

## شبیه‌سازی عددی شکست موج تنها بر روی ساحل شیب‌دار به روش هیدرودینامیک ذرات هموار نسبتاً تراکم‌پذیر

محمد جواد کتابداری<sup>۱\*</sup>، امین نعمتی روزبهانی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

### چکیده

در این مقاله از یک مدل عددی بدون شبکه بنام هیدرودینامیک ذرات هموار نسبتاً تراکم‌پذیر (WCSPH) برای شبیه‌سازی روند شکست موج تنها بر روی ساحل شیب‌دار استفاده شده است. این مدل دو بعدی بوده و سیال را به صورت کمی تراکم‌پذیر در نظر می‌گیرد و علاوه بر حل معادلات حاکم بر سیال لزج برای به دست آوردن میدان سرعت و چگالی، از حل معادله حالت برای به دست آوردن فشار استفاده می‌کند. این مسئله باعث کاهش حجم محاسبات نسبت به روش پایه مدل هیدرودینامیک ذرات هموار می‌شود. برای شبیه‌سازی آشفتگی سیال در روند شکست موج از مدل آشفتگی SPS که به وسیله تئوری شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES) به دست آمده، استفاده شده است. در تحقیق حاضر، برای بررسی دقت مدل در شبیه‌سازی سطح آزاد ابتدا مدل‌سازی شکست سد انجام شد و نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی Martin و Moyce (۱۹۵۲) مقایسه شد. سپس برای معتبرسازی مدل آشفتگی، نتایج پدیده شکست سد توسط مدل با نتایج آزمایشگاهی Issa (۲۰۰۵) مورد مقایسه قرار گرفت. این مقایسه‌ها نشان داد که مدل تهیه شده ابزاری قوی جهت شبیه‌سازی رفتار جریان سیال آشفته است. در انتها تغییرات یک موج تنها در حال شکست بر روی ساحل شیب دار مدل‌سازی شده و نتایج مورد بحث قرار گرفت.

**کلمات کلیدی:** موج تنها، شکست موج، هیدرودینامیک ذرات هموار نسبتاً تراکم‌پذیر، ساحل شیب‌دار

## Numerical Simulation of Breaking Solitary Wave on the Sloping Beach Using WCSPH Method

M. J. Ketabdari<sup>1</sup>, A. Nemati Roozbahani<sup>2</sup>

1-Associate Professor, Faculty of Marine Technology, Amirkabir University of Technology

2-M.Sc. student, Faculty of Marine Technology, Amirkabir University of Technology

### Abstract

In this article, a numerical meshless method called Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamic (WCSPH) is used to simulate the solitary wave breaking process on the beach. The present model is a two dimensional model that considers the fluid weakly compressibility. This model solves the viscous fluid equations to obtain velocity field and density and solves the equation of state to obtain the pressure field. This leads to computational efficiency of the model in comparison with basic SPH model. To simulate the fluid turbulence in wave breaking process, the Sub Particle Scale (SPS) model that is obtained from Large Eddy Simulation (LES) theory of turbulence is used. In this research to consider the accuracy of free surface simulation, first a dam break test is performed to compare the model results with experimental data of Martin and Moyce (1952). Afterwards to verify the turbulence model, a comparison between

\* نویسنده مسئول مقاله: ketabdari@aut.ac.ir

model results of dam break phenomenon and experimental results of Issa (2005) is carried out. These comparisons showed that the developed model is a powerful tool for simulation of the turbulent flow behavior. Finally, the transform of a breaking solitary wave on the sloping beach is modeled and the results were discussed.

**Keywords:** Solitary Wave, Wave Breaking, Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamic, Slopped Beach

## ۱- مقدمه

شکست موج در نزدیکی ساحل، یک مسئله تحقیقاتی مهم در مهندسی دریا و سواحل است. خاصیت قوی غیرخطی شکست موج باعث حرکت پیچیده ذرات آب شده و از این رو شبیه‌سازی عددی روند شکست موج بر روی ساحل را بسیار پیچیده می‌کند. میدان سرعت در هنگام شکست موج طبیعی تصادفی و متغیر داشته و از سویی دیگر با ورود حباب‌های هوا به همراه جت شیرجه‌ای، پیچیدگی‌های دیگری در اندازه‌گیری سرعت بوجود می‌آید. اندازه‌گیری موج در حال شکست در آزمایشگاه و طبیعت نیاز به هزینه بالا و دستگاه‌های خاص دارد. از طرفی پیشرفت تکنیک‌های عددی و ماشین‌های محاسبه‌گر در چند دهه اخیر باعث شده که مدل‌سازی عددی شکست موج مورد توجه زیادی قرار بگیرد. در گذشته به‌خاطر محدودیت در اندازه شبکه‌ها، استفاده از روش‌های برپایه شبکه باعث کاهش دقت حل این مسئله می‌شد. به همین دلیل امروزه روش‌های بدون شبکه برای شبیه‌سازی رفتار سیال بیشتر مورد توجه قرار گرفته است.

روش‌های عددی کمی برای رهگیری سطح آزاد آب هنگامی که موج به سمت ساحل حرکت می‌کند، وجود دارد. تعدادی از این روش‌ها عبارتند از MAC [۱] و VOF [۲]. اگرچه این روش‌ها به‌طور موفقیت آمیزی برای شبیه‌سازی امواج به‌کار رفتند ([۳] و [۴]) ولی استفاده از شبکه بندی اویلری، باعث ایجاد مشکلات زیادی در شبیه‌سازی شکست امواج و تغییرات ناگهانی سطح آزاد آب مانند پخش عددی<sup>۱</sup> به‌دلیل وجود ترم انتقال<sup>۲</sup> در معادلات ناویر-استوکس<sup>۳</sup> و یا استفاده از تعداد بسیار زیاد المان‌ها برای شبیه‌سازی شکست موج می‌شود. اخیراً روش‌های بدون شبکه بر پایه روش لاگرانژی<sup>۴</sup> به‌منظور غلبه بر این مشکلات توسعه پیدا

کرده‌اند. از میان این روش‌ها، هیدرودینامیک ذرات هموار<sup>۵</sup>، به عنوان یک روش قدرتمند جای خود را در میان دیگر روش‌های عددی باز نموده است. در این روش ذرات در مختصات لاگرانژی حرکت می‌کنند و ترم انتقال در معادلات ناویر-استوکس به‌طور مستقیم به‌وسیله حرکت ذرات محاسبه شده بدون اینکه مشکل پخش عددی وجود داشته باشد. هیدرودینامیک ذرات هموار ابتدا برای مدل‌سازی‌های فضایی توسط لوسی<sup>۶</sup> [۵] و همچنین توسط گینگولد و موناگان<sup>۷</sup> در سال ۱۹۷۷ ابداع گردید [۶]. سپس در زمینه‌های مختلف سیالاتی مثل مدل‌سازی‌های جریان سیال با فرض کردن سیال به‌صورت کمی تراکم‌پذیر و استفاده از معادله حالت برای به‌دست آوردن فشار به نام "هیدرودینامیک ذرات هموار نسبتاً تراکم‌پذیر"<sup>۸</sup> گسترش یافت [۷ و ۸]. همچنین این روش برای بسیاری از شبیه‌سازی‌ها از جمله شکست سد<sup>۹</sup>، پیشروی موج [۹]، شکست موج بر روی سازه [۱۰] و شکست موج تنها<sup>۱۱</sup> بر روی ساحل با شیب کم [۱۱] گسترش داده شد به‌طوری که اکنون برای بسیاری از مسائل پیچیده سطح آزاد آب به‌کار می‌رود [۱۲].

