

## تعیین پاسخ سکوهای نیمه مغروق در برابر امواج خطی به روش تقریبی

مهدي شفيعي فر<sup>۱\*</sup>، مهدي عجمي<sup>۲</sup>

۱- دانشيار گروه سازه‌های هیدرولیکی و دریایی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشجوی دوره دکتری سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه تربیت مدرس تهران

## چکیده

ارائه یک روش تحلیلی ساده و سریع برای برآورد مقدار حرکت‌ها و تکانهای سکوهای نیمه‌مغروق بر اساس مفاهیم معادله موريسون، هدف اصلی این تحقیق می‌باشد. امواج به صورت مایل به سکو برخورد کرده، نظریه امواج دامنه‌کوتاه خطی مورد استفاده قرار گرفته‌است. برای محاسبه ضرایب میرایی از داده‌ها و نتایج تجربی و برای ضریب جرم اضافه، ترکیبی از داده‌ها و نتایج تجربی و تئوری مورد استفاده قرار گرفته است. برای سادگی بیشتر از اثرات اندرکنش المانهای نیمه‌مغروق بر میدان سیال اطراف صرفنظر شده است. نادیده گرفتن اثر جریان‌های محیطی بر تغییر پروفیل امواج و نادیده گرفتن تاثیر طیف باد نیز بعنوان فرضیات ساده کننده دیگر لحاظ گردیده اند. با کاربرد روش پیشنهادی امکان تحلیل طیفی بسیار سریع برای تعیین پاسخ سکو در درجات آزادی مختلف بر اساس آمار حالات دریا فراهم شده است. در انتها برای نمایش قابلیت‌های روش پیشنهادی و بررسی صحت نتایج آن، سکوی AKER H-4-2 DP مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته و نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از تحلیل توسط نرم افزار MOSES مقایسه گردیده اند که بیانگر توافق نسبی و تقریباً قابل قبول نتایج می‌باشد.

کلمات کلیدی: پاسخ حرکتی، سکوی نیمه‌مغروق، تحلیل طیفی، روش موريسون، پاسخ حدى

## AN APPROXIMATED METHOD FOR CALCULATION OF SEMI-SUBMERSIBLES RESPONSES IN LINEAR WAVES

Mehdi Shafieefar<sup>1</sup>, Mehdi Adjami<sup>2</sup>

1- Associated Professor, Civil Engineering Department, Tarbiat Modares University

2- PhD student of Hydraulic Structures Engineering, Tarbiat Modares University

## Abstract

Development of a simple fast-solving method based on the popular Morrison approach to prediction of semi-submersibles' motion response is the main purpose of the current work. The oblique seas' hydrodynamic specifications are modeled using small amplitude wave theory. The velocity forces and moments have been shown to be small and are therefore neglected. The damping coefficients are obtained from experimental results while added-mass is evaluated using known experimental and theoretical data. Also the interference effects of the various volume elements of the semi-submersible on the flow field are neglected. Comparison of this approximate method shows quite a good agreement with those carried out by other researcher or softwares except for pitch motion which gives a much higher prediction. Spectral analysis is discussed in detail and is applied in predicting the short-term and long-term extreme motion response. The short-term extreme response is based on 50 and 100 years return design sea states while long-term prediction is based on the anticipated life of the semi-submersible. At the end for verification of the model and for showing the method capabilities, "AKER H-4-2 P" semisubmersible is analyzed. The approximate method results are in good agreement with the output results of MOSES Ultramarine software as shown.

**Keywords:** Semi-submersible, Morison method, Spectral analysis, Extreme response

\* نویسنده مسوول مقاله shafiee@modares.ac.ir

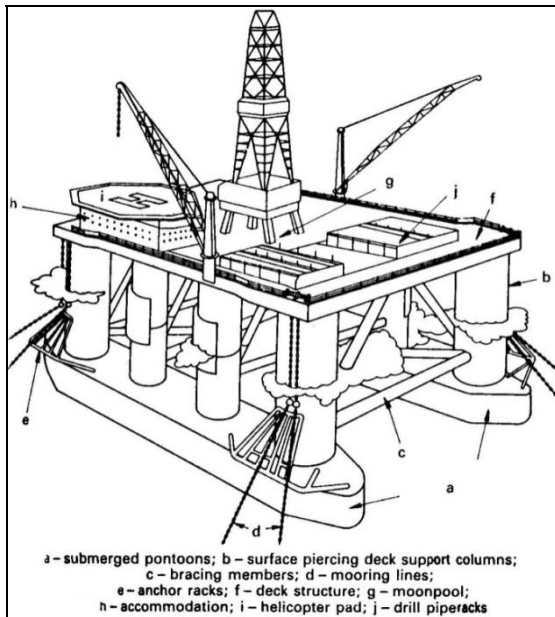
## ۱- مقدمه و معرفی

سکوهای نیمه‌مغروق به آن دسته از سکوهای شناور گفته می‌شود که بخش عمدهٔ بدنهٔ آنها در زیر سطح آب (بصورت مغروق) قرار داشته و دارای سطح مقطع مشترک حداقل با سطح آب هستند (شکل ۱). این مشخصه ساختاری باعث شده تا نسبت به انواع دیگر سکوها کمترین تاثیر را از پدیده‌های سطحی دریا (امواج و جریان‌های محیطی) بپذیرند. این سکوها بعنوان یکی از بهترین گزینه‌ها در عملیات موقت دریایی (مانند حفاریهای اکتشافی) و کار در میدانین کوچک تا متوسط (بدلیل قابلیت جابجایی) بوده و در میان تمامی گزینه‌های شناور و نیمه‌شناور مطرح برای اینگونه موارد، بدلیل دارا بودن حداقل حرکت‌ها و تکانها و حداقل تاثیر پذیری از شرایط حاد محیطی، بعنوان گزینه‌ای شاخص و ممتاز می‌باشند.

مزیت اصلی استفاده از سکوهای نیمه‌مغروق فراهم آوردن شرایطی پایدار برای انجام فعالیت مورد نظر، مثلا حفاری ایمن است که با بهره‌برداری حداکثر (از لحاظ تعداد ساعات و روزهای کاری) و در شرایط حداقل تکان و جابجایی سکو، میسر می‌شود. البته طراحی بهینه سکو و محدود ساختن حرکات یا در حد مجاز نگاه‌داشتن آنها، جهت بهره‌برداری بیشتر و ایمن‌تر مفید خواهد بود. مبحث اخیر، بررسی جامع و مسیوط پاسخ‌ها و نیروهای حدی را می‌طلبد و زمینهٔ طراحی بهینهٔ سکو با اهدافی چون دستیابی به حداقل زمان ازکارافتادگی (Minimum Downtime) یا حداکثر سازگاری با محیط (Maximum Seakeeping) را فراهم می‌آورد.

