Bao, Y., Huang, C., Zhou, D., Tu, J., and Han, Z., (2012), *Two-degree-of-freedom flow-induced vibrations on isolated and tandem cylinders with varying natural frequency ratios*, Journal of Fluids and Structures, vol. 35, p. 50–75,
- [24] Prasanth, T. K. and Mittal, S., (2009), *Vortex-induced vibration of two circular cylinders at low Reynolds number*, Journal of Fluids and Structures, vol. 25, p. 731–741.
- [25] Ramlan, R., Brennan, M., Mace, B. and Kovacic, I., (2010), *Potential benefits of a non-linear stiffness in an energy harvesting device*, Nonlinear dynamics, vol. 59, p. 545–558.
- [26] Huynh, B., Tjahjowidodo, T., Zhong, Z., Wang, Y. and Srikanth, N., (2016), *Chaotic Responses on Vortex Induced Vibration Systems Supported by Bi-stable Springs*, ISMA2016 International Conference on Noise and Vibration Engineering, p. 695–704.
- [27] Gottwald, G. A. and Melbourne, I., (2004), *A new test for chaos in deterministic systems*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 460, p. 603–611.
- [28] Ahmet, Ö. and Erhan, A., (2005), *Tools for detecting chaos*, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, vol. 9, p. 60–66.
- [29] Baker, G. L. and Gollub, J. P., (1990), *Chaotic dynamics: an introduction*, Cambridge University Press.
- [30] Velosa, C. M. and Bousson, K., (2015), *Robust real-time chaos detection from measurement data*, WSEAS Transactions on Systems and Control, vol. 10, p. 735–751.
- [31] Kantz, H. and Schreiber, T., (2004), *Nonlinear time series analysis*, Cambridge university press.
- [32] Boccaletti, S., (2008), *The synchronized dynamics of complex systems*, Monograph series on nonlinear science and complexity, vol. 6, p. 1–239.
- [33] Gottwald, G. A. and Melbourne, I., (2009), *On the implementation of the 0-1 test for chaos*, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, vol. 8, p. 129–145.
- [34] Lee, J. H. and Bernitsas, M. M., (2011), *High-damping, high-Reynolds VIV tests for energy harnessing using the VIVACE converter*, Ocean Engineering, vol. 38, p. 1697–1712.