در این مقاله به‌منظور درک رفتار سلسله امواجی که تک تک بر روی ساحل می‌شکنند، شبیه‌سازی تولید یک موج تنها به‌وسیله موجساز پیستونی و سپس شکست آن بر روی ساحل به‌وسیله روش بدون شبکه هیدرودینامیک ذرات هموار نسبتاً تراکم‌پذیر صورت گرفته است.

## ۲- معادلات اساسی حاکم بر سیال لزج

معادلات حاکم بر حرکت سیال، معادلات بقاء جرم و ممنتوم<sup>۱۱</sup> بوده و به فرم لاگرانژی به‌صورت روابط زیر نوشته می‌شوند:

در روابط بالا،  $h$  طول هموار<sup>۱۴</sup> تابع درونیاب است که شعاع تاثیر یک ذره نسبت به ذره مجاورش می باشد [۷].  
 همچنین  $\bar{c}_{ab} = (c_a + c_b) / 2$   
 و  $r_{ab} = r_a - r_b$ ،  $\bar{\rho}_{ab} = (\rho_a + \rho_b) / 2$   
 $u_{ab} = u_a - u_b$  که به ترتیب  $\bar{c}_{ab}$  سرعت متوسط صوت،  $\bar{\rho}_{ab}$  چگالی متوسط،  $r_{ab}$  فاصله بین ذرات و  $u_{ab}$  سرعت ذره  $a$  نسبت به ذره  $b$  است.  $\eta$  جهت جلوگیری از صفر شدن مخرج به کار می رود و داریم  $\eta^2 = 0.1 h^2$  و  $\alpha$  نیز ضریب ثابتی است که در این مقاله برای آن مقدار  $0.3$  انتخاب شده است.

### ۲-۲- تابع درونیاب

اساس روش WCSPH بر پایه تئوری درونیابی بنا نهاده شده است. در این تحقیق از یک نوع تابع درونیاب به نام "ماریپج درجه ۳"<sup>۱۵</sup> که توسط موناگان و لاتانزیو<sup>۱۶</sup> ارائه گردید، استفاده شده است [۱۳]:

$$W(r, h) = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2} (1 - \frac{3}{2} q^2 + \frac{3}{4} q^3) & q < 1 \\ \frac{10}{28\pi h^2} (2 - q)^3 & 1 < q < 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases} \quad (7)$$

در رابطه بالا،  $q = r/h$  پارامتر بدون بعد طول است.

### ۲-۳- معادله حالت

در روش WCSPH، سیال تراکم پذیر عمل می کند که به همین خاطر می توان از معادله حالت نوع تیت<sup>۱۷</sup> برای به دست آوردن فشار استفاده کرد [۱۴]:

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right], \quad B = \rho_0 c_s^2 / \gamma \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $B$  پارامتر ثابتی است که به مدول حجمی الاستیسیته مربوط است.  $\gamma$  عدد ثابتی بین ۱ و ۷ است که در این مقاله برای آن مقدار ثابت ۷ در نظر گرفته شده،  $P$  فشار نسبی،  $\rho_0$  دانسیته در فشار اتمسفر،  $v = (40 \text{ تا } 10)$  که  $c_s = (10 \text{ تا } 40)$  که  $c_s$  سرعت صوت و

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} + \Theta \quad (2)$$

در روابط بالا،  $\rho$  چگالی،  $\vec{u}$  بردار شتاب ثقل،  $t$  زمان و  $\Theta$  نیز ترم انتقال معادله حرکت می باشد.

### ۲-۱- گسسته سازی معادلات

در این مقاله از دو نوع ترم انتقال استفاده شده است. ابتدا از لزجت مصنوعی<sup>۱۲</sup> برای معتبرسازی اولیه مدل و سپس از لزجت لایه ای به همراه یک نوع تنش آشفتگی برای معتبرسازی مدل آشفتگی با انجام آزمایش شکست سد و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی استفاده گردید. با اعمال لزجت مصنوعی به عنوان ترم انتقال معادله حرکت،  $\Theta = \Pi$  که  $\Pi$  لزجت مصنوعی است و با توجه به روابط روش WCSPH، معادلات بقاء جرم و حرکت به فرم روابط زیر گسسته سازی می شوند:

$$\left( \frac{D\rho}{Dt} \right)_a = \sum_b m_b (\vec{u}_a - \vec{u}_b) \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab} \quad (3)$$

$$\left( \frac{D\vec{u}}{Dt} \right)_a =$$

$$-\sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a} + \frac{P_b}{\rho_b} + \Pi_{ab} \right) \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab} + \vec{g}$$

در روابط بالا،  $W$  تابع درونیاب (کرنل<sup>۱۳</sup>) و اندیس  $b$  مربوط به ذرات مجاور ذره  $a$  است و سری های فوق بر روی تمامی ذرات همسایه ذره  $a$  جمع زده می شوند.  $\Pi_{ab}$  یک نمونه لزجت مصنوعی است که برای جلوگیری از نفوذ ذرات در یکدیگر و همچنین کاهش پخش عددی در ترم انتقال معادله حرکت به کار می رود و به صورت روابط ذیل تعریف می شود:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} -\alpha \bar{c}_{ab} \frac{\mu_{ab}}{\bar{\rho}_{ab}} & v_{ab} \cdot r_{ab} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_{ab} = hu_{ab} \cdot \frac{r_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2} \quad (6)$$

$$P_a^{n+1/2} = B \left[ \left( \frac{\rho_a^{n+1/2}}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (12)$$

با استفاده از مقادیر به دست آمده در این مرحله، مقادیر سرعت، چگالی و مکان ذره  $a$  به صورت رابطه زیر اصلاح می گردند:

$$\begin{cases} \rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^{n+1/2} \\ u_a^{n+1/2} = u_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^{n+1/2} \\ r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} U_a^{n+1/2} \end{cases} \quad (13)$$

در نهایت پس از طی زمان  $\Delta t$  و در پایان گام زمانی  $n+1$  ام و استفاده از مقادیر اصلاحی، طبق روابط زیر خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \rho_a^{n+1} = 2\rho_a^{n+1/2} - \rho_a^n \\ u_a^{n+1} = 2u_a^{n+1/2} - u_a^n \\ r_a^{n+1} = 2r_a^{n+1/2} - r_a^n \end{cases} \quad (14)$$

$$P_a^{n+1} = B \left[ \left( \frac{\rho_a^{n+1}}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (15)$$

برای تعیین مقادیر گام زمانی بهینه از شرط کورانت<sup>۲۰</sup> طبق رابطه زیر، استفاده می شود:

$$\Delta t \leq C \frac{dx}{V_{\max}} \quad (16)$$

در رابطه بالا،  $C$  عدد کورانت بوده و معمولاً ۰/۱ در نظر گرفته می شود.  $dx$  فاصله اولیه بین ذرات و  $V_{\max}$  نیز سرعت حداکثر ذرات سیال در هر گام زمانی است [۱۶].