اهمیت برآورد مقادیر حرکات و تکانها بعنوان یک عامل مهم و مؤثر در طراحی مشهود بوده و محاسبهٔ آنها مخصوصاً در شرایط حدی محیطی (Extreme Conditions) بمنظور یافتن مقادیر حدی پاسخ سکو (Extreme Motion Responses) و طراحی لوازم و تجهیزات فنی (مانند Slip Joints, Heave Compensators و ...)، و در طراحی بهینهٔ بدنه و فرم کلی سکو بمنظور مقابله با این شرایط حدی، لازم و ضروری است. البته بسته به تجربیات بدست آمده در

طول سالیان، دامنه مقادیر حدی پاسخ قابل تحمل و مجاز ارائه شده‌است (جدول ۱) [۱]. بدیهی است هرچه فعالیت سکو در اعماق بزرگتری باشد، ادوات حفاری، توانایی تحمل حرکات و جابجایی‌های افقی (Surge & Sway) بیشتری را خواهند داشت (در حدود ۱٪ عمق آب محل کاربری)؛ هرگونه تجاوز از حدود حرکات مجاز می‌تواند باعث صدماتی در سیستم مهاربندی و ادوات حفاری شود.



شکل ۱- نمایی از یک سکوی نیمه مغروق

در تحقیق حاضر یک فرمولبندی تقریبی جهت محاسبه تقریبی حرکات سکو در پاسخ به امواج با استفاده از معادلات موريسون و فرضیات تئوری نواری (Strip theory) ارائه می‌گردد.

## ۲- فرمولبندی تئوری

در حالت کلی موج مایل برخوردی به سکو مطابق شکل ۲ در نظر است. مختصات ثابت میدان موج  $(X, Y)$  زاویه‌ای برابر با  $\alpha$  با مختصات ثابت متصل به سکو  $(x', y')$  می‌سازد. با فرض سیال غیرقابل تراکم و غیرلزج، پتانسیل سرعت کل میدان سیال بصورت  $\Phi(x, y, z, t)$  قابل تعریف خواهد بود که باید در شرایط مرزی زیر صادق باشد:

جدول ۱- حدود مجاز تکانها و حرکات سکوی نیمه مغروق [۱]

Operation	Duration [%]	Max. heave amplitude [m]	Max. roll/pitch amplitude [degree]	Max. surge/sway amplitude [% of water depth]
Drilling	43.4	1.1-2.5	3-7	5
Running casting	12.5	0.8-1.0	3-4	3
Cementing and well testing	11	0.8-1.7	5-7	--
Blow out preventer and riser handling	9.9	0.4-1.0	1	1

- پتانسیل تشعشعی (Radiation Potential) با توجه به امواج منتشر شده در هر کدام از ۶ درجه آزادی حرکت سکو.
- پتانسیل برخوردی (Incident Potential) با توجه به امواج برخوردی.
- پتانسیل تفرق (Diffraction Potential) با توجه به امواج متفرق شده از بدنه سکو. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_D + \Phi_R \quad (5)$$

با جاگذاری رابطه فوق در شرط مرزی بدنه سکو عبارت زیر حاصل خواهد شد (روی  $S_w$ ):

$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial n} = V_n(P, t) - \frac{\partial(\Phi_I + \Phi_D)}{\partial n}, \quad (6-1)$$

و با بکارگیری رابطه Haskind-Newman [5]، پتانسیل تشعشعی بصورت زیر خلاصه خواهد شد:

$$\Phi_R = \sum_{j=1}^6 (\phi_j(x, y, z) \cdot \xi_j) \quad (6-2)$$

اندیسهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ مربوط به درجات آزادی سکوی نیمه مغروق، یعنی Surge, Sway, Heave, Roll, Pitch, Yaw هستند؛ هر کدام از ۶ پتانسیل رابطه (۶) باید شرایط مرزی یادشده در روابط (۱) تا (۴) را ارضا نماید.

- شرط پیوستگی (Continuity Condition):

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad (1)$$

- شرط مرزی دینامیکی-سینماتیکی سطح آزاد آب (Combined Dynamic-Kinematic) در  $z = 0$  (Free Surface Condition):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

- شرط مرزی بستر دریا (Bottom Boundary Condition) در  $z = -d$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

- شرط مرزی سطح بدنه سکو (Body Boundary Condition) روی  $S_w$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_n(P, t), \quad (4-1)$$

در این روابط  $V_n(P, t)$  مؤلفه نرمال سرعت سیال روی بدنه خیس سکو، مطابق رابطه زیر می‌باشد:

$$V_n(P, t) = \bar{V} \cdot \bar{n} + (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot \bar{n} = \xi_1 \cdot n_1 + \xi_2 \cdot n_2 + \xi_3 \cdot n_3 \quad (4-2)$$

$$+ \xi_4 \cdot (yn_3 - zn_2) + \xi_5 \cdot (zn_1 - xn_3) + \xi_6 \cdot (xn_2 - yn_1)$$

مؤلفه پتانسیل کل مرکب از سه پتانسیل جزئی بصورت زیر می‌باشد:

۱-۱-۲ نیروها و ممانهای تشعشی

اگر در روابط نیرو ممان هیدرودینامیکی یادشده، بخش مربوط به پتانسیل تشعشی  $(\Phi_R)$ ، به تنهایی در نظر گرفته شود و رابطه (۶) نیز مد نظر باشد:

(۱۲)

$$\bar{F}_R = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \cdot \bar{n} \cdot ds = \rho \int_{S_w} \sum_{k=1}^6 \phi_k \cdot \xi_k \cdot \bar{n} \cdot ds$$

(۱۳)

$$\bar{M}_R = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds = \rho \int_{S_w} \sum_{k=1}^6 \phi_k \cdot \xi_k \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds$$

بنابراین مقادیر این نیروها (و بطور مشابه ممانها) برای هر درجه آزادی و بصورت جداگانه عبارتست از:

(۱۴)

$$\begin{aligned} \bar{F}_{Rj} &= \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \cdot n_j \cdot ds, j = 1, 2, \dots, 6 \\ &= \rho \int_{S_w} \sum_{k=1}^6 (-i\omega \phi_k \xi_k) \cdot n_j \cdot ds = \sum_{k=1}^6 (a_{jk} \xi_k + b_{jk} \xi_k) \\ &= -\sum_{k=1}^6 (-\omega^2 a_{jk} - i\omega b_{jk}) \cdot \xi_k \end{aligned}$$

ضرایب  $a_{jk}$  و  $b_{jk}$  به ترتیب نشانگر ضرایب جرم اضافه و میرایی پتانسیل، مطابق روابط زیر می باشند:

(۱۵ و ۱۶)

$$\begin{aligned} a_{jk} &= \text{Re} \left\{ -\frac{\rho}{\omega^2} \int_{S_w} i\omega \phi_k \cdot n_j \cdot ds \right\} \\ b_{jk} &= \text{Im} \left\{ -\frac{\rho}{\omega^2} \int_{S_w} i\omega \phi_k \cdot n_j \cdot ds \right\} \end{aligned}$$

