

# مدل سازی عددی و آزمایشگاهی تخلیه فاضلاب شهری از تخلیه کننده تک مجرای در محیط دریا

بهاره اصغری<sup>۱</sup>، مهدی حمیدی<sup>۲\*</sup>، بهرام نوایی نیا<sup>۳</sup>، عزیز عباسی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد آب و سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل؛ Basghari8091@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل؛ Hamidi@nit.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد سازه های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل؛ Navayi@nit.ac.ir

<sup>۴</sup> استادیار مهندسی محیط زیست، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل؛ Oabessi@nit.ac.ir

## چکیده

هدف این پژوهش بررسی رفتار جت های با شناوری مثبت پس از شهری در پیکره های آبی ساکن و لایه بندی نشده، با شبیه سازی آن در آزمایشگاه به کمک سامانه اسکن سه بعدی لیزری 3D-LIF و مدل سازی عددی پدیده با نرم افزار FLOW-3D می باشد. شبیه سازی آزمایشگاهی، برای سه جت تخلیه با اعداد فرود ۱۰، ۱۵ و ۲۰ انجام گرفت و با نتایج مدل عددی و نتایج عددی قبلی مقایسه گردید. مسیر حرکت جت، تغییرات غلظت، موقعیت و میزان ترفیق نقطه برخورد نیز تعیین گردید. در مدل عددی از دو مدل آشفتگی K-ε و RNG به منظور ارزیابی صحت مدل عددی در شبیه سازی استفاده شد، که نتایج مدل K-ε به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده و قادر به مدل سازی دقیق تر مسیر حرکت جت نسبت به مدل RNG می باشد. در بررسی با اعداد فرود متفاوت، نتایج در  $Fr=20$  برای همه حالات تجربی و عددی تقریباً یکسان و نشان دهنده افزایش دقت نتایج در مدل عددی با افزایش دبی و عدد فرود و تطابق بهتر با مدل تجربی می باشد.

## اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۴/۰۹

کلمات کلیدی:

شبیه سازی عددی

شناوری مثبت

3D-LIF

FLOW-3D

## Numerical and Laboratory Modeling of Urban Sewage Discharge from Single port outfalls into Marine Environment

Bahare Asghari<sup>1</sup>, Mehdi Hamidi<sup>2\*</sup>, Bahram Navayi Neya<sup>3</sup>, Ozeair Abessi<sup>4</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. student, Babol Noshirvani University of Technology; basghari8091@gmail.com

<sup>2</sup> Assistant Prof, Babol Noshirvani University of Technology; Hamidi@nit.ac.ir

<sup>3</sup> Professor, Babol Noshirvani University of Technology; Navayi@nit.ac.ir

<sup>4</sup> Assistant Prof, Babol Noshirvani University of Technology; Oabessi@nit.ac.ir

### ARTICLE INFO

Article History:

Received: 11 Jan. 2020

Accepted: 29 Jun. 2020

Keywords:

Numerical Simulation

positive buoyancy

3D-LIF

FLOW-3D

### ABSTRACT

The purpose of this paper is to investigate the behavior of positive buoyancy jets of urban wastewater in stationary and non-stratified water bodies using the investigation of the laboratory data acquired by a 3D-LIF laser 3D scanning system and numerical modeling results from the simulation by FLOW-3D software. Laboratory simulation was performed for three discharge jets with Froude numbers 10, 15, and 20, and compared with the results of the numerical model and the previous numerical results. The trajectory of the jet, concentration variations, the position of the impact point, and the rate of dilution at the impact point was determined. In the numerical model, both K-ε and RNG turbulence models were used to evaluate the accuracy of the numerical simulation where the K-ε results were closer to laboratory results and are capable of accurately modeling the jet trajectory than the RNG model. By different Froud numbers, the results at  $Fr = 20$  are almost the same for all experimental and numerical states and indicating that by increasing the discharge and Froud number, the accuracy of the results in the numerical model increases and present closer results to the experimental model.

تخلیه مستقیم فاضلاب در دریا از روش‌های معمول در دفع پساب‌های تولیدی در مناطق ساحلی محسوب می‌گردد. بسیاری از محققان بر این باورند که تصفیه ثانویه فاضلاب، به هزینه و انرژی بالایی نیاز دارد و تولید و دفع لجن باید به طور مداوم تحت کنترل باشد، در صورتی که با طراحی صحیح و مناسب سیستم تخلیه فاضلاب به دریا، می‌توان حجم زیادی از فاضلاب را بدون نیاز به تصفیه ثانویه در محیط‌های با توانایی خود پایایی بالا همانند دریاها آزاد دفع نمود. امروزه تخلیه فاضلاب‌ها در دریا به سه صورت انجام می‌گیرد که عبارتند از: تخلیه مستقیم در ساحل، تخلیه با استفاده از تخلیه‌کننده‌های دریایی کوتاه با احتمال آلوده کردن آب‌های ساحلی و تخلیه با استفاده از تخلیه‌کننده‌های مستغرق که فاضلاب را به مقدار کافی ترفیق و در فاصله مناسب از ساحل پخش می‌کنند [۱]. تخلیه‌کننده‌های مستغرق نوع پرکاربرد از تخلیه‌کننده‌های دریایی هستند که خود شامل دو گروه تخلیه‌کننده‌های تک مجرای و پخش‌کننده‌های چندمجرای می‌باشند. روش تخلیه به خصوصیات هیدرولیکی سازه تخلیه‌کننده، شرایط محیط پذیرنده و نوع فاضلاب خروجی بستگی دارد. فاضلاب‌های خروجی تحت تاثیر سه مرحله، در پیکره‌های آبی پذیرنده انتقال یافته و پخش می‌گردند. مرحله اول، فاز اختلاط اولیه<sup>۱</sup> است که طی آن، شارهای جریان خروجی از تخلیه‌کننده تعیین کننده رفتار جریان می‌باشند. در انتهای ناحیه اختلاط اولیه، آشفتگی ایجاد شده توسط مومنوم اولیه جریان به تدریج از بین رفته و آشفتگی ناشی از خصوصیات پیکره آبی پذیرنده بر آن غلبه می‌یابد [۲-۳]. فاز دوم، ناحیه اختلاط میدان دور<sup>۲</sup> می‌باشد که در آن اختلاط توسط فرآیندهای انتقال و آشفتگی حاکم بر محیط پذیرنده کنترل می‌گردد. فاز سوم و انتهایی اختلاط تحت عنوان محدوده دراز مدت پخش جریان<sup>۳</sup> محدوده‌ای است که طی آن فاضلاب خروجی، توسط نقل و انتقالات بزرگ مقیاس محیط پخش می‌گردد. فاضلاب‌های خروجی ممکن است چگالی بیشتر، برابر یا کمتر از پیکره آبی پذیرنده داشته باشند. به این فاضلاب‌ها به ترتیب فاضلاب‌هایی با شناوری منفی، خنثی و مثبت اطلاق می‌شود. در تخلیه فاضلاب‌ها با شناوری مثبت، به دلیل تخلیه فاضلاب در مجاورت بستر و حرکت آن به سمت سطح ناشی از سبکی نسبی جریان، فاضلاب در نهایت در تماس با اتمسفر قرار گرفته و روی سطح پخش می‌شود [۴].