## ۲-۶- فیلتر چگالی

شبه سازی دینامیکی در این روش منجر به تغییرات زیادی در میدان فشار ذرات سیال می شود. تلاش هایی به منظور غلبه بر این مشکل صورت گرفته است که یکی از آنها طراحی فیلتر مناسبی برای چگالی

$v$  سرعت بیشینه ذرات سیال در طول محاسبات است که در این تحقیق،  $c_s = 10v$  در نظر گرفته شده است. همچنین  $v = \sqrt{g(d+h)}$  که در آن  $h$  ارتفاع موج و  $d$  عمق آب است.

## ۲-۴- تکنیک حرکت ذرات

حرکت ذرات توسط تکنیک "هیدرودینامیک ذرات هموار-ایکس"<sup>۱۸</sup> طبق رابطه (۹) تعریف می شود:

$$\frac{dr_a}{dt} = u_a + \varepsilon \sum_b \frac{m_b}{\bar{\rho}_{ab}} u_{ab} W_{ab} \quad (9)$$

در رابطه بالا،  $\varepsilon$  مقداری ثابت است که در اینجا برابر ۰/۵ در نظر گرفته می شود. با استفاده از این روش، به ذرات اجازه داده می شود که به خوبی سازماندهی شوند و در سرعت های زیاد سیال، از نفوذ ذرات در یکدیگر جلوگیری می شود [۱۵].

## ۲-۵- الگوریتم حل زمانی معادلات

برای حل معادلات حاکم، از الگوریتم زمانی پیش بینی-تصحیح<sup>۱۹</sup> استفاده شده است [۱۵]. روابط (۳)، (۴) و (۹) را می توان به فرم خلاصه زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \left( \frac{D\rho}{Dt} \right)_a = D_a \\ \left( \frac{Du}{Dt} \right)_a = F_a \\ \left( \frac{Dr}{Dt} \right)_a = U_a \end{cases} \quad (10)$$

چنانچه روند حل از گام زمانی  $n$  آغاز گردد، در گام زمانی  $n+0/5$  خواهیم داشت:

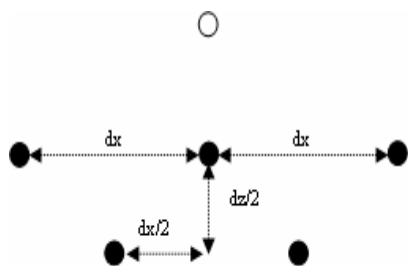
$$\begin{cases} \rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^n \\ u_a^{n+1/2} = u_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^n \\ r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} U_a^n \end{cases} \quad (11)$$

$$\left(\frac{Du}{Dt}\right)_a = -\sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a} + \frac{P_b}{\rho_b} + \frac{\tau_a}{\rho_a} + \frac{\tau_b}{\rho_b}\right) \cdot \bar{V}_a W_{ab} + \sum_b m_b \left(\frac{4v_0 r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b) |r_{ab}|^2}\right) \bar{u}_{ab} + \bar{g} \quad (20)$$

در ترم اول رابطه بالا، تنش‌های آشفتگی و در ترم دوم لزجت لایه‌ای به چشم می‌خورد. استفاده از مدل آشفتگی برای نشان دادن رفتار جریان سیال در حالت آشفتگی است که این مدل بوسیله تئوری "شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ" <sup>۲۵</sup> به دست آمده است [۱۸].

## ۲-۸- شرایط مرزی

در بیشتر مسائل هیدرودینامیکی، تعیین شرایط مرزی از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله از شرط مرزی دینامیکی استفاده شده است [۱۹]. در این روش، ذرات مرزی همانند ذرات سیال، معادله بقاء جرم، ممنتوم و حالت را ارضاء می‌کنند. ولی این ذرات دیگر طبق رابطه (۹) حرکت نمی‌کنند بلکه در مکان اولیه خودشان ثابت نگه داشته می‌شوند. اگر این ذرات مثل موجساز متحرک باشند، مختصات حرکت و سرعت آنها باید به برنامه داده شود. نحوه اعمال ذرات مرزی در روش شرط مرزی دینامیکی در شکل ۱ نمایش داده شده است



شکل ۱- نحوه قرارگیری ذرات مرزی در شرط مرزی دینامیکی (دوایر توخالی و توپر، به ترتیب نمایانگر ذره سیال و ذرات مرزی می‌باشند).

هنگامی که ذرات سیال به نزدیکی مرزها می‌رسند، چگالی آنها در نزدیکی مرز افزایش یافته و طبق رابطه (۱۵) باعث افزایش فشار می‌شود. علاوه بر این، نیروهای اعمالی بر روی ذرات سیال به خاطر وجود ترم فشار در

یا دوباره مقداردهی چگالی برای ذرات است. برای این منظور، از اصلاح درجه یک ام-ال-اس <sup>۲۱</sup>، استفاده می‌گردد. این ترم در هر ۳۰ گام زمانی به فرم رابطه (۱۷) یکبار بر روی میدان چگالی ذرات اعمال می‌شود [۱۷]:

$$W_{ab}^{MLS} = [\beta_0(r_a) + \beta_{1x}(r_a) \cdot (x_a - x_b) + \beta_{1z}(r_a) \cdot (z_a - z_b)] W_{ab}$$

$$\beta(r_a) = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1x} \\ \beta_{1z} \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \sum_b W_b(r_a) \frac{m_b}{\rho_b} \tilde{A}$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & (x_a - x_b) & (z_a - z_b) \\ (x_a - x_b) & (x_a - x_b)^2 & (z_a - z_b)(x_a - x_b) \\ (z_a - z_b) & (z_a - z_b)(x_a - x_b) & (z_a - z_b)^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