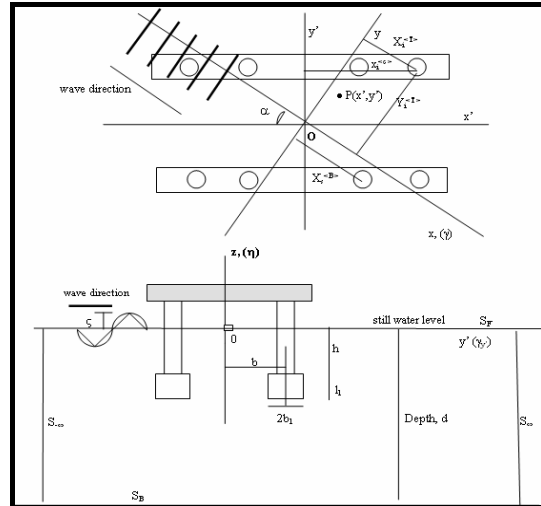
حرکت نوسانی مختلط سکو:  $\xi_j = \xi_j' \cdot e^{-i\omega t}$

۱-۲-۲ نیروها و ممانهای تفرق

باز هم مطابق روابط کلی نیرو و ممان، مقادیر مستقل مرتبط با پتانسیل تفرق عبارتند از:

$$\bar{M}_D = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds \quad \bar{F}_D = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \cdot \bar{n} \cdot ds$$

و



شکل ۲- نمای موج برخوردی به سکو و معرفی پارامترهای مهم

۱-۲-۲ نیروها و ممانهای هیدرودینامیکی

در حالت عمومی بردار نیرو و ممان هیدرودینامیکی وارد بر سکو بصورت زیر می باشد:

(۷)

$$\bar{M} = - \int_{S_w} (P - P_0) \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds$$

(۸)

$$\bar{F} = - \int_{S_w} (P - P_0) \cdot \bar{n} \cdot ds$$

توزیع خطی فشار سیال را نیز می توان مطابق رابطه زیر توصیف نمود:

(۹)

$$P - P_0 = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = -\rho \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} - \rho \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} - \rho \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} - \rho g z$$

بنابراین بردار نیرو و ممان بصورت زیر قابل بازنویسی است:

(۱۰)

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \cdot \bar{n} \cdot ds + \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} \cdot \bar{n} \cdot ds + \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \cdot \bar{n} \cdot ds \\ &+ \rho \int_{S_w} g z \cdot \bar{n} \cdot ds = \bar{F}_R + \bar{F}_I + \bar{F}_D + \bar{F}_S \end{aligned}$$

(۱۱)

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_R}{\partial t} \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds + \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds \\ &+ \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds + \rho \int_{S_w} g z \cdot (\bar{r} \times \bar{n}) \cdot ds \\ &= \bar{M}_R + \bar{M}_I + \bar{M}_D + \bar{M}_S \end{aligned}$$

بنابراین مقادیر نیروها ( و بطور مشابه ممانها)، برای هر درجه آزادی عبارتند از:

(۱۷)

$$\bar{F}_{Dj} = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \cdot n_j \cdot ds$$

استفاده از قانون دوم نیوتون بصورت زیر نوشته خواهد شد:

(۲۱)

$$\sum_{k=1}^6 (M_{jk} \ddot{\xi}_k) = F_E = F_{Rj} + F_{Dj} + F_{Ij} + F_{HRj}$$

اگر اثرات لزجت نیز لحاظ شوند، نیروی (یا ممان) درگ (لزجت) در حالت خطی مطابق زیر می باشد:

• نیروی درگ ناشی از سرعت حرکت ذرات سیال:

(۲۲)

$$F_{Wvj} = \frac{1}{2} \rho \int_{S_w} C_d |\dot{v}_j| \dot{v}_j \cdot n_j \cdot ds = \sigma_{ij} |\bar{v}_j| \bar{v}_j \approx \frac{8}{3\pi} \omega \bar{v}_j^0 \sigma_{ij} \bar{v}_j$$

نیروی درگ ناشی از سرعت حرکت بدنه سکو:

$$F_{Bvj} = -K_{ij} \left| \dot{\xi}_j \right| \dot{\xi}_j \approx -\frac{8}{3\pi} \omega \xi_j^0 K_{ij} \dot{\xi}_j$$

و معادله حرکت بصورت عمومی تر زیر نوشته خواهد شد:

(۲۳)

$$\sum_{k=1}^6 \left\{ (M_{jk} + a_{jk}) \ddot{\xi}_k + (b_{jk} + s_{jk}) \dot{\xi}_k + C_{jk} \xi_k \right\} = F_j$$

$$F_j = \rho \int_{S_w} \left( \frac{\partial \Phi_D}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} \right) \cdot n \cdot ds + \frac{8}{3\pi} \omega \bar{v}_j^0 \sigma_{ij} \bar{v}_j$$

در این رابطه:  $s_{jk} = \frac{8}{3\pi} \omega \xi_j^0 K_{jk} \delta_{jk}$  بعنوان ضریب میرایی لزج،  $\dot{v}_j$  سرعت حرکت ذرات سیال در جهت  $j$ ،  $\sigma_{ij}$  و  $K_{ij}$  ضریب درگ کلی بدنه سکو، برای مد  $j$ ام حرکت هستند.

معادله کامل حرکت (شامل تمام درجات آزادی) بصورت ماتریسی مطابق رابطه زیر خواهد بود:

$$[M'] [\ddot{\xi}] + [b] [\dot{\xi}] + [C] [\xi] = [F] \quad (۲۴)$$

$[M']$  ماتریس جرم، جرم اضافه و ممان اینرسی اضافه؛  $[b]$  ماتریس ضرایب میرایی؛  $[C]$  ماتریس ضرایب نیرو و ممان بازگرداننده و  $[F]$  ماتریس نیروهای خارجی (ناشی از موج برخوردی، متفرق شده و درگ) می باشند.

### ۲-۱-۳- نیروها و ممانهای (ناشی از موج) برخوردی

با توجه به رابطه عمومی نیروها و ممانهای هیدرودینامیکی، مقدار نیروی موج (و بطور مشابه ممان) برخوردی مطابق رابطه زیر خواهد بود:

(۱۸)

$$\bar{F}_{Ij} = \rho \int_{S_w} \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} \cdot n_j \cdot ds$$

که پتانسیل امواج برخوردی با استفاده از نظریه امواج خطی دامنه کوتاه (ایری) بصورت زیر می باشد:

(۱۹)

$$\Phi_I = -i \frac{g \zeta}{\omega} \frac{\text{Cosh}[k(d+z)]}{\text{Cosh}(kd)} \cdot e^{i\{k[x' \cdot \text{Cos}(\alpha) - y' \cdot \text{Sin}(\alpha)] - \omega t\}}$$

### ۲-۱-۴- نیروها و ممانهای بازگرداننده

بدست آوردن مقادیر نیروها و ممانهای بازگرداننده هیدرواستاتیکی امری دشوار و پیچیده و خارج از حوصله این نوشتار است [۳] و [۵]؛ مقدار این نیرو (و بطور مشابه ممان) برای هر درجه آزادی، عبارتست از:

(۲۰)

$$F_{HRj} = \int_{S_w} \rho g (z - z_m) \cdot n_j \cdot ds = - \sum_{k=1}^6 C_{jk} \xi_k$$

در این رابطه  $z - z_m$  مقدار جابجایی عمودی بدنه با توجه به حرکت لحظه ای سکو، و  $C_{jk}$  ضریب نیرو یا ممان بازگرداننده سکو با استفاده از قانون Archimidy [۲] می باشد.