شارپ (۱۹۷۵) و شارپ و ویاس (۱۹۷۷)، از پیشگامانی بودند که رفتار پساب‌های حرارتی مستغرق تحت عنوان جت‌های شناور را مورد بررسی قرار دادند. مطالعه آن‌ها بر روی رفتار جت‌های شناوری که بلافاصله بالای سطح افقی تخلیه می‌شود تمرکز داشت و مشاهده شد که جریان در این حالت در قسمت اولیه مسیر خود به

عنوان یک جت دیواری رفتار می‌کند [۵-۶]. لین و همکاران (۱۹۷۷)، جت‌های سطحی شناور تخلیه شده به صورت عمود بر جریان محیط را از منظر توزیع دما، در مقاطع عرضی مختلف، مسیر حرکت و پخشیدگی عرضی و عمقی جریان مورد مطالعه قرار دادند. این محققین حداکثر ضخامت جریان را وابسته به عدد فرود دنسیمتریک و به مقدار  $0.5Fr$  مشاهده نمودند [۷]. عبدالواحد (۱۹۸۱)، جت‌های سطحی غیر شناور را در محیط‌های پذیرنده‌ی کم عمق و عمیق مورد مطالعه قرار داد و با بررسی مسیر حرکت، ضخامت و عرض جریان در مقاطع مشخص را بررسی کردند [۸]. رابرتز و همکاران (۱۹۹۷)، برای انجام تحقیقات آزمایشگاهی بر تخلیه‌کننده‌های تک مجرای، از یک فلوم آزمایشگاهی به طول ۶/۱ متر، عرض ۹۱ سانتی‌متر و عمق ۶۱ سانتی‌متر استفاده کردند و با بهره‌گیری از ترکیب روش‌های LIF و ریز کاوشگر هدایت شونده، معادلات پیش‌بینی‌کننده خصوصیات جریان جت‌های سنگین در محیط ساکن را به کمک روش مقیاس طولی و آنالیز ابعادی تعیین نمودند. این محققین با انجام آزمایش‌های خود، معادلات پیش‌بینی‌کننده میزان اختلاط، ارتفاع خیزش و ضخامت جریان در تخلیه جت‌های سنگین از تخلیه‌کننده‌های تک مجرای را برای اولین بار تعیین و ارائه نمودند و بر این باور بودند که اختلاط موثر در تخلیه یک جت سنگین، با ایجاد سرعت بالا هنگام تخلیه و افزایش آشفتگی در جت به وجود می‌آید [۹]. موواد (۱۹۹۸)، با بررسی جت‌های سطحی غیر شناور، پروفیل‌های غلظت و سرعت، خصوصیات اختلاط و نرخ ترفیق را در این جت‌ها مورد مطالعه قرار داد. این محقق عرض و ضخامت جت‌های سطحی را بررسی نمود و نسبت عرض جریان به ضخامت آن را در محدوده‌ی ۱/۲ تا ۳/۶ مورد ارزیابی قرار داد [۱۰]. ژیرکا (۲۰۰۷)، در مطالعات خود دریافت که در محیط‌های ساکن، جریان به دلیل سبکی سیال تماس خود را با سطح حفظ نموده و پس از طی یک ناحیه‌ی جت مانند، تاثیر پخشیدگی ناشی از شناوری در مجاورت سطح گسترش خواهد یافت. همچنین الگوی عمومی حرکت جت‌های شناور سطحی در محیط‌های ساکن را ارائه نمود [۱۱]. کیم و همکاران (۲۰۰۲)، فرآیندهای اختلاط یک جت شناور مستغرق را که با استفاده از یک مدل ترکیبی سه بعدی تخلیه شده بود، بررسی کردند. در مدل ترکیبی ارائه شده، اختلاط اولیه با روش جت انتگرالی و فرایند انتقال-انتشار با استفاده از یک روش ردیابی ذرات، شبیه‌سازی گردید. مدل پیشنهادی آنها در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی تأیید و برای شرایط مختلف اعمال شد. این محققین نتیجه گرفتند که توزیع غلظت افقی و حداقل میزان ترفیق در سطح آب در این مدل شبیه‌سازی شده، به طور کلی مطابق با داده‌های تجربی جمع‌آوری شده بوده است [۱۲]. مائل و مرسی (۲۰۰۶)، از مدل‌های آشفتگی  $k-\epsilon$  استاندارد و  $realizable$   $k-\epsilon$  استفاده نمودند و دقت این مدل‌ها در انواع مختلفی از

بخش آزمایشگاهی نیز به صورت تخلیه جت سبک با عدد فرودهای دنسیمتریک متفاوت در مخزن آب ساکن و بهره‌برداری و ثبت نتایج توسط سامانه 3D-LIF که مجهز به ابزار اندازه‌گیری غلظت در زمان برای بررسی دقیق فرایند اختلاط می باشد، انجام گرفت. بدین منظور، مسیر حرکت جت برای اعداد فرود مختلف، غلظت در امتداد جت و میزان ترقیق در امتداد مسیر و محل نقطه برخورد جت با سطح، استخراج و با داده‌های پیشین مقایسه گردید.

## ۲ - معادلات حاکم

معادلات حاکم بر فیزیک پدیده، معادلات ناویر-استوکس هستند که برای حالت سه بعدی و سیال غیر قابل تراکم ارائه می شوند. معادله پیوستگی به صورت معادله (۱) بیان می‌شود

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (1)$$

که در آن  $V_F$  ضریب حجم آزاد به سمت جریان،  $\rho$  دانسیته سیال و اجزاء سرعت  $(u, v, w)$  در جهات کارتزین  $(x, y, z)$  یا استولنه‌ای  $(r, \theta, z)$  هستند. در مختصات کارتزین،  $R$  برابر ۱ و  $\xi$  برابر صفر است. در مختصات استولنه‌ای  $\xi$  برابر ۱ است. عبارت  $R_{DIF}$  در طرف راست معادله پیوستگی جرم برابر با عبارت پخش آشفتگی است و به صورت معادله (۲) تعریف می‌گردد:

$$R_{DIF} = \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{\rho} A_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial y} \left( v_{\rho} A_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rho} A_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \xi \frac{\rho v_{\rho} A_x}{x} \quad (2)$$

و عبارت  $R_{SOR}$  منبع جرم است که با استفاده از معادله (۳) بیان می‌گردد:

$$\frac{V_F}{\rho c^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u A_x}{\partial x} + R \frac{\partial v A_y}{\partial y} + \frac{\partial w A_z}{\partial z} + \xi \frac{u A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad (3)$$

معادلات حرکت (مومنتوم) برای مولفه‌های سرعت سیال  $(u, v, w)$  در مختصات سه بعدی نیز به صورت معادلات (۴)، (۵) و (۶) تعریف می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \zeta \frac{A_y v^2}{x V_F} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s) \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \zeta \frac{A_y u v}{x V_F} = -\frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial P}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s) \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \quad (6)$$

ستون‌های شناور را مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که مدل  $k-\epsilon$  realizable برای موارد در نظر گرفته شده عملکرد بهتری دارد [۱۳]. کیم و چو (۲۰۰۶)، تخلیه پساب سبک گرمایشی به شکل سطحی و مستغرق در آب‌های کم عمق و عمیق و در حضور جریان‌های محیطی را در نرم افزار FLOW-3D و با استفاده از مدل‌های آشفتگی RNG و  $k-\epsilon$  مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. پاپانیکولا و میچاس (۲۰۰۹)، جت‌های آشفته تخلیه شده در یک محیط آرام همگن را مورد آزمایش قرار دادند. این پژوهشگران ویژگی‌های اختلاط مانند مسیریها، خصوصیات آشفتگی و عوامل ترقیق را ارزیابی کردند [۱۵]. تحقیقات لیو و لام (۲۰۱۵)، برای تخلیه جت دایره‌ای به صورت افقی با ذرات رسوب انجام گرفت. آن‌ها مقایسه فاز مایعات به کمک شبیه‌سازی مدل آشفتگی ادیهای بزرگ<sup>۴</sup> انجام دادند، در حالی که برای محاسبه حرکت ذرات رسوب، از ردیابی ذرات لاگرانژی استفاده گردید [۱۶].