## ۲-۷- مدل آشفتگی

در این تحقیق از دو نوع ترم انتقال در معادله حرکت استفاده شده است. اولین آن لزجت مصنوعی بود که در روابط (۵) و (۶) توضیح داده شد. دومین آن استفاده از لزجت لایه ای به همراه یک نوع تنش آشفتگی است و با این ترتیب رابطه (۲) به رابطه (۱۸) تبدیل می‌شود:

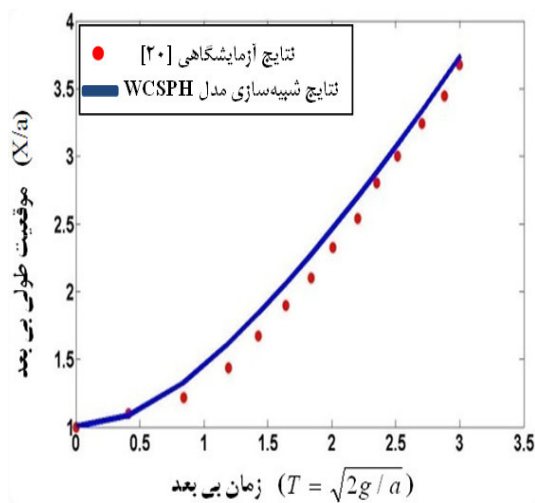
$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \bar{g} + v_0 \nabla^2 \bar{u} + \frac{1}{\rho} \nabla \bar{\tau}_{ij} \quad (18)$$

که  $v_0$  لزجت سینماتیکی آب و  $\bar{\tau}_{ij}$  نیز تنسور تنش اس-پی-اس <sup>۲۲</sup> است و طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{2}{3} C_I \Delta l^2 \delta_{ij} |S_{ij}|^2 \quad (19)$$

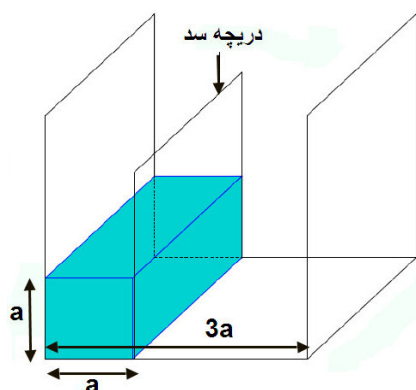
بطوریکه در آن  $\nu_t = [\min(C_S, \Delta l)]^2 |S|$  لزجت آشفتگی،  $C_S = 0.12$ ،  $\Delta l$  فاصله اولیه بین ذرات،  $k$  انرژی جنبشی آشفتگی،  $C_I = 0.066$ ،  $\delta_{ij}$  تابع دلتا <sup>۲۳</sup> و  $|S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$  که  $S_{ij}$  المان تنسور کرنش <sup>۲۴</sup> مدل است. در انتها رابطه (۱۸) به صورت گسسته زیر ساده می‌شود:

در جدول بالا،  $dx$  و  $dz$  به ترتیب فاصله اولیه بین ذرات در جهات افقی و عمودی،  $dt$  گام زمانی اولیه،  $n_p$  تعداد کل ذرات در محاسبات،  $n_{bp}$  تعداد ذرات مرزی و  $h$  نیز طول هموار می باشد. نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی مارتین و مويس [۲۰] در شکل ۳ مقایسه شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، نتایج مدل WCSPH خطای کمی نسبت به نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد.



شکل ۳- مقایسه نتایج پیشروی پنجه ستون آب (ذره  $A$ ) نسبت به زمان بی بعد در آزمایش شکست سد

به منظور معتبرسازی مدل آشفتگی که تئوری آن طبق روابط (۱۸) و (۱۹) بیان شد، آزمایش شکست سد با نتایج آزمایشگاهی [۲۱] مقایسه شد. ابعاد این آزمایش در شکل ۴ نمایش داده شده است.

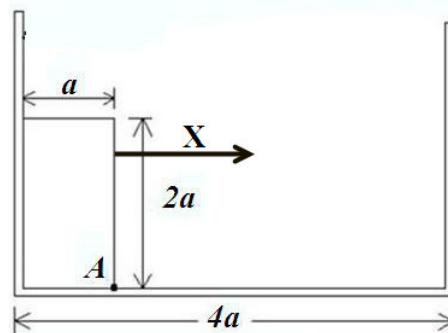


شکل ۴- آزمایش شکست سد عیسی [۲۱]

معادله گسسته ممنوم (روابط (۴) و (۱۸)) افزایش پیدا می کند.

### ۳- معتبرسازی مدل

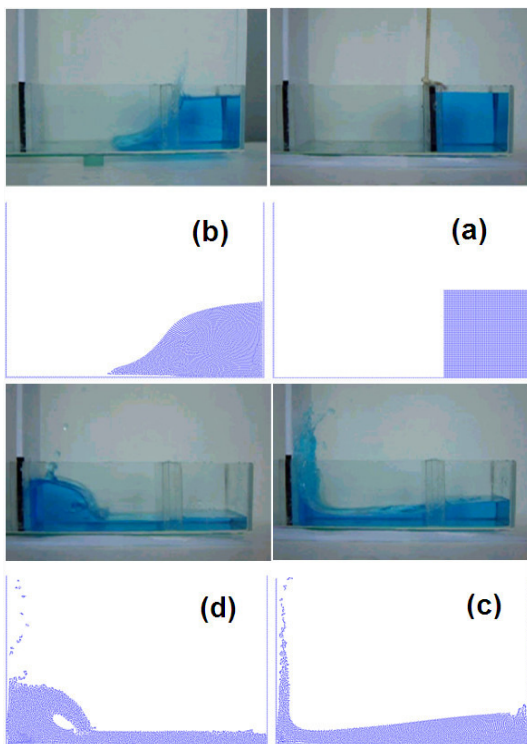
در این قسمت جهت معتبرسازی مدل از آزمایش های شکست سد استفاده گردیده است. آزمایش شکست سد به صورت رها شدن لحظه ای حجمی از آب و حرکت سریع آن در کانال مستطیلی شکل تعریف می شود. مطابق شکل ۲ ستونی از آب به طول  $a$  و ارتفاع  $2a$  در کانال بسته ای به طول  $4a$  (که در اینجا  $a = 5/7$  cm است) به یکباره رها می شود. هدف، اندازه گیری مکان قرارگیری نقطه  $A$  در طول مسیر بر حسب زمان تا موقعی است که این نقطه به لبه دیواره سمت راست نزدیک شود. لازم به ذکر است که در این آزمایش برای ترم انتقال معادله حرکت سیال از لزجت مصنوعی مطابق رابطه (۴) استفاده شده است. در شکل ۲،  $X$  نمایانگر جهت اندازه گیری ذره  $A$  بر حسب زمان در طول کانال است. کمیت های مهم در روش عددی برای آزمایش شکست سد، در جدول ۱ نشان داده شده است.