### ۲-۲- معادله حرکت

با مشخص شدن مقادیر نیروها و ممانهای وارد بر بدنه سکو، معادله حرکت در درجه آزادی  $j$ ام با

(۲۹)

$$(I_{\theta} + a_{55})\ddot{\xi}_5 + (b_{55} + s_{55})\dot{\xi}_5 + c_{55}\xi_5 = F_5$$

• معادله حرکت در جهت Yaw:

(۳۰)

$$(I_{\psi} + a_{66})\ddot{\xi}_6 = F_6$$

برای حل معادلات حرکت بالا، ابتدا لازم است مقادیر ضرایب هیدرودینامیکی، جرم و ممان اینرسی اضافه، ضرایب میرایی و نیروها و ممانهای خارجی (ناشی از پتانسیل امواج برخوردی، تفرق و تشعشعی) را بدست آورد. روش تابع گرین در اینگونه موارد کاربرد وافی دارد. در ادامه روشی ساده، مبتنی بر فرضیات تقریبهای ساده کننده ولی منطقی ارائه می شود.

### ۲-۳- تعیین ضریب میرایی

ضریب میرایی، خود شامل سه مؤلفه جداگانه است، میرایی پتانسیل ( $b_{jj}$ )، میرایی لزج ( $S_{jj}$ ) و میرایی موج. می توان میرایی پتانسیل را با کاربرد معادله (۱۶) به روش عددی محاسبه کرد، ولی استفاده از روند تجربی که اثرات لزجت را نیز بطور همزمان در نظر می گیرد درعین سادگی، از دقت بالاتری برخوردار است. محاسبات در حالت آرام آب (SWL) و فرکانس طبیعی سکو در درجه آزادی مورد نظر انجام گرفته و مولفه میرایی موج قابل صرف نظر فرض می شود. میرایی از رابطه فرکانسی-کاهشی  $z = z_0 \cdot e^{-\chi_j \omega_n t}$  تبعیت می کند.

بنابراین فاکتور میرایی مد زام حرکت ( $\chi_j$ ) مطابق

$$\text{رابطه ی } \chi_j = \ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right) / \sqrt{\left[\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\right]^2 + 4\pi^2}$$

و ضریب میرایی در فرکانس طبیعی زامین مد حرکت بصورت زیر است:

$$b_{jj} + s_{jj} = 2(M_{jj} + a_{jj})\omega_{jj}\chi_j \quad (۳۱)$$

در مورد سکوه های نیمه مغروق معمول که دارای دو محور تقارن در راستای طولی و عرضی هستند، می توان برای سادگی بیشتر معادله ماتریسی فوق را به چهار گروه جداگانه و مستقل، تقسیم نمود؛ گروه اول، معادله حرکت در درجات آزادی وابسته Sway و Roll، گروه دوم، معادله حرکت در درجات آزادی وابسته Surge و Pitch و گروه های سوم و چهارم، معادله حرکت Heave و Yaw می باشند (شکل ۳). با فرض ناچیز بودن اثرات میرایی در درجات آزادی Surge و Sway و Yaw، صرف نظر از تاثیر حرکت انتقالی Surge روی حرکت دورانی Pitch و بالعکس، می توان معادلات حرکت ساده شده سکو را مطابق روابط زیر نوشت:

• معادله حرکت در جهت Heave:

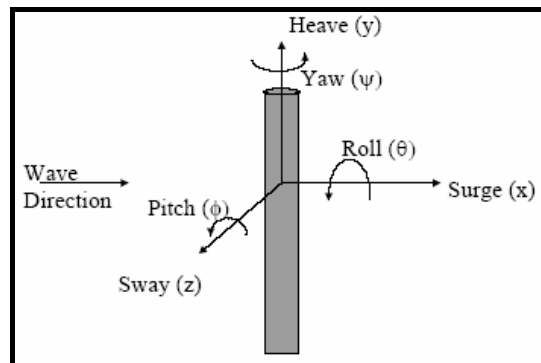
$$(M + a_{33})\ddot{\xi}_3 + (b_{33} + s_{33})\dot{\xi}_3 + c_{33}\xi_3 = F_3 \quad (۲۵)$$

• معادله حرکت در درجات آزادی وابسته Sway و Roll:

$$(M + a_{22})\ddot{\xi}_2 + a_{24}\ddot{\xi}_4 = F_2 \quad (۲۶)$$

(۲۷)

$$(I_{\varphi} + a_{44})\ddot{\xi}_4 + a_{42}\ddot{\xi}_2 + (b_{44} + s_{44})\dot{\xi}_4 + c_{44}\xi_4 = F_4,$$



شکل ۳- درجات آزادی انتقالی و دورانی برای اجسام شناور

• معادله حرکت در جهت Surge:

$$(M + a_{11})\ddot{\xi}_1 = F_1 \quad (۲۸)$$

• معادله حرکت در جهت Pitch:

#### ۴-۲- تعیین جرم اضافه و ممان اینرسی اضافه

ضرایب جرم و ممان اینرسی اضافه نیز از معادله (۱۵) قابل استخراج هستند، اما محاسبات عددی پیچیده و طولانی حل این رابطه، استفاده از یک روش ساده دیگر که مانند بخش قبل فرآیندی تجربی-تئوری باشد را می‌طلبد. در این بخش، روش Strip Theory که در مورد یک استوانه بطول بینهایت اعمال می‌شود، قابل پیشنهاد است [۴]. در این روش با فرض بدنه و المانهای باریک و بلند و صرفنظر از اثرات سطح آزاد و اندرکنش ستونها و پنتونها، مقادیر ضرایب جرم و ممان اینرسی اضافه بدست می‌آیند.