بررسی پژوهشهای ذکر شده نشان می‌دهد، مطالعات موجود در مورد جت‌های آشفته عمدتاً بر رفتار هندسی جریان متمرکز شده است، در حالی که ویژگی‌های اختلاط به‌ندرت مورد بررسی قرار گرفتند. از طرف دیگر با وجود این‌که در حال حاضر جت‌های با شناوری مثبت کاربرد زیادی در سراسر جهان برای تخلیه فاضلاب‌ها دارند، اما تحقیقات اندکی در مورد شبیه‌سازی عددی آنها انجام گرفته است. از این‌رو نیاز به تحقیقات بیشتر در ارتباط با مدل‌سازی عددی جت‌های با شناوری مثبت با استفاده از مدل‌های تجاری و تحقیقاتی که در سال‌های اخیر توسعه داده شده‌اند به طور آشکار احساس می‌گردد. از طرف دیگر، از آنجاکه هدف از طراحی و ساخت تخلیه‌کننده‌ها، ارضای استلنداردهای کیفیت آب از راه افزایش اختلاط اولیه و سرعت بخشیدن به فرآیند انتقال و پخش فاضلاب در محیط دریا با کنترل پارامترهای جریان می‌باشد، با شناخت تخلیه‌کننده‌ها و طراحی مناسب آنها و مدیریت مقدار فاضلاب تخلیه شده، می‌توان میزان اختلاط، مسیر جریان و شکل پلوم آلودگی را کنترل کرد. به این ترتیب با ترقیق مناسب آلاینده‌ها به میزان قابل تحمل محیط پذیرنده، از اثرات نامطلوب زیست محیطی آن کاسته می‌شود و تخلیه پیوسته پساب‌ها در محیط پذیرنده امکان پذیر می‌باشد. تمرکز این پژوهش بر بررسی خصوصیات اختلاطی جریان در تخلیه فاضلاب‌های با شناوری مثبت در محیط‌های ساکن در محدوده میدان نزدیک است که به کمک مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی انجام گرفته است. در بخش عددی عملکرد دو مدل مهم آشفتگی ( $k-\epsilon$  و RNG) در حل معادلات میانگین ناویر-استوکس<sup>۵</sup> مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت و از میان مدل‌های فوق بهترین مدل با مقایسه نتایج شبیه‌سازی با داده‌های آزمایشگاهی انتخاب و مورد استفاده قرار گرفت [۱۷].

$$L_M = \frac{M^{3/4}}{B^{1/4}} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} dFr \quad (10)$$

عدد فرود دنسیمیتریک نیز با استفاده از معادلات (۹) و (۱۰) محاسبه می شود:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{g' \cdot D}} \quad (11)$$

$$g' = g \frac{\rho_a - \rho_0}{\rho_0} \quad (12)$$

که در این معادلات  $U$  سرعت اولیه جت،  $g'$  شتاب گرانش اصلاح شده،  $D$  قطر مقطع جت،  $g$  شتاب گرانش،  $\rho_a$  چگالی محیط و  $\rho_0$  چگالی جت می باشد.

### ۳- مواد و روش ها

#### ۳-۱- مدل آزمایشگاهی

در این پژوهش، از سامانه اسکن سه بعدی لیزری (3D-LIF) توسعه داده شده در آزمایشگاه هیدرولیک-محیط زیست دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل جهت مطالعه رفتار جریان در آزمایشگاه استفاده شده است [۲۰]. این سامانه در زمینه آشکارسازی رفتار پدیده های هیدرولیکی مربوط به سیال متلاطم در محیط زیست مورد استفاده قرار می گیرد و شامل تانک آب شیشه ای، پمپ ها و اتصالات لازم، نازل افقی، سیستم تزریق، منبع تابش لیزر یون- آرگون، دوربین سریع و سامانه ثبت و پردازش داده ها می باشد که در داخل یک اتاق کاملاً تاریک تعبیه شده است. در شکل ۱ نمایی کلی از تجهیزات آزمایشگاهی مورد استفاده در این پژوهش و در شکل ۲ نمای شماتیک این سامانه آورده شده است. این سامانه با تاباندن نور لیزر به جتی از پساب مصنوعی حاوی فلورسنت، اقدام به آشکارسازی رفتار جریان و در نهایت ثبت تصاویر می نماید. تمام آزمایشات این پژوهش در یک مخزن شیشه ای شفاف مستطیل شکل با طول ۱.۶۵، عرض ۰.۸۵ و عمق ۰.۹۵ متر انجام گردید. کف و دیواره های فلوم از شیشه دو لایه با ضخامت دو سانتی متر ساخته شد و در تراز یک متری از سطح زمین جانمایی گردید. منبع پرتو لیزر استفاده شده با نور سبز رنگ و با طول موج ۵۱۴ نانومتر در سمت چپ تانک قرار گرفته است و امکان دسترسی صفحات لیزر به داخل آن را فراهم می کند. این منبع تولید لیزر به منظور کنترل فرآیندهای آزمایش، همراه با یک سیستم کنترلی و دوربین دیجیتال به یک پردازشگر مرکزی متصل شده است. این پرتو می تواند با حرکت به سمت بالا و طرفین صفحات لیزری ایجاد کرده و در فعالیت همزمان با دوربین، اسکن سه بعدی ای از حجم کنترل سیال درون تانک را میسر نماید. برای همه آزمایش ها از آب شهری به عنوان سیال محیط پذیرنده (آب مخزن) استفاده گردید. نازل تخلیه، جت مدوری با قطر داخلی

در معادلات بالا  $G_z$ ،  $G_y$ ،  $G_x$  شتاب حجمی، پارامترهای  $f_z$ ،  $f_y$ ،  $f_x$  شتاب های ناشی از لزجت، و  $b_z$ ،  $b_y$ ،  $b_x$  افت جریان در محیط های دارالی خلل و فرج و عبارت آخر سمت راست مربوط به تزریق جرم در سرعت صفر است. معادله انتقال غلظت نیز در کنار معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس حل می شود. این معادله به صورت رابطه شماره (۷) و (۸) قابل ارائه می باشد:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = D_{eff} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$D_{eff} = \frac{v_t}{Sc_t} + \frac{v}{Sc} \quad (8)$$

در رابطه فوق  $C$  غلظت بر حسب مول بر متر مکعب است که قابل تبدیل به شوری بر حسب گرم بر لیتر) نیز می باشد. همچنین ترم های  $v_t$ ،  $v$ ،  $Sc_t$  و  $Sc$  به ترتیب نرخ پخشیدگی موثر (با بعدی برابر با بعد لزجت سینماتیک و با واحد متر مربع بر ثانیه)، لزجت سینماتیک مولکولی سیال، لزجت آشفته جریان، عدد بی بعد اشمیت مولکولی سیال و عدد بی بعد اشمیت آشفته جریان هستند.