شکل ۲- دامنه محاسباتی آزمایش شکست سد

جدول ۱- کمیت های مدل (آزمایش شکست سد)

مقدار	کمیت
۰/۱۱۴	$dx$ [سانتیمتر]
۰/۱۱۴	$dz$ [سانتیمتر]
۰/۰۰۱	$dt$ [ثانیه]
۱۱۱۰۳	$n_p$ [ذره]
۱۲۰۳	$n_{bp}$ [ذره]
۰/۱۴۸	$h$ [سانتیمتر]



شکل ۵- مقایسه نتایج مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی عیسی آزمایش شکست سد، در زمان‌های: a)  $t=0/0$  b)  $t=0/16$  c)  $t=0/488$  و d)  $t=0/89$  ثانیه

جدول ۳- کمیت‌های مدل برای تولید موج سینوسی

مقدار	کمیت
۱/۰۲	$H$ [متر]
۲۷/۳	$L$ [متر]
۴/۷	$T$ [ثانیه]
۴	$d$ [متر]
۲/۱۱	$S$ [متر]

در شکل ۶ نتایج ارتفاع موج در فاصله یک طول موج از موجساز ثبت شده و با نتایج تئوری مقایسه گردیده است. در این شکل، اولین موج تولیدی ( $t = 0 - T$ ) تطابق خوبی با نتایج تئوری در نیم پریود اول به‌خاطر شروع حرکت پیستون ندارد اما در پریود دوم این تطابق به‌صورت نسبتاً خوبی برقرار می‌گردد و در نیم پریود بعدی نیز تکرار می‌شود به‌طوری‌که در پریود دوم بیشترین اختلاف ارتفاع موج با نتایج تئوری حدوداً ۸٪ می‌باشد.

در این آزمایش طول و ارتفاع ستون آب با هم مساوی و برابر  $a = 30 \text{ cm}$  و طول کانال بسته معادل  $3a = 90 \text{ cm}$  است. هدف از این آزمایش، مقایسه روند پیشروی ستون آب و تغییر شکل‌های آن در اثر برخورد با دیواره برحسب زمان است. کمیت‌های مهم در روش عددی مدل آشفتگی برای آزمایش شکست سد در جدول ۲ نشان داده شده است همچنین مقایسه نتایج عددی مدل آشفتگی با نتایج آزمایشگاهی عیسی در شکل ۵ آمده است. با توجه به نزدیکی نتایج در این مقایسه تصویری، اعتبار مدل آشفتگی برای استفاده در پدیده‌هایی که آشفتگی در آنها مهم است تضمین می‌گردد.

به‌منظور مشخص کردن دقت موجساز در تولید امواج، ابتدا به‌وسیله موجساز لولایی امواج سینوسی تولید می‌شود سپس ارتفاع آنها ثبت می‌گردد در انتها نیز پروفیل امواج تولید شده با پروفیل تئوری مقایسه می‌شود. امواج خطی سینوسی در عمق ثابت طبق معادلات زیر برای موجساز لولایی تولید می‌گردد [۲۲]:

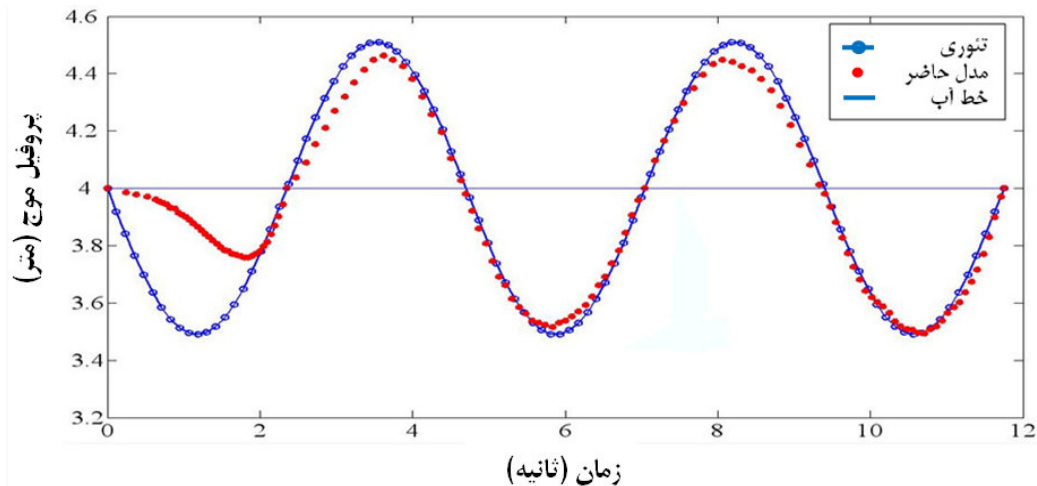
$$\eta(x,t) = S/2 \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{H}{S} = 4 \left( \frac{\sinh(kd)}{kd} \right) \frac{kd \times \sinh(kd) - \cosh(kd) + 1}{\sinh(2kd) + 2kd}$$

در رابطه بالا،  $\eta$  پروفیل حرکت موجساز،  $\omega = 2\pi/T$  فرکانس زاویه‌ای موج،  $T$  پریود،  $k = 2\pi/L$  عدد موج،  $H$  ارتفاع موج و  $S$  نیز طول جابجایی موجساز می‌باشد. همچنین پارامترهای مهم دیگر برای تولید موج سینوسی در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول ۲- کمیت‌های مدل (آزمایش شکست سد)

مقدار	کمیت
۰/۵	$dx$ [سانتیمتر]
۰/۵	$dz$ [سانتیمتر]
۰/۰۰۰۰۱	$dt$ [ثانیه]
۷۹۸۳	$n_p$ [ذره]
۸۴۳	$n_{bp}$ [ذره]
۰/۶۵	$h$ [سانتیمتر]



شکل ۶- مقایسه پروفیل امواج سینوسی شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی WCSPH (نقاط گسسته) و نتایج تئوری (نقاط پیوسته)

در رابطه بالا،  $C$  سرعت و  $H_0$  ارتفاع اولیه موج تنها است.  $n$  و  $C$  مطابق رابطه زیر تعریف می‌شوند:

$$n = \sqrt{\frac{3H_0}{4h_0^2(h_0 + H_0)}}, \quad C = \sqrt{g(H_0 + h_0)} \quad (23)$$

در روابط بالا،  $h_0$  عمق آب قبل از شیب ساحلی یا همان عمق متوسط آب می‌باشد که در این تحقیق مطابق شکل ۷ معادل  $h_0 = 0.2$  m منظور شده است.