#### ۵-۲- تعیین نیروها و ممانهای محرک

مطابق بحثهای قبل، نیروها و ممانهای خارجی محرک شامل سه گروه ناشی از موج برخوردی، متفرق شده و درگ می‌باشد. نیرو و ممان تفرق را می‌توان در صورت بزرگ بودن طول موج در برابر ابعاد بدنه ( $d/\lambda \leq 0.2$ ) با نیرو و ممان ناشی از شتاب (سیال و سکو) جایگزین کرد. نیروی شتاب از ضرب جرم اضافه مرتبط با حجم و اندازه المان موردنظر در شتاب متوسط سیال در تماس با آن المان، و انتگرالگیری از حاصلضرب در کل حجم المان (یا حجم قسمتی از آن

که مدنظر است) بدست می‌آید. نیروی لزجت یا درگ در مقایسه با مؤلفه‌های نیروی اینرسی بسیار کوچک بوده و بشرط کوچک بودن نسبت ابعاد سازه به ارتفاع موج ( $d/H \leq 0.125$ ) قابل صرفنظر کردن است. جهت صحت محاسبات دامنه فرکانس که در بخشهای بعد انجام می‌شود، لازم است محاسبه نیروهای مختلف با فرض ثابت بودن سکو در یک نقطه ثابت (صرفنظر از اثرات تغییر موقعیت آنی) انجام شود. ضمناً فرض بر آنست که سرعت جریان به اندازه کافی کم است و پروفیل حرکت موج را تحت تاثیر و تغییر قرار نمی‌دهد، بنابراین تاثیر جریان در نیرو و ممانهای محرک دینامیکی در اینجا قابل صرفنظر کردن است. به همین صورت بدلیل سهم تاثیر ناچیز فرکانس محرک باد در حرکت آزاد و بی‌قید بدنه مغروق سکو، تاثیر دینامیکی باد نیز در محاسبات وارد نمی‌شوند.

با این فرضیات و استفاده از معادلات (۱۷) و (۱۸) و فرض طول بلند موج (نسبت به ابعاد المانها)، نیروها و ممانهای محرک مؤثر بر بدنه سکو (با  $N$  ستون نیمه‌مغروق و ۲ پنتون مغروق) در درجات آزادی مختلف بشرح زیر هستند:

#### ۱-۵-۲- نیروهای محرک در درجه آزادی انتقالی افقی Surge:

(۳۲)

$$F_1 = F_{x'}(F.K)_1 + F_{x'}(F.K)_2 + F_{x'}(\ddot{\xi}_{x'})_1 + F_{x'}(\ddot{\xi}_{x'})_2$$

در این رابطه :

$F_{x'}(F.K)_1 = X$  نیروی فرود- کرلیف، وارد بر ستونها در جهت  $X$

$F_{x'}(F.K)_2 = X$  نیروی فرود- کرلیف، وارد بر پنتونها در جهت  $X$

$F_{x'}(\ddot{\xi}_{x'})_1 = X$  نیروی ناشی از شتاب افقی سیال، وارد بر ستونها در جهت  $X$

$F_{x'}(\ddot{\xi}_{x'})_2 = X$  نیروی ناشی از شتاب افقی سیال، وارد بر پنتونها در جهت  $X$

$$\bullet F_{x'}(F.K)_1 = -i \frac{4\rho g \zeta \pi [\text{Sinh}(kd) - \text{Sinh}[k(d-h)]] \cdot \text{Cos}(\alpha)}{k \cdot \text{Cosh}(kd)} \left\{ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \left( \text{Cos}(kx_j^{<B>}) + \text{Cos}(kx_j^{<T>}) \right) \cdot J_1(kr_j) \right\} \cdot e^{-i\omega t} \quad (33)$$

$$\bullet F_x(F.K)_2 = -i \frac{8\rho g \zeta \left[ \text{Sinh}[k(d-h)] - \text{Sinh}[k(d-h-l_1)] \right]}{k^2 \cdot \text{Cosh}(kd) \cdot \text{Sin}(\alpha)} \cdot \text{Sin}(kb_1 \text{Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL}{2} \text{Cos}(\alpha)\right) \cdot \text{Cos}(kb \text{Sin}(\alpha)) \cdot e^{-i\omega t} \quad (34)$$

$$\bullet F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_1 = -i \frac{2\rho g \zeta \pi \cdot \text{Cos}(\alpha)}{\text{Cosh}(kd)} \left[ \text{Sinh}(kd) - \text{Sinh}[k(d-h)] \right] \left\{ \sum_{j=1}^{\frac{N}{4}} r_j^2 \cdot \left( \text{Cos}(kx_j^{<T>}) + \text{Cos}(kx_j^{<B>}) \right) \right\} e^{-i\omega t} \quad (35)$$

$$F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_2 = F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_{21} + F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_{22}$$

$$F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_{21} \approx -i 2\rho \pi b_1^2 l_1 C_a g \zeta k \cdot |\text{Cos}(\alpha)| \cdot \text{Cos}(\alpha) \cdot \frac{\text{Cosh}\left[k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right]}{\text{Cosh}(kd)} \cdot \text{Cos}(kb \text{Sin}(\alpha)) e^{-i\omega t} \quad (36)$$

$$F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_{22} \approx i \rho g \zeta C_h l_1^2 \pi \cdot |\text{Sin}(\alpha)| \cdot \text{Sin}(\alpha) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL}{2} \text{Cos}(\alpha)\right) \cdot \text{Cos}(kb \text{Sin}(\alpha)) \cdot e^{-i\omega t} \quad (37)$$

#### ۲-۵-۲- نیروهای محرک در درجه آزادی انتقالی افقی Sway:

$$F_2 = F_y(F.K)_1 + F_y(F.K)_2 + F_y(\ddot{\gamma}_{y'})_1 + F_y(\ddot{\gamma}_{y'})_2 \quad (38)$$

در این رابطه :

$$F_y(F.K)_1 = y \quad -$$

$$F_y(F.K)_2 = y \quad -$$

$$F_y(\ddot{\gamma}_{y'})_1 = y$$

$$F_x(\ddot{\gamma}_{y'})_2 = y$$

$$\bullet F_y(F.K)_1 = i \frac{4\rho g \zeta \pi \left[ \text{Sinh}(kd) - \text{Sinh}[k(d-h)] \right]}{k \cdot \text{Cosh}(kd)} \cdot \text{Sin}(\alpha) \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{N}{4}} r_i \cdot J_1(kr_i) \cdot \left[ \text{Cos}(kX_i^{<T>}) + \text{Cos}(kX_i^{<B>}) \right] \right\} e^{-i\omega t} \quad (39)$$

$$\bullet F_y(F.K)_2 = i \frac{8\rho g \zeta \left\{ \text{Sinh}[k(d-h)] - \text{Sinh}[k(d-h-l_1)] \right\}}{k^2 \cdot \text{Cos}(\alpha) \cdot \text{Cosh}(kd)} \cdot \text{Cos}(kb \text{ Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}(kb_1 \text{ Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL}{2} \text{Cos}(\alpha)\right) \cdot e^{-i\omega t} \quad (40)$$

$$\bullet F_y(\ddot{\gamma}_{y'})_1 = i \frac{2\rho g \zeta k \pi \left[ \text{Sinh}(kd) - \text{Sinh}[k(d-h)] \right]}{\text{Cosh}(kd)} \cdot \text{Sin}(\alpha) \cdot \sum_{i=1}^{\frac{N}{4}} \left\{ \text{Cos}(kX_i^{<T>}) + \text{Cos}(kX_i^{<B>}) \right\} r_i^2 \cdot e^{-i\omega t} \quad (41)$$



$$\bullet F_y(\ddot{\gamma}_{y'})_2 = i\rho g\zeta k\pi l_1^2 C_h \frac{\text{Cosh}\left[k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right]}{\text{Cosh}(kd)} \cdot \text{Cos}(kb\text{Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL\text{Cos}(\alpha)}{2}\right) \cdot |\text{Sin}(\alpha)| \cdot \text{Sin}(\alpha) \cdot e^{-i\omega t} \quad (42)$$