#### ۲-۱- آنالیز ابعادی

جریان جت آشفته تخلیه شده از نازلی با قطر  $d$  و زاویه  $\theta$  نسبت به افق از نظر ابعادی توسط فیشر و همکاران (۲۰۱۳)، مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است [۱۸]. در این جریان اگر سرعت اولیه  $u$  و چگالی آن  $\rho_a$  و چگالی محیط پذیرنده  $\rho_0$  در نظر گرفته شود، جریان را می توان با استفاده از زاویه تخلیه  $\theta$ ، شار حجمی  $Q$ ، شار مومنتوم  $M$  و شار شناوری  $B$  به عنوان پارامترهای اصلی تاثیرگذار مورد بررسی قرار داد. کمیتهای ذکر شده، پارامترهای مستقل هستند و سایر پارامترهای جریان ( $\phi$ ) تابعی از ترکیب آن ها می باشد.

$$\phi = f(Q, M, B, \theta) \quad (9)$$

با کمک تحلیل های ابعادی و ترکیب شارهای شناوری و مومنتوم کمیت  $L_M$  با بعد طول با استفاده از رابطه (۱۰) قابل محاسبه است.  $L_M$  بیانگر فاصله ای است که در آن انتقال از ناحیه غلبه مومنتوم (رفتار جت مانند) به ناحیه غلبه شناوری (رفتار پلوم شکل) اتفاق می افتد. در فاصله  $L_M \ll x$  رفتار جریان توسط مومنتوم جریان خروجی کنترل می شود و در محدوده  $L_M \gg x$  شناوری سیال است که تعیین کننده رفتار جریان می باشد. مقیاس طولی  $L_M$  در بردارنده کمیت های اصلی لازم در تحلیل و بی بعدسازی جریان های آشفته است.  $L_M$  در واقع برابر با عدد فرود دنسیمیتریک  $dFr$  می باشد که در تحلیل های ابعادی برای بی بعدسازی کمیت های با بعد طول مورد استفاده قرار می گیرد.

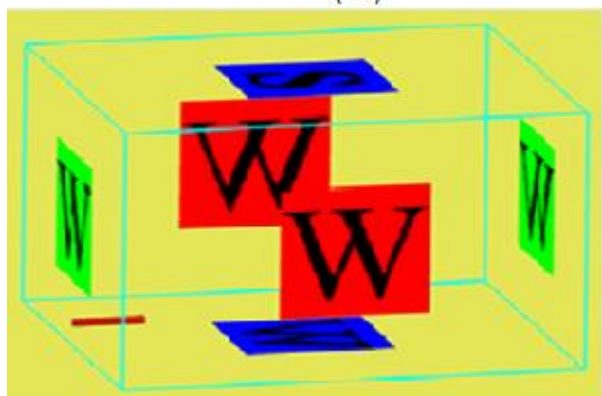
هر دو قالب مختصات کارترزین و استوانه‌ای نوشته شوند. مدل Flow-3D از پنج روش برای حل آشفتگی جریان استفاده می‌کند که عبارتند از: روش طول اختلاط پرانتل، روش یک معادله‌ای انرژی جنبشی آشفتگی، روش مدل دو معادله‌ای K-ε، روش مدل گروه‌های نرمال شده (RNG) و مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES). در این مطالعه از مدل دو معادله‌ای K-ε و مدل RNG برای بررسی شبیه‌سازی جریان‌های متلاطم استفاده گردید [۲۲].

### ۳-۳- شرایط مرزی و مدل آشفتگی

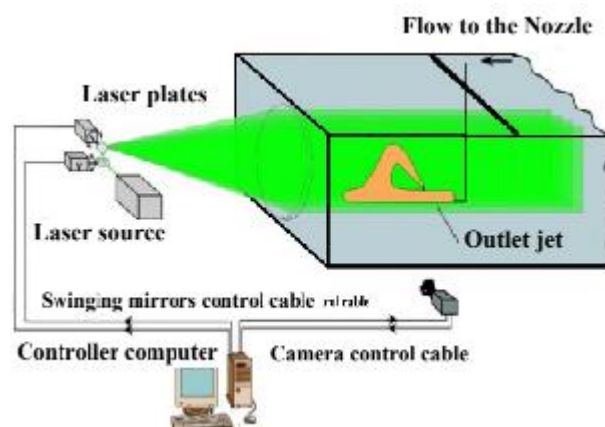
شرایط مرزی کف و دیواره‌های جانبی مخزن، دیوار (wall) در نظر گرفته شد. این شرایط مرزی دقیقاً مشابه یک دیوار عمل می‌کند و می‌تواند بر اساس لغزش یا عدم لغزش جریان روی دیواره مولفه‌های سرعت روی دیواره را معرفی کند. برای سطح آزاد مخزن شرایط متقارن (symmetry) منظور شد که این شرط مرزی در سطح آزاد طوری عمل می‌کند که تا وقتی جریان سیال به این مرز نرسد، شرایط بالای سطح سیال تا بی‌نهایت مشابه شرایط اتمسفر در نظر گرفته می‌شود اما در صورتی که سیال به این مرز برسد، شرایط بیرون شبکه حل را نیز اشباع از سیال خواهد یافت و جریان به صورت تحت فشار عمل خواهد کرد. شکل ۳ نمای شماتیکی از شرایط مرزی و مش بندی مدل عددی را نشان می‌دهد.

شرایط اولیه برای دبی پساب ورودی به مخزن حالت نرخ دبی حجمی انتخاب گردید که برای تعریف دبی ورودی از یک مرز در ارتفاع و جهت دلخواه استفاده می‌شود. برای مقایسه اثر مدل آشفتگی و دقت نتایج برای شرایط مشابه از دو مدل آشفتگی RNG و K-ε برای شبیه‌سازی جریان استفاده گردید. اگرچه نتایج حاصله از این دو مدل آشفتگی تا حد زیادی مشابه هم می‌باشد ولی با اختلاف کمی مدل K-ε نسبت به مدل RNG برای هر سه دبی، نتایج نزدیک‌تری را به نتایج آزمایشگاهی ارائه داد. مدل جریان برای حالت غیرماندگار و برای زمان ۸۰ ثانیه ران شده و نتایج آن استخراج گردید. این زمان بعد از انجام شبیه‌سازیها و مقایسه زمانهای موردنیاز برای رسیدن به پایداری حل و همگرایی جوابهای بدست آمده، انتخاب گردید.

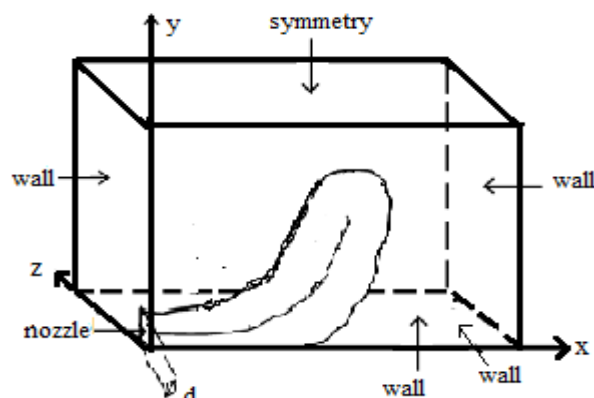
(الف)



۵ میلی‌متر است که به صورت افقی در فاصله ۱۰ سانتی‌متری زیر سطح قرار داده شده است و پساب با غلظت ۳۵ میلی گرم بر لیتر نمک NaCl و غلظت فلورسنت ۳۰۰ میکروگرم بر لیتر با سه دبی ۲۵، ۳۷.۵ و ۵۰ لیتر بر ساعت از نازل به داخل مخزن تخلیه گردید. برای شبیه‌سازی جت با شناوری مثبت در مخزن با قرار دادن نازل در مجاورت سطح و ورود پساب، بدون نیاز به بالابردن چگالی آب محیط یا کاهش چگالی پساب ورودی فرایند تخلیه فاضلاب سبک به صورت معکوس شبیه‌سازی گردید [۱۹].