#### ۴-۱- تولید موج تنها به وسیله موجساز پیستونی

موجساز پیستونی شامل تعدادی ذره مرزی متحرک است که برای تولید موج بایستی مشخصات حرکتی آن ذرات از قبیل مکان و سرعت را در زمان‌های مختلف به آنها داد. برای تولید موج تنها به وسیله موجساز پیستونی از روابط زیر استفاده می‌شود [۲۴]:

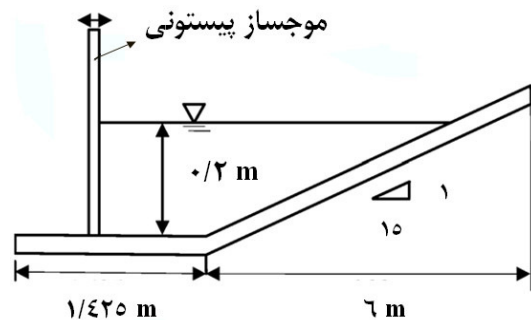
$$X(t) = \frac{2H_0}{h_0\beta} \frac{h_0 \tanh(\beta Ct/2)}{h_0 + H_0 [1 - \tanh^2(\beta Ct/2)]} \quad (24)$$

$$\beta = 2 \sqrt{\frac{3H_0}{4h_0^2(H_0 + h_0)}} \quad (25)$$

در روابط بالا،  $X(t)$  نمایانگر موقعیت پیستون در زمان‌های مختلف و  $\beta$  ضریب تاخیر مرزی<sup>۲۷</sup> است.

#### ۴-۲ ایجاد موج تنها و انتشار آن بر روی ساحل شیب‌دار

در این آزمایش ابتدا یک موج تنها به وسیله یک موجساز پیستونی تولید شده سپس بر روی یک ساحل شیب‌دار با شیب ۱۵ افقی به ۱ قائم و ابعادی که در شکل ۷ مشخص است، روند شکست این موج در مدل عددی حاضر با استفاده از مدل آشفتگی شبیه‌سازی شده است.

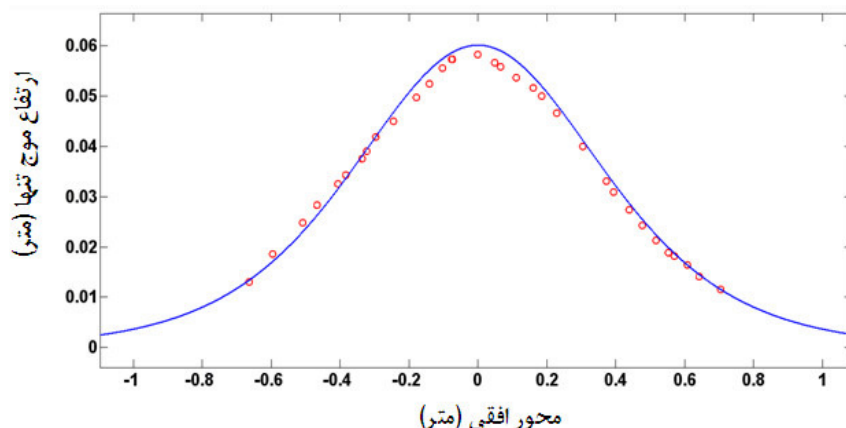


شکل ۷- دامنه محاسباتی آزمایش تولید و شکست موج تنها بر روی ساحل شیب‌دار

پروفیل موج تنها به صورت تحلیلی بر اساس تابعی از مکان  $x$  و زمان  $t$  به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۳]:

$$\eta(x, t) = H_0 \operatorname{sech}^2[n(x - Ct)] \quad (22)$$





شکل ۸- مقایسه پروفیل موج تنهای شبیه سازی شده توسط مدل عددی WCSPH (نقاط توخالی) و نتایج تئوری (خط پیوسته)

مقایسه نتایج شبیه سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی لی و ریچلن<sup>۲۸</sup> (۲۰۰۳) [۲۵] در شکل ۹ مشاهده می شود. در این شکل، مراحل شکست تاج موج و تشکیل جت شیرجه ای مشهود است و مدل آشفتگی می تواند به شکل مناسبی این روند را نشان دهد. لازم به ذکر است که هرچه تعداد ذرات در ناحیه محاسباتی بیشتر شود، نتایج شبیه سازی به واقعیت نزدیکتر می شوند ولی در عوض زمان محاسباتی افزایش می یابد.

به منظور توصیف بهتر جت شیرجه ای<sup>۲۹</sup> تولید شده از شکست موج تنها، سرعت افقی ذره جلویی جت شیرجه ای موج در مدل بر حسب فاصله از مکان اولیه شکست موج  $x_b$  برای نسبت ارتفاع موج اولیه به عمق متوسط  $H_0/h_0 = 0/3$  به دست آمده است. این سرعت با نتایج آزمایشگاهی لی و ریچلن [۲۵] و یکی از نتایج عددی مدل ISPH<sup>۳۰</sup> [۲۳] مطابق شکل ۱۰ مقایسه گردیده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، تغییرات سرعت افقی ذره جلویی جت شیرجه ای موج در روش WCSPH از هنگام شکست تا بعد از برخورد جت موج به سطح آب نشان داده شده است.

در انتها به کمک مدل موجود، تغییر ارتفاع موج تنها از نقطه شروع شیب ساحلی  $x_s$  تا بعد از شکست موج، بین سه نسبت متفاوت ارتفاع موج اولیه به عمق متوسط  $H_0/h_0$  محاسبه گردیده است. شکل ۱۱ این تغییرات را نشان می دهد.