### ۲-۵-۳ نیروهای محرک در درجه آزادی انتقالی عمودی Heave:

$$F_3 = F_z(F.K)_1 + F_z(F.K)_2 + F_z(\ddot{\eta})_1 + F_z(\ddot{\eta})_2$$

در این رابطه:

$$F_z(F.K)_1 = Z \quad ( \quad )$$

$$F_z(F.K)_2 = Z \quad -$$

$$F_z(\ddot{\eta})_{1,2} = Z \quad ( \quad )$$

(43)

$$\bullet F_z(F.K)_1 = \frac{4\rho gL\zeta}{k\text{Cosh}(kd)} \frac{\text{Sin}\left(\frac{kL\text{Cos}(\alpha)}{2}\right) \cdot \text{Cos}(kb\text{Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}(kb_1\text{Sin}(\alpha))}{k^2 \cdot \text{Cos}(\alpha) \cdot \text{Sin}(\alpha)} [\text{Cosh}(k(d-h-l_1)) - \text{Cosh}(k(d-h))] e^{-i\omega t}$$

$$\bullet F_z(F.K)_2 = 2\rho g\zeta k \frac{\text{Cosh}[k(d-h)]}{\text{Cosh}(kd)} \sum_{i=1}^N \left\{ J_0(kr_i) + J_2(Kr_i) \right\} r_i^2 \cdot \left\{ \text{Cos}(kX_i^{<T>}) + \text{Cos}(kX_i^{<B>}) \right\} e^{-i\omega t} \quad (44)$$

$$\bullet F_z(\ddot{\eta})_1 = -4\rho gk\zeta\pi b_1^2 C_v \frac{\text{Sinh}\left[k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right]}{k \cdot \text{Cosh}(kd) \cdot \text{Cos}(\alpha)} \text{Cos}(kb\text{Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL}{2}\text{Cos}(\alpha)\right) e^{-i\omega t} \quad (45)$$

$$\bullet F_z(\ddot{\eta})_2 = \frac{8}{3}\rho g\zeta k \sum_{i=1}^N r_i^3 \left\{ \text{Cos}(kX_i^{<T>}) + \text{Cos}(kX_i^{<B>}) \right\} \frac{\text{Sinh}(k(d-h))}{\text{Cosh}(kd)} \cdot e^{-i\omega t} \quad (46)$$

### ۲-۵-۴ نیروهای محرک در درجه آزادی دوران حول محور افقی، Roll:

$$F_4 = M_\phi(F.K)_1 + M_\phi(F.K)_2 + M_\phi(F.K)_3 + M_\phi(\ddot{\gamma}_{y'})_1 + M_\phi(\ddot{\gamma}_{y'})_2 + M_\phi(\ddot{\eta}) \quad (47)$$

در این رابطه:

$$M_\phi(F.K)_1 = -$$

$$M_\phi(F.K)_2 = -$$

$$M_\phi(F.K)_3 = ( \quad )$$

$$M_\phi(\ddot{\gamma}_{y'})_1 = -$$

$$M_\phi(\ddot{\gamma}_{y'})_2 = -$$

$$M_\phi(\ddot{\eta}) = ( \quad )$$

$$\bullet M_{\varphi}(F.K)_1 = i4\pi\rho g\zeta.P_0.\sum_{i=1}^{\frac{N}{4}}r_i.J_1(kr_i)\left(\cos(kX_i^{<T>}) + \cos(kX_i^{<B>})\right).\sin(\alpha).e^{-i\omega t} \quad (48)$$

$$\bullet M_{\varphi}(F.K)_2 = i\frac{8.\sin(kb_1\sin(\alpha)).\cos(kb\sin(\alpha)).\sin\left(\frac{kL}{2}\cos(\alpha)\right)}{k.\cosh(kd).\cos(\alpha)}\rho g\zeta.P_1.e^{-i\omega t} \quad (49)$$

$$P_1 = \frac{f_1 - h}{k}\sinh[k(d-h)] - \frac{f_1 - h - l_1}{k}\sinh[k(d-h-l_1)] - \frac{1}{k^2}\cosh[k(d-h)] + \frac{1}{k^2}\cosh[k(d-h-l_1)]$$

$$\bullet M_{\varphi}(F.K)_3 = M_{\varphi}(F.K)_{31} + M_{\varphi}(F.K)_{32}$$

$$M_{\varphi}(F.K)_{31} = i\frac{8\rho g\zeta\left[-\cosh[k(d-h-l_1)] + \cosh[k(d-h)]\right]}{\cosh(kd).k^3.\cos(\alpha).\left(\cos^2(\alpha) - 1\right)}.U.\sin\left(\frac{kL}{2}\cos(\alpha)\right).e^{-i\omega t} \quad (50)$$

$$U = b.\sin(kb\sin(\alpha)).\sin(kb_1\sin(\alpha)) - b_1\cos(kb\sin(\alpha))\cos(kb_1\sin(\alpha)) + \cos(kb\sin(\alpha))\sin(kb_1\sin(\alpha))$$

$$M_{\varphi}(F.K)_{32} = i2\rho g\zeta\pi\frac{\sin(\alpha)\cosh[k(d-h)]}{\cosh(kd)}\left\{\sum_{i=1}^{\frac{N}{4}}r_i^2.\left(J_0(kr_i) + J_2(kr_i)\right)\left[X_i^{<T>}\sin(kX_i^{<T>}) + X_i^{<B>}\sin(kX_i^{<B>})\right]\right\}e^{-i\omega t} \quad (51)$$

$$\bullet M_{\varphi}(\ddot{\gamma}_y)_1 = i2\pi\zeta\rho g.\sin(\alpha)P_0.\left\{\sum_{i=1}^{\frac{N}{4}}r_i^2\left(\cos(kX_i^{<T>}) + \cos(kX_i^{<B>})\right)\right\}e^{-i\omega t} \quad (52)$$

$$P_0 = f_1 \tanh(kh) - \frac{(f_1 - h)\sinh(k(d-h))}{\cosh(kd)} - \frac{1}{k} + \frac{1}{k}\frac{\cosh(k(d-h))}{\cosh(kd)}$$