شکل ۱- نمای کلی از سامانه اسکن لیزری سه بعدی جهت آشکارسازی جریانات آغشته به فلورسنت [۲۰]

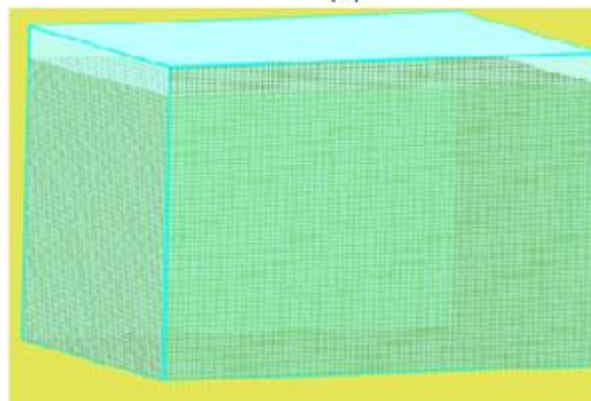


شکل ۲- نمای شماتیک از مسیر حرکت جت

### ۳-۲- مدل عددی

در این پژوهش از نرم‌افزار Flow-3D برای مدل‌سازی عددی جت خروجی جریان با شناوری مثبت استفاده شد. این نرم‌افزار از روش حجم محدود برای حل معادلات حاکم بر جریان و روش حجم سیال برای محاسبه سطح آزاد آب در مجاری باز استفاده می‌کند و قابلیت تحلیل یک، دو و سه‌بعدی جریان را دارد. علت استفاده از این نرم‌افزار، کاربرد بسیار بالای آن در دینامیک سیالات محاسباتی می‌باشد [۲۱]. در این نرم‌افزار از حل معادلات پیوستگی و ناویر استوکس برای پیش‌بینی مشخصات جریان استفاده شده است. شبکه حل در مدل Flow-3D متشکل از سلول‌های مکعب مستطیلی است و معادلات دیفرانسیلی که در این مدل باید مورد حل قرار بگیرند، می‌توانند در

(ب)



شکل ۳- نمای شماتیک (الف): شرایط مرزی، (ب): مش بندی

طراحی تخلیه‌کننده‌های دریایی محسوب می‌گردد. با توجه به نتایج مدل‌سازی‌های عددی و شبیه‌سازی‌های آزمایشگاهی مشاهده می‌شود هرچه شار مومنتم جریان خروجی ( $Fr$ ) بزرگتر شود، زمان و طولی که جت برای رسیدن به سطح آب طی می‌کند افزایش می‌یابد. ترفیق نهایی در انتهای میدان نزدیک نیز تابعی از مسیر جت و خصوصیات محیط (بعنوان مثال عمق آب برای جت‌های شناور) است.

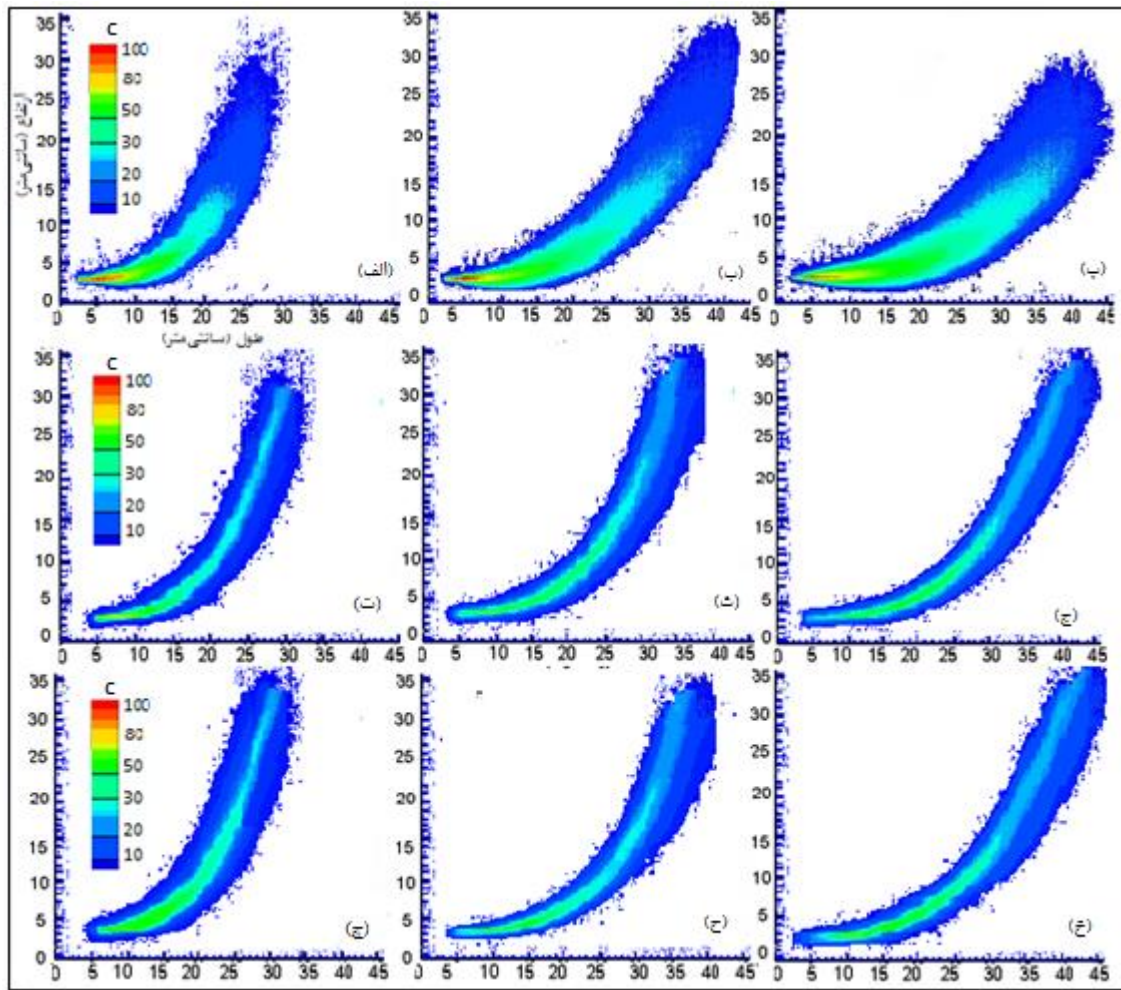
در شکل ۴ مسیر حرکت فاضلاب سبک خروجی از تخلیه‌کننده در محیط ساکن برای عدد فرودهای دنسیتریک متفاوت جریان خروجی به ترتیب برای مدل آزمایشگاهی و ۲ مدل عددی فوق آورده شده است. هنگامی که یک جت شناور افقی در مخزن آب ساکن تخلیه می‌شود، سیال درون مخزن در ناحیه ورودی جت روی آن تأثیر می‌گذارد و باعث تغییر در رفتار جت می‌شود. در فاصله کمی از خروجی نازل، جریان جت تحت تأثیر نیروی مومنتوم قرار می‌گیرد. پس از طی فاصله مشخصی از دهانه نازل، با اضمحلال نیروی مومنتوم جت، نیروی شناوری غالب شده و بر جت تسلط می‌یابد و آن را وادار می‌کند تا به سمت سطح آب حرکت کند. مسیر جت پارامتر بسیار مهمی در طراحی سیستم‌های تخلیه است زیرا مسیری را که از طریق جت طی می‌شود و از آنجا به سطح آب می‌رسد، مشخص می‌کند. ترفیق نهایی در انتهای میدان نزدیک نیز تابعی از مسیر جت و خصوصیات آب محیط (به عنوان مثال عمق آب به ویژه برای جت‌های مثبت شناور) است. با توجه به تصاویر ارائه شده در شکل ۴ مشاهده می‌شود که جت در راستای طول ( $X$ )، در  $Fr=10$  حدود ۳۰ سانتی-متر، در  $Fr=15$  بین ۳۵ تا ۴۰ سانتی-متر و در  $Fr=20$  نزدیک به ۴۵ سانتی-متر مسافت را برای رسیدن به سطح آب طی می‌کند. بررسی مقایسه‌ای این تصاویر، نحوه تغییر مشخصات حرکت ناشی از تغییر شارهای اولیه جریان خروجی را نشان می‌دهد. همچنین از این تصاویر می‌توان دریافت شبیه‌سازی مسیر حرکت جت در مدل عددی، با تقریب بسیار خوبی مشابه نتایج مدل آزمایشگاهی است. همان‌طور که در تصاویر ارائه شده در شکل ۴ مشاهده می‌شود با افزایش سرعت تخلیه، جت ایجاد شده به واسطه مومنتوم اولیه خود مسیر طولانی‌تری را برای رسیدن به مجاورت سطح آب طی می‌کند.