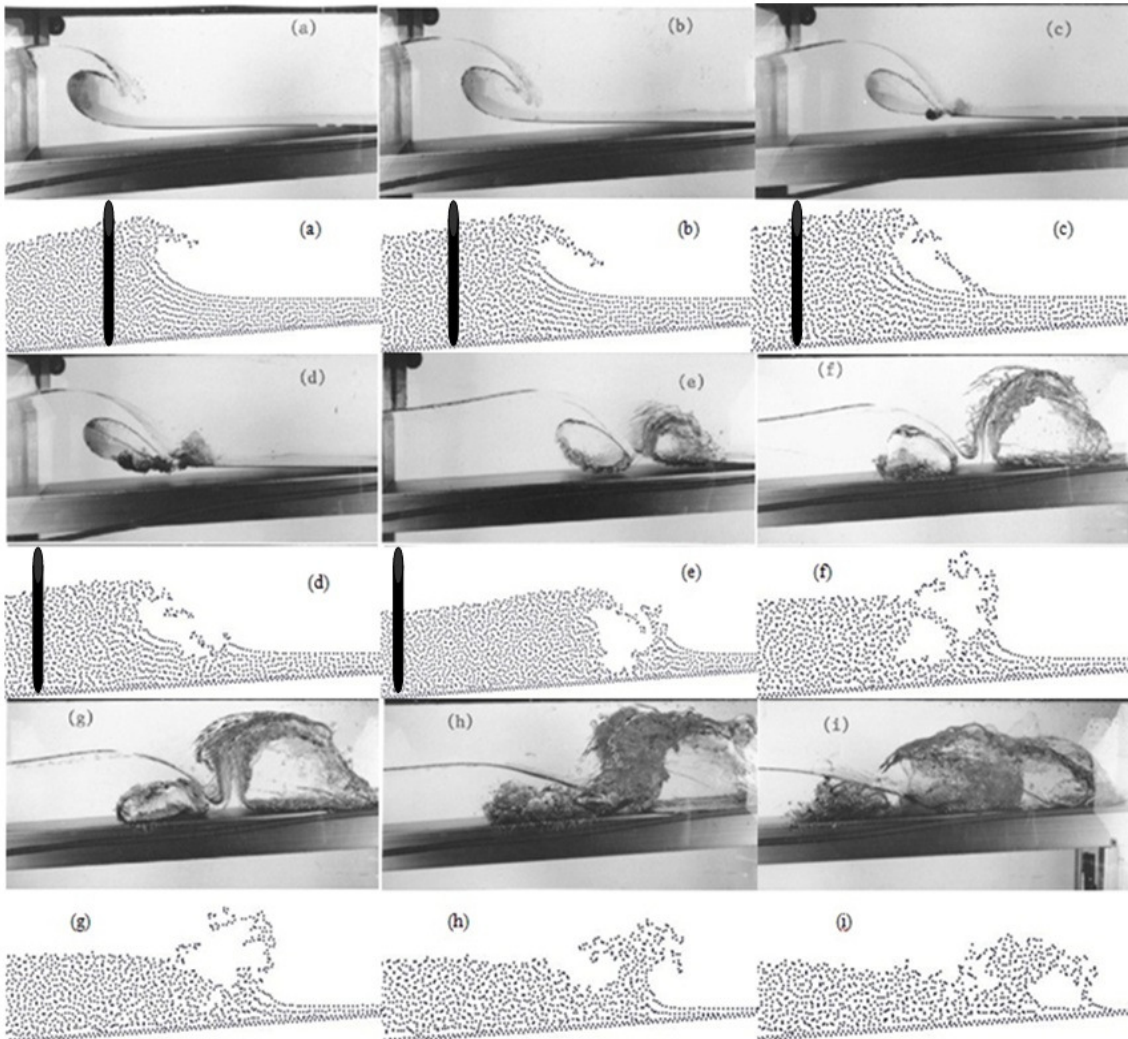
بعد از به دست آوردن موقعیت ذرات موجساز پیستونی در زمان های مختلف، می توان سرعت نسبی را در هر زمان برای این ذرات به دست آورد و از این طریق به وسیله موجساز پیستونی یک موج تنها ایجاد کرد. مقایسه بین پروفیل موج تنهای تولید شده به وسیله شبیه سازی عددی و نتایج تحلیلی با نسبت ارتفاع موج اولیه به عمق متوسط  $H_0/h_0 = 0/285$  در شکل ۸ نمایش داده شده است. این شکل تطابق خوبی بین مدل تحلیلی و نتایج عددی مدل را نشان می دهد.

#### ۴-۲- شکست موج تنها بر روی ساحل

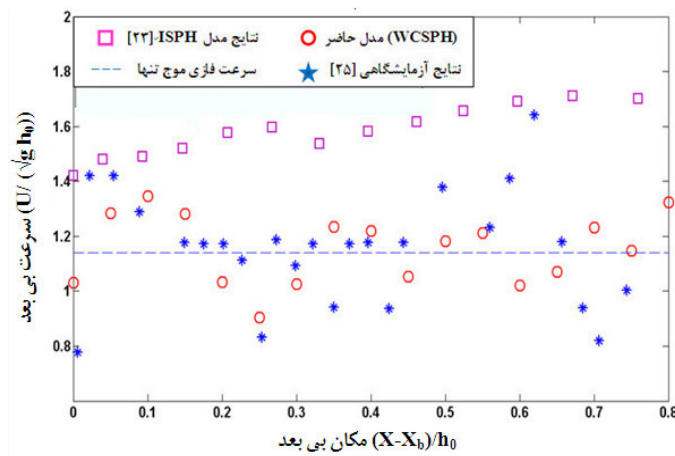
یک موج تنها با نسبت ارتفاع موج اولیه به عمق متوسط  $H_0/h_0 = 0/4$  به وسیله موجساز پیستونی تولید شده و بر روی ساحل شیب دار مشخص شده در شکل ۷ می شکند. کمیت های مورد استفاده در مدل عددی در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴- کمیت های مدل (آزمایش شکست موج تنها)

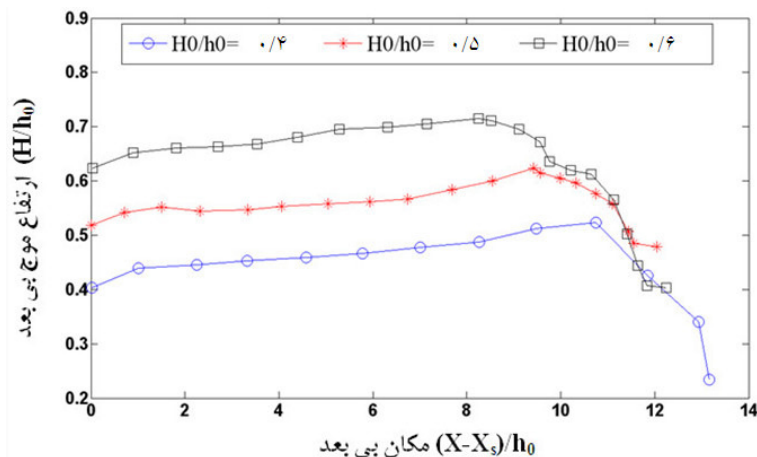
مقدار	کمیت
۰/۵	[سانتیمتر] $dx$
۰/۵	[سانتیمتر] $dz$
۰/۰۰۰۱	[ثانیه] $dt$
۱۸۹۵۷	[ذره] $n_p$
۲۸۰۰	[ذره] $n_{bp}$
۰/۳۲۵	[سانتیمتر] $h$



شکل ۹- مقایسه بین نتایج مدل عددی حاضر و نتایج آزمایشگاهی لی و ریچلن [۲۵] برای شکست موج تنها بر روی ساحل شیب‌دار (در ۵ شکل اول (a) تا (e) خط سیاه نشان دهنده ستون موجود در عکس است و تنها برای مقایسه بهتر به صورت تقریبی بر روی نتایج رسم شده است).