$$\bullet M_{\varphi}(\ddot{\gamma}_y)_2 = -i\left(h + \frac{l_1}{2} - f_1\right)\rho g\zeta\pi^2 C_h\frac{\cosh\left[k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right]}{\cosh(kd).\cos(\alpha)}.\sin\left(\frac{kL}{2}\cos(\alpha)\right)\cos(kb\sin(\alpha)).|\sin(\alpha)|.\sin(\alpha).e^{-i\omega t} \quad (53)$$

$$\bullet M_{\varphi}(\ddot{\eta}) = M_{\varphi}(\ddot{\eta})_1 + M_{\varphi}(\ddot{\eta})_2$$

$$M_{\varphi}(\ddot{\eta})_1 = i4bC_v b_1^2\rho g\zeta\pi\frac{\cosh\left[k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right]}{\cos(\alpha).\cosh(kd)}.\sin(kb\sin(\alpha)).\sin\left(\frac{kL}{2}\cos(\alpha)\right).e^{-i\omega t} \quad (54)$$

$$M_{\varphi}(\ddot{\eta})_2 = -i\frac{8}{3}\rho g\zeta k\frac{\sinh\left(k\left(d-h-\frac{l_1}{2}\right)\right)}{\cosh(kd)}.\sin(\alpha).\sum_{i=1}^{\frac{N}{4}}r_i^3\left(X_i^{<T>}\sin(kX_i^{<T>}) + X_i^{<B>}\sin(kX_i^{<B>})\right).e^{-i\omega t} \quad ( )$$

۲-۵-۵- نیروهای محرک در درجه آزادی دوران حول محور افقی، Pitch:

$$F_5 = M_\theta(F.K)_1 + M_\theta(F.K)_2 + M_\theta(F.K)_3 + M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_1 + M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_2 + M_\theta(\ddot{\eta}) \quad (56)$$

در این رابطه:

$$M_\theta(F.K)_1 = -$$

$$M_\theta(F.K)_2 = -$$

$$M_\theta(F.K)_3 = ( ) -$$

$$M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_1 =$$

$$M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_2 =$$

$$M_\theta(\ddot{\eta}) = ( )$$

$$\bullet M_\theta(F.K)_1 = -i4\rho g \zeta \pi P_0 \cos(\alpha) \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N}{4}} r_j \cdot J_1(kr_j) \left( \cos(kx_j^{<T>}) + \cos(kx_j^{<B>}) \right) \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$P_0 = \frac{f_1}{k} \tanh(kd) - \frac{f_1 - h}{k} \frac{\sinh[k(d-h)]}{\cosh(kd)} - \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2} \frac{\cosh[k(d-h)]}{\cosh(kd)}$$

$$\bullet M_\theta(F.K)_2 = i \frac{-8\rho g \zeta \cdot P_1}{k \sin(\alpha) \cdot \cosh(kd)} \sin\left(\frac{kL}{2} \cos(\alpha)\right) \cdot \cos(kb \sin(\alpha)) \cdot \sin(kb_1 \sin(\alpha)) \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$P_1 = \frac{f_1 - h}{k} \sinh(k(d-h)) - \frac{f_1 - h - l_1}{k} \sinh(k(d-h-l_1)) - \frac{1}{k^2} \cosh(k(d-h)) + \frac{1}{k^2} \cosh(k(d-h-l_1))$$

$$\bullet M_\theta(F.K)_3 = M_\theta(F.K)_{31} + M_\theta(F.K)_{32}$$

$$M_\theta(F.K)_{31} = i \frac{-4\rho g \zeta \cdot \left\{ \cosh(k(d-h)) - \cosh(k(d-h-l_1)) \right\}}{k^3 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cosh(kd)} Q_0 \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$Q_0 = \cos(kb \sin(\alpha)) \cdot \sin(kb_1 \sin(\alpha)) kL \cos(\alpha) \left\{ \cos\left(\frac{kL \cos(\alpha)}{2}\right) - 2 \sin\left(\frac{kL}{2} \cos(\alpha)\right) \right\}$$

$$M_\theta(F.K)_{32} = i \frac{-2\rho g \zeta \pi \cosh[k(d-h)]}{\cosh(kd)} \cos(\alpha) \sum_{j=1}^{\frac{N}{4}} r_j^2 \left( x_j^{<T>} \cdot \sin(kx_j^{<T>}) + x_j^{<B>} \cdot \sin(kx_j^{<B>}) \right) \left[ J_0(kr_j) + J_2(kr_j) \right] e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$\bullet M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_1 = -i2\rho g \zeta \pi \cdot P_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N}{4}} r_j^2 \cdot \left( \cos(kx_j^{<T>}) + \cos(kx_j^{<B>}) \right) \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$P_0 = f_1 \tanh(kd) - (f_1 - h) \frac{\text{Sinh}(k(d-h))}{\text{Cosh}(kd)} - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \frac{\text{Cosh}(k(d-h))}{\text{Cosh}(kd)}$$

$$\bullet M_\theta(\ddot{\gamma}_{x'})_2 = F_x(\ddot{\gamma}_{x'})_2 \cdot (-h - \frac{l_1}{2} + f_1) \quad ( )$$

$$\bullet M_\theta(\ddot{\eta}) = M_\theta(\ddot{\eta})_1 + M_\theta(\ddot{\eta})_2$$

$$M_\theta(\ddot{\eta})_1 = -i2g\zeta k\pi\rho b_1^2 C_v \frac{\text{Sinh}\left[k(d-h-\frac{l_1}{2})\right]}{\text{Cosh}(kd)} \cdot Y_0 \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$M_\theta(\ddot{\eta})_2 = i \frac{8}{3} \rho g \zeta k \frac{\text{Sinh}\left[k(d-h-\frac{l_1}{2})\right]}{\text{Cosh}(kd)} \text{Cos}(\alpha) \left\{ \sum_{j=1}^N r_j^3 [x_j^{<T>} \cdot \text{Sin}(kx_j^{<T>}) + x_j^{<B>} \cdot \text{Sin}(kx_j^{<B>}) \right\} \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$Y_0 = \text{Cos}(kb\text{Sin}(\alpha)) \frac{kL \cdot \text{Cos}(\alpha) \cdot \text{Cos}\left(\frac{kL\text{Cos}(\alpha)}{2}\right) - 2 \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL\text{Cos}(\alpha)}{2}\right)}{k^2 \text{Cos}^2(\alpha)}$$

۲-۵-۶- نیروهای محرک در درجه آزادی دوران حول محور عمودی، **Yaw**:

$$F_6 = M_\psi(F.K)_1 + M_\psi(F.K)_2 + M_\psi(\dot{j})_1 + M_\psi(\dot{j})_2 \quad ( )$$