### ۳-۴- معرفی مدل هندسی

در این پژوهش مدل هندسی در نرم افزار Flow-3D به صورت یک مخزن روباز با طول ۱ متر، عرض ۰.۹ متر و ارتفاع ۰.۹ متر با مش بندی منظم در شبکه حل به تعداد ۴۰۰۰۰۰ سلول طراحی شد. داخل مخزن نیز سیال آب با چگالی ۱۰۲۴ کیلوگرم بر متر مکعب و غلظت ۳۵ گرم در هر لیتر مشابه شرایط آب در دریاها آزاد تا ارتفاع ۰.۸ متر فرض شد. پساب خروجی سبک و با چگالی ۹۹۸ کیلوگرم بر متر مکعب و غلظت ۱ گرم در هر لیتر فرض شده و به صورت نازلی دایره‌ای با قطر ۹ میلی‌متر در فاصله ۰.۱ متری از ابتدا مخزن که در وسط عرض تانک در ارتفاع ۰.۰۵ متر از کف تعبیه شده است. در مدل‌سازی عددی جریان، رفتار تخلیه برای دو مدل آشفتگی RNG و K-E هر یک به ازای سه دبی ۳۹.۰۲، ۵۸.۵۲ و ۷۸.۰۲ سانتی‌متر مکعب بر ثانیه مورد بررسی قرار گرفت.

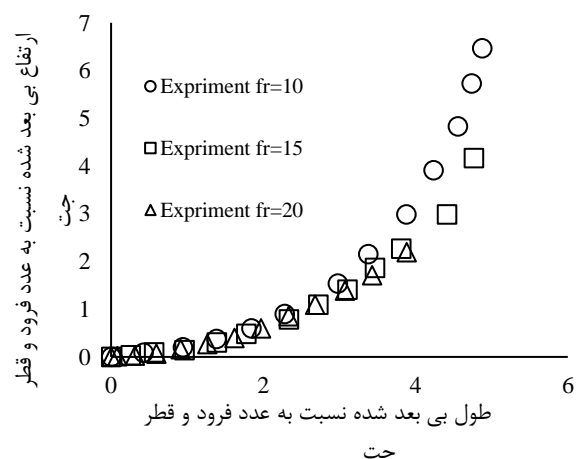
### ۳-۵- نتایج و بحث

هنگامی که یک جت افقی با شناوری مثبت وارد مخزن می‌گردد، محیط ورودی خود را تحت تأثیر قرار داده و سبب تغییر رفتار پیرامون خود می‌شود. سپس با طی مسافت کوتاهی از دهانه نازل، نیروی شناوری بر جت غلبه کرده و جت را وادار به حرکت به سمت سطح می‌کند. آزمایشات انجام شده در این پژوهش که برای سه عدد فرود ۱۰، ۱۵ و ۲۰ انجام گرفته با نتایج شبیه‌سازی عددی مدل‌های آشفتگی K-E و RNG با فرودهای مشابه مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. الگوی حرکت جریان در محیط، پارامتری تعیین‌کننده در



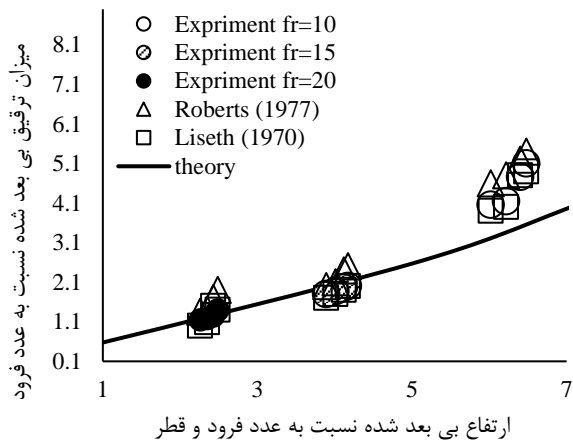
شکل ۴- مسیر حرکت جت، در مدل آزمایشگاهی (الف):  $Fr=10$ ، (ب):  $Fr=15$  و (پ):  $Fr=20$  و در مدل آشفتگی k-ε (ت):  $Fr=10$ ، (ث):  $Fr=15$  و (ج):  $Fr=20$  و در مدل آشفتگی RNG (چ):  $Fr=10$ ، (ح):  $Fr=15$ ، (خ):  $Fr=20$

سه عدد فرود ۱۰، ۱۵ و ۲۰ می‌باشند که نشان می‌دهد جت با افزایش سرعت اولیه و عدد فرود دنسیمتریک به مقدار بیشتری از نازل منحرف می‌شود. از این نتایج می‌توان دریافت وقتی جت در فاصله طولانی‌تری درون آب محیط قرار می‌گیرد، زمان رسیدن به سطح و رقیق شدن افزایش می‌یابد. با افزایش عدد فرود، دبی متناظر با آن‌ها نیز افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد که در شرایط یکسان، جریان خروجی با دبی بیشتر، مسیر طولانی‌تری را برای رسیدن به سطح طی می‌کند.



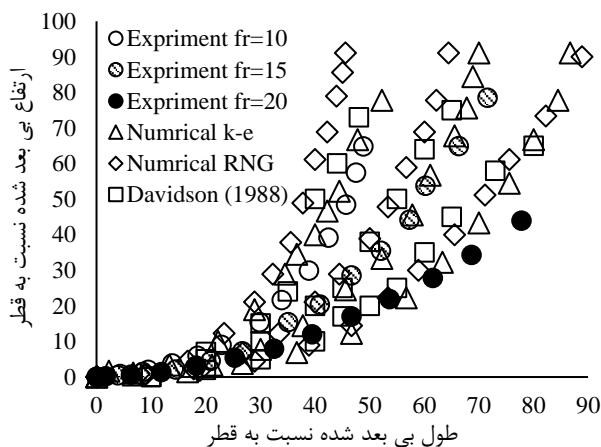
شکل ۵- مقایسه خط مرکزی مسیر حرکت برای مدل آزمایشگاهی

شکل ۵ مقایسه خط مرکزی مسیر حرکت برای اعداد فرود مختلف در مدل آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. نمودارهای ارائه شده در این شکل نمودارهای بی‌بعد شده مسیر حرکت جت نسبت به قطر نازل خروجی و عدد فرود دنسیمتریک برای نتایج مدل آزمایشگاهی در