شکل ۱۰- مقایسه تغییرات سرعت افقی ذره جلویی جت شیرجه‌ای موج تنها بعد از شکست موج



شکل ۱۱- مقایسه تغییر ارتفاع موج تنها در طول شیب ساحلی برای سه ارتفاع مختلف بی بعد موج

## ۵- بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق ابتدا یک مدل عددی دو بعدی برپایه روش WCSPH ساخته شد. سپس به ترتیب بدون و با داشتن مدل آشفتگی، به وسیله آزمایش شکست سد مورد معتبرسازی قرار گرفت. در آزمایش اول، نتایج شکست سد به کمک مدل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی مارتین و مویس (۱۹۵۲) مقایسه گردید. این مقایسه نشان داد که روش WCSPH خطای کمی نسبت به نتایج آزمایشگاهی از خود نشان می‌دهد. همچنین در آزمایش بعدی برای ارزیابی دقت مدل آشفتگی، نتایج شکست سد به کمک مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی عیسی (۲۰۰۵) مقایسه شد. این مقایسه دقت مدل آشفتگی را نشان داد. در مجموع این آزمایش‌ها نشان داد که روش WCSPH، قابلیت و انعطاف پذیری بالایی در شبیه‌سازی تغییر شکل‌های پیچیده جریان سیال آشفته دارد. به منظور درک بیشتر رفتار موج هنگام شکست و تغییر شکل‌های سیال ناشی از شکست موج بر روی ساحل شبیه‌سازی‌های دیگری انجام شد. در این شبیه‌سازی‌ها، شکست موج تنهای تولید شده به وسیله موجساز پیستونی مدل گردید. مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج آزمایشگاهی لی و ریچلن (۲۰۰۳) مجدداً دقت مدل تهیه شده را تایید نمود. همچنین تغییرات سرعت افقی ذره جلویی جت شیرجه‌ای موج در روش WCSPH از هنگام شکست تا بعد از برخورد جت موج به سطح آب با روش ISPH

مقایسه گردید. نتایج نشان داد که مدل حاضر در این زمینه نیز از دقت بهتری برخوردار است. در انتها بر اساس این شبیه‌سازی‌ها تغییرات ارتفاع موج تنهای در حال شکست بر روی ساحل شیب‌دار برای ارتفاع امواج مختلف مورد بررسی قرار گرفت. این بررسی نشان داد هر چه ارتفاع اولیه موج تنها بیشتر باشد، شکست موج در مکان دورتری نسبت به ساحل رخ می‌دهد.

## کلید واژگان

- 1-Numerical diffusion
- 2-Advection term
- 3-Navier Stokes
- 4-Lagrangian
- 5-Smoothed Particle Hydrodynamic (SPH)
- 6-Lucy; 1977
- 7-Gingold & Monaghan; 1977
- 8-Weakly compressible Smoothed Particle Hydrodynamic (WCSPH)
- 9-Dam break
- 10-Solitary wave
- 11-Momentum
- 12-Artificial viscosity
- 13-Kernel
- 14-Smoothing length
- 15-Cubic spline
- 16-Monaghan & Lattanzio; 1985
- 17-Tait equation
- 18-XSPH
- 19-Predictor-Corrector
- 20-Courant Condition
- 21-Moving Least Square (MLS)

10-Colagrossi, A. and Landrini, M., (2003), Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol.191 (2), p.448-475.

11-Shao, S. and Gotoh, H., (2005), Turbulence particle models for tracking free surfaces, *Journal of hydraulic research*, Vol.43 (3), p.276-289.

12-Monaghan, J. J., (2005), Smoothed particle hydrodynamics, *Reports on Progress in Physics*, Vol.68, 1703-1759.

13-Monaghan, J.J. and Lattanzio, J.C., (1985), A refined method for astrophysical problems, *astronomy and astrophysics*, Vol.149, p.135-143.

14-Batchelor, G. K., (1967), *Introduction to fluid dynamics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

15-Monaghan, J. J., (1989), On the problem of penetration in particle methods, *Journal of Computational Physics*, Vol.82 (1), p.1-15.

16-Shao, S., Ji, C., Graham, D.I., Reeve, D.E., James, P.W. and Chadwick, A.J., (2006), Simulation of wave overtopping by an incompressible SPH model, *Coastal Engineering* Vol.53 (9), p.723-735.

17-Colagrossi, A. and Landrini, M., (2003), Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol.191 (2), p.448-475.

18-Dalrymple R.A. and Rogers, B.D., (2006), Numerical modeling of water waves with the SPH method, *Coastal Engineering*, Vol.53 (2-3), p.141-147.

19-Martin, J.C. and Moyce, W.J., (1952), Part IV. an experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol.244 (882), p.312-324.

20-Issa, R., (2005), Numerical assessment of the smoothed particle hydrodynamics gridless method for incompressible flows and its extension to turbulent flows, *University of Manchester Institute of Science and Technology*.

21-Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., (1991), *Water wave mechanics for engineers and*

22-Sub Particle Scale(SPS)

23-Delta Function

24-Strain tensor

25-Large Eddy Simulation (LES)

26-Martin and Moyce

27-Outskirt decay coefficient

28-Li and Raichlen

29-Plunging jet tip

30-Incompressible SPH

## ۶- مراجع

1-Harlow, F. and Welch, E., (1965), Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, Vol.8 (12), p.2182-2189.

2-Hirt, C. W. and Nichols, B. D., (1981), Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39 (1), p.201-225.

3-Chan, R. K. C. and Street, R. L., (1970), A computer study of finite-amplitude water waves, *Journal of Computational Physics*, Vol. 6 (1), p. 68-94.

4-Lin, P. and Liu, P. L. F., (1998), A numerical study of breaking waves in the surf zone, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 359 (1), p. 239-264.

5-Lucy, L., (1977), A numerical approach to testing the fission hypothesis, *The Astronomical Journal*, Vol. 82 (12), p.1013-1024.

6-Gingold, R.A. and Monaghan, J.J., (1977), Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol.181, p.375-389

7-Monaghan, J.J., (1992), Smoothed particle hydrodynamics, *Annual review of astronomy and astrophysics*, Vol. 30, p.543-574.

8-Morris, J.P., Fox, P.J. and Zhu Y., (1977), Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *Journal of computational physics*, Vol.136 (1), p.214-226.

9-Monaghan, J.J. and Kos, A., (1999), Solitary waves on a Cretan beach, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 125 (3), p.145-154.

23-Guizien, K. and Barthelemy, E., (2002), Accuracy of solitary wave generation by a piston wave maker, International Journal of Hydraulic Research, Vol. 40.3, p.321-331.  
24-Li, Y. And Raichlen, F., (2003), Energy Balance Model for Breaking Solitary Wave Runu, Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering, Vol 129.2. p. 47-59.

scientists, Vol.2, World Scientific Pub Co Inc.

22-Khayyer A., Gotoh H. and Shao S.D., (2008), Corrected Incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves, Coastal Engineering, vol.55.3, p.236-250.