:

$$M_\psi(F.K)_1 = -$$

$$M_\psi(F.K)_2 = -$$

$$M_\psi(\dot{j})_1 =$$

$$M_\psi(\dot{j})_2 =$$

$$\bullet M_\psi(F.K)_1 = -4\rho g \zeta \cdot \text{Cos}(kb\text{Sin}(\alpha)) \cdot \text{Sin}(kb_1\text{Sin}(\alpha)) \frac{\text{Sinh}[k(d-h)] - \text{Sinh}[k(d-h-l_1)]}{k \cdot \text{Cosh}(kd)} M_0 \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$M_0 = \frac{kL\text{Cos}\left(\frac{kL}{2}\text{Cos}(\alpha)\right) \cdot \text{Cos}(\alpha) - 2 \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL}{2}\text{Cos}(\alpha)\right)}{k^2 \cdot \text{Cos}^2(\alpha)}$$

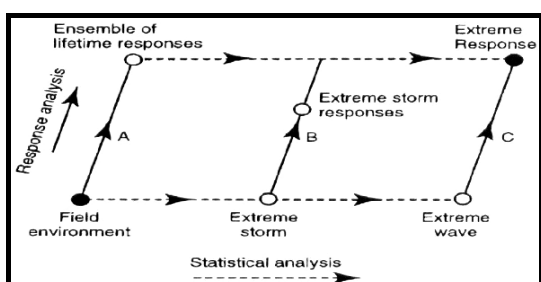
$$\bullet M_\psi(F.K)_2 = V_0 \sum_{n=1}^N J_1(kr_n) \cdot r_n \left\{ Y_n^{<B>} \text{Sin}(kX_n^{<B>}) + Y_n^{<T>} \text{Sin}(kX_n^{<T>}) \right\} \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$V_0 = 4\pi\rho g\zeta \frac{\text{Sinh}(kd) - \text{Sinh}(k(d-h))}{k \cdot \text{Cosh}(kd)}$$

$$\bullet M_{\psi}(\ddot{\gamma})_1 = M_{\psi}(F.K)_2 \quad ( )$$

$$\bullet M_{\psi}(\ddot{\gamma})_2 = \frac{-2\rho g\zeta k\pi C_h l_1^2}{k^2 \text{Cosh}(\alpha)^2} \frac{1}{4} |\text{Sin}(\alpha)| \cdot \text{Sin}^2(\alpha) \cdot \text{Sin}\left(\frac{kL\text{Cos}(\alpha)}{2}\right) \frac{\text{Cosh}\left(k(d-h-\frac{l_1}{2})\right)}{\text{Cosh}(kd)} \mu \cdot e^{-i\omega t} \quad ( )$$

$$\mu = -2 \cdot \text{Cos}(kb \sin(\alpha)) + k \cdot L \cdot \text{Cot}\left(\frac{k \cdot L \cdot \text{Cos}(\alpha)}{2}\right) \cdot \text{Cos}(\alpha) + 2bk \cdot \text{Sin}(kb \cdot \text{Sin}(\alpha)) \cdot \frac{\text{Cos}^2(\alpha)}{\text{Sin}(\alpha)}$$



شکل ۴- مسیرهای انجام تحلیل پاسخ‌های حدی [۶]

روش "C" یعنی تحلیل معین در غالب شرایط به جهت آنکه تعدادی کافی از حالات طراحی را در مرحله دوم خود در نظر نمی‌گیرد و بازه عملکرد محدودی دارد روش خوبی برای کارهای دقیق و علمی نیست. مسیر "A" هم از جهت نیاز به حجم وسیع آمار حالات محیطی (که بسیاری از اوقات در دسترس نیستند) و حجم بالای محاسبات غیر ضروری برای حالات محیطی که صرفاً جنبه تئوری داشته و هیچ گاه عملاً در دریا ظهور نمی‌یابند، روش خوب و سریعی نیست. بنابراین به عنوان یک روش میانه و مناسب می‌توان روش نیمه احتمالاتی یعنی مسیر "B" را معرفی کرد. این روش تا حدودی آمار حالات محیطی (بازه آماری اولیه) را در مرحله اول کاهش می‌دهد تا در مراحل بعد با بررسی و ترکیب حالات کمتری روبرو بوده و سریعتر به شرایط حدی محیطی برسد. در مرحله نهایی تحلیلهای پاسخ انجام شده روی حالات محیطی تا حد امکان محدود شده، و بر پایه این تحلیلهای آماری، مقادیر پاسخ‌های حدی سیستم در درجات آزادی مختلف به دست

### ۳- تحلیل طیفی حرکات سکو

در قسمتهای قبل فرمولاسیون روش تقریبی- تحلیلی پیش‌بینی مقدار حرکات و تکانهای سکو شرح داده‌شد. در ادامه با استفاده از روابط مذکور رفتار یا پاسخ حدی سکو مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای رسیدن به پاسخ حدی طراحی، شناسایی حالات و شرایط حدی محیطی در حالت آمار کوتاه‌مدت و بلندمدت مورد نیاز هستند. پاسخ حدی کوتاه‌مدت مبتنی بر آمار و مشاهدات حالات محیطی طی ساعاتی محدود و پاسخ حدی درازمدت مبتنی بر آمار حالات محیطی در طول عمر مفید سرویس‌دهی سکو می‌باشد.

### ۳-۱- روشهای بدست آوردن پاسخ‌های حدی

در مراجع مختلف برای بدست آوردن پاسخ حدی، مسیرها و روشهای مختلفی ارائه شده‌است [۴] و [۶]. برای بدست آوردن یک تخمین صحیح و منطقی از مقادیر حدی پاسخهای مورد نظر یک سیستم، نیاز به گزینش حالات صحیح طراحی حدی محیطی (Appropriate Design Events) می‌باشد. شکل ۴ نمایی از مسیرهای مختلف و ممکن را نشان می‌دهد [۶]. مسیرهای کاری در این شکل و در دیگر روشهای پیشنهاد شده توسط منابع دیگر، در دو هدف مشترک هستند (۱) تحلیل پاسخ‌های سیستم (۲)، تحلیل آمار و احتمالاتی مقادیر حدی؛ تنها اختلاف این روشها و مسیرهای مختلف، در ترتیب و توالی انجام گامهای نیل به این دو هدف است.

(۷۱)

$$\frac{dQ_n(x)}{dx} = 0 \Rightarrow Q'_1(x) \cdot C_1(x) + (n-1) \cdot [Q_1(x)]^2 = 0$$

اگر آمار کوتاه مدت حالات و وقایع محیطی از فرآیند تصادفی "گاسین" تبعیت کنند، مقادیر اکسترمم امواج از توزیع رایلی پیروی کرده، با فرض رفتار خطی برای سکو، پاسخ آن نیز از توزیع رایلی تبعیت خواهد کرد:

$$Q_1(x) = \frac{x}{m_0} \cdot e^{\frac{x^3}{2m_0^3}} \quad (۷۲)$$

که با فرض مقدار بزرگ برای  $n$  (تعداد مشاهدات)، می توان