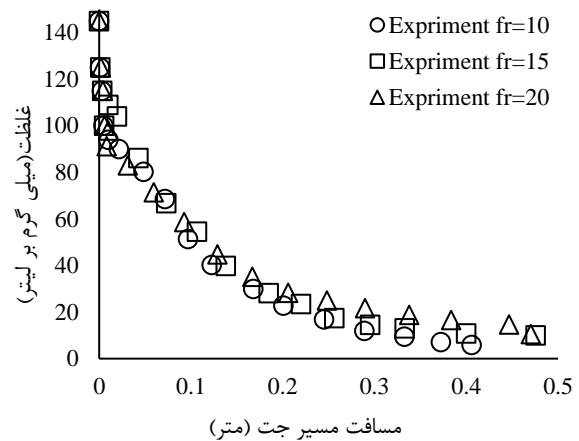


شکل ۷- مقایسه میزان ترقیق در نقطه برخورد مدل آزمایشگاهی با میزان ترقیق در همان نقطه در مطالعات رابرتز و لیست [۹ و ۲۳]

شکل ۷ مقایسه میزان ترقیق در نقطه برخورد مدل آزمایشگاهی با میزان ترقیق در همان نقطه در مطالعات رابرتز و لیست را نشان می دهد. با توجه به این شکل مشاهده می شود موقعیت نقطه برخورد جریان با سطح در تخلیه جت سبک مقداری متغیر بوده که با تغییر دبی و به تبع آن تغییر عدد فرود موقعیت جت خروجی تغییر می یابد. با توجه به این نمودار می توان نتیجه گرفت با افزایش سرعت تخلیه و عدد فرود پساب خروجی، فاضلاب مسیر طولانی تری را برای رسیدن به سطح آب طی می کند، در نتیجه تحت تاثیر ترقیق بیشتری قرار گرفته و با غلظت کمتر و مناسب تری به سطح آب می رسد. از این نتایج می توان برای تعیین عمق قرارگیری تخلیه کننده در محیط دریا استفاده کرد تا با تخلیه پساب سبک در محیط عمیقتر، فاضلاب قبل رسیدن به سطح آب به ترقیق مناسب برسد [۲۳].



شکل ۸- مقایسه خط مرکزی مسیر برای مدل عددی k-E و RNG، مدل آزمایشگاهی و مطالعات دیویدسون [۲۴]



شکل ۶- مقایسه نمودار غلظت در راستای خط مرکزی مسیر حرکت برای مدل آزمایشگاهی

شکل ۶ نمودار غلظت در راستای خط مرکزی مسیر بر حسب عدد فرودهای دنسیتریک مختلف را در مدل سازی آزمایشگاهی نشان می دهد. در تخلیه فاضلاب های سبک، جریان خروجی از جت تخلیه به محض ورود به محیط، تحت تاثیر تنش های برشی شکل گرفته، به وسیله ایجاد آشفتگی، سیال محیط را به درون خود می کشد. ورود سیال محیطی به داخل مسیر جت از مرزهای جریان سبب تغییرات غلظت و کاهش آن در امتداد خط مرکزی جریان می گردد. میزان غلظت در محل ورود فاضلاب به مخزن دارای بیشترین مقدار خود معادل ۳۰۰ میلی گرم بر لیتر می باشد. تغییرات غلظت در راستای مسیر حرکت نشان می دهد که فاضلاب در لحظه تخلیه بر محیط پیرامون خود غلبه داشته و بعد از طی مسافتی تحت تاثیر شرایط محیط پذیرنده خود قرار گرفته و به تدریج غلظت آن کاهش یافته و در نهایت به غلظت محیطی که در آن تخلیه شده است، می رسد. فاصله ای که پساب خروجی بر محیط پذیرنده غلبه دارد و طی آن غلظت پساب در خط مرکزی جریان تغییر نمی کند محدوده شکل گیری جریان در محیط محسوب می شود. در طول این ناحیه که محدود به چند سانتی متر یا میلی متر ابتدای جریان است اثرات آشفتگی ایجاد شده در اطراف جت بر روی آن تاثیری ندارند، اما به تدریج اثر ناپایداری در مرزها به مرکز جریان رسیده و باعث کاهش غلظت آن می شود.

در تخلیه کننده های فاضلاب های سبک، پیش بینی غلظت و موقعیت نقطه برخورد جت با سطح آب به عنوان اولین نقطه تماس فاضلاب با سطح، برای دستیابی به حداکثر ترقیق در این نقطه از اهداف اصلی در طراحی تخلیه کننده های دریایی می باشد.



آزمایشگاهی و تجربی قبلی وجود دارد. مسیر حرکت جت برای مدل عددی در دو حالت K-E و RNG با مدل آزمایشگاهی مقایسه گردید. مقایسه نتایج این دو مدل آشفتگی و نتایج آزمایشگاهی نشان داد مشخص شد نتایج مدل عددی در حالت آشفتگی K-E به نتایج آزمایشها بسیار نزدیکتر است و مدل K-E قادر به مدل سازی دقیق تر مسیر حرکت جت در مقایسه با مدل آشفتگی RNG است. در اعداد فرود دنسیمتریک متفاوت نیز نتایج در  $Fr=20$  برای همه حالات تجربی و عددی تقریباً یکسان و دارای تفاوت بسیار اندک است و نشان دهنده این می باشد که با افزایش دبی و به تبع آن افزایش عدد فرود میزان دقت نتایج در مدل عددی افزایش یافته و با مدل تجربی تطابق بهتری ایجاد می نماید. طبق این نتایج، هرچه شار مومنتم جریان خروجی بزرگتر شود با افزایش سرعت تخلیه، جت ایجاد شده به واسطه مومنتوم اولیه خود مسیر طولانی تری را برای رسیدن به مجاورت سطح طی می کند و پساب بلافاصله بعد از طی مسیر بسیار کوتاهی تحت تاثیر شرایط محیط پذیرنده خود قرار گرفته، غلظت آن کاهش یافته و در نهایت به غلظت محیطی که در آن تخلیه شده است، می رسد. همچنین به دلیل طی کردن مسیر طولانی تری در مخزن برای رسیدن به سطح آب، اثرات تخریب پذیر آن توسط اختلاط در محیط پذیرنده به میزان بیشتری کاهش می یابد.

#### ۵ - تشکر و قدردانی

این پژوهش در قالب پایان نامه دانشجویی و با حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل انجام پذیرفته است.

#### ۶ - کلید واژگان

- <sup>۱</sup>Initial Mixing
- <sup>۲</sup>Far Field Mixing
- <sup>۳</sup>Long Term Flushing
- <sup>۴</sup>Large Eddy Simulation
- <sup>۵</sup>Navier-Stokes (RANS)
- <sup>۶</sup>volume flow rate

#### ۷ - مراجع

1. Roberts, D. A., Johnston, E. L., & Knott, N. A. (2010). *Impacts of desalination plant discharges on the marine environment: A critical review of published studies*. Water research, 44(18), 5117-5128.
2. Roberts, P. J. W. (1989). *Ocean outfalls. I: Submerged waste field formation, II: Spatial evolution of submerged wastefield, III: Effect of diffuser design on submerged wastefield*. J. Hydr. Eng., 115, 1-70.

شکل ۸ مقایسه خط مرکزی مسیر برای مدل عددی k-E و RNG، مدل آزمایشگاهی و مطالعات دیویدسون را نشان می دهد. این نمودار مسیر خط مرکزی جت در مشاهدات آزمایشگاهی را با مطالعات پیشین و نیز شبیه سازی عددی انجام شده برای دو مدل آشفتگی K-E و RNG در سه عدد فرود دنسیمتریک، مقایسه می کند. با توجه به این نتایج می توان دریافت که نتایج آزمایشگاهی بدست آمده دارای دقت بسیار مناسبی می باشد و به مطالعات پیشین بسیار نزدیک بوده است. مدل عددی نیز در مدل سازی مسیر حرکت جت در حالت آشفتگی K-E، نتایج نزدیک تری به مدل آزمایشگاهی نسبت به حالت آشفتگی RNG دارد که نشان می دهد مدل آشفتگی بر روی چگونگی پراکندگی آلاینده تاثیر گذار است و نتایج مدل سازی به نوع مدل آشفتگی انتخابی حساس می باشد. استفاده از مدل آشفتگی K-E با توجه به تغییر عدد فرود دنسیمتریک و افزایش آن، قابلیت بهتری در شبیه سازی مسیر حرکت دارد و دارای نتایج دقیق تر و هزینه محاسباتی معقولانه تر می باشد [۲۴]. همچنین در اعداد فرود دنسیمتریک متفاوت نیز نتایج در  $Fr=20$  برای همه حالات تجربی و عددی تقریباً یکسان بوده و نشان دهنده این است که با افزایش دبی و به تبع آن افزایش عدد فرود دقت نتایج در مدل عددی افزایش یافته و تطابق بهتری با مدل تجربی حاصل می گردد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این پژوهش نتایج حاصل از یک مطالعه تجربی و عددی تخلیه جت سبک در محیط ساکن دریا برای بررسی مسیر حرکت جت و تغییرات غلظت آن در مسیر ارائه گردیده است. هدف این مطالعه بررسی شرایط پخش فاضلاب شهری با شناوری مثبت و مطالعه امکان شبیه سازی عددی رویداد فوق الذکر با استفاده از بسته نرم افزاری FLOW-3D با استفاده از مقایسه نتایج مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی و توسعه کاربرد این گونه مدلسازیها می باشد. در شبیه سازی آزمایشگاهی، سه آزمایش به کمک سامانه 3D-LIF برای سه جت تخلیه با اعداد فرود دنسیمتریک ۱۰، ۱۵ و ۲۰ انجام گرفت تا نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از مدل عددی و نتایج محققان پیشین مقایسه گردد. در این نتایج مسیر حرکت جت، موقعیت نقطه برخورد و میزان ترقیق در آن نقطه تعیین گردید. در مدل عددی نیز از دو مدل آشفتگی K-E و RNG به منظور ارزیابی صحت مدل عددی در شبیه سازی استفاده شد و برای دستیابی به ابعاد مش بندی و زمان اجرا بهینه که دقت و هزینه محاسباتی قابل قبول را دارا باشد، حالت های مختلف بررسی گردید. نتایج شبیه سازی عددی نشان می دهد که مطابقت مناسبی بین این نتایج و نتایج

18. Fischer, H. B., List, J. E., Koh, C. R., Imberger, J., & Brooks, N. H. (2013). *Mixing in inland and coastal waters*. Elsevier.
19. Ghayour, Sh., Hamidi, M. & Abessi, O. (2019), *Laboratory analysis of turbulent flows in submerged wastewater discharge of saltwater and coastal canals*. Oceanographic Research Journal, 10(39), 101-111. (In Persian)
20. Abessi, O., Rahmani Firoozjaee, A., hamidi, M., bassam, M., & khodabakshi, Z. (2020). Three Dimensional Laser Scanning System for Illumination of Fluorescent flow for the Environmental Hydraulic investigations. Journal of Hydraulics, 14(4), 69-81. doi: 10.30482/jhyd.2020.105499
21. Biabani, S., Hamidi, M., & Neyra, B. N. (2019). *Numerical simulation of the Chute Convergence effects on Forming the Transverse Wave in Flood Evacuation Systems*. Journal of Hydraulics, 14(3), 67-84. doi: 10.30482/jhyd.2019.174636.1373
22. Flow3D, Help, Ver. 11.0.4, Flow Science Inc
23. Liseth, P. (1973). *Mixing of merging buoyant jets from a manifold in stagnant receiving water of uniform density*. In Advances in water pollution research. Proceedings of the sixth international conference. (pp. 921-936).
24. Davidson, M. J. (1989). *The Behaviour of Single and Multiple, Horizontally Discharged, Buoyant Flows in a Non-turbulent Coflowing Ambient Fluid: A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering at the University of Canterbury (Doctoral dissertation, University of Canterbury)*.
3. Roberts, P. J. W. (1989). *Dilution hydraulic model study of the Boston wastewater outfall*. Report Number SCEGIT, 89, 101.
4. Bleninger, T., Niepelt, A., & Jirka, G. (2010). *Desalination plant discharge calculator*. Desalination and Water Treatment, 13(1-3), 156-173.
5. Sharp, J. J. (1975). *THE USE OF A BUOYANT WALL JET TO IMPROVE THE DILLUTION OF A SUBMERGED OUTFALL*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 59(3), 527-534.
6. Sharp, J. J., and Vyas, B. D. (1977). *The buoyant wall jet*. Proc. Inst. Civ.Eng. Part 2 Res. Theory, 63(3), 593-611.
7. Lin, C. Y., Holley, E. R., & Maxwell, W. (1977). *Buoyant surface jets discharged into a strong crossflow*. Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Report Project No B-088-ILL.
8. Abdelwahed, M.S.T., and Chu, V.H. (1981). *Surface jets and surface plumes in cross flows*. journal of hydraulic. 6 (2012) 191-193.
9. Roberts, P. J., Ferrier, A., & Daviero, G. (1997). *Mixing in inclined dense jets*. Journal of Hydraulic Engineering, 123(8), 693-699.
10. Moawad, A. K., & Rajaratnam, N. (1998). *Dilution of multiple nonbuoyant circular jets in crossflows*. Journal of Environmental Engineering, 124(1), 51-58.
11. Jirka, G. H. (2007). *Buoyant surface discharges into water bodies. II: Jet integral model*. Journal of Hydraulic Engineering, 133(9), 1021-1036.
12. Kim, Y. D., Seo, I. W., Kang, S. W., & Oh, B. C. (2002). *Jet integral-particle tracking hybrid model for single buoyant jets*. Journal of Hydraulic Engineering, 128(8), 753-760.
13. Van Maele, K., & Merci, B. (2006). *Application of two buoyancy-modified  $k-\epsilon$  turbulence models to different types of buoyant plumes*. Fire Safety Journal, 41(2), 122-138.
14. Kim, D. G., & Cho, H. Y. (2006). *Modeling the buoyant flow of heated water discharged from surface and submerged side outfalls in shallow and deep water with a cross flow*. Environmental Fluid Mechanics, 6(6), 501-518.
15. Michas, S. N., & Papanicolaou, P. N. (2009). *Horizontal round heated jets into calm uniform ambient*. Desalination, 248(1-3), 803-815.
16. Liu, P., & Lam, K. M. (2015). *Large-eddy simulation of horizontally discharging sediment-laden jets*. Journal of hydro-environment research, 9(3), 388-403.
17. Kheirkhah Gildeh, H., Mohammadian, A., Nistor, I., & Qiblawey, H. (2014). *Numerical modeling of turbulent buoyant wall jets in stationary ambient water*. Journal of Hydraulic Engineering, 140(6), 04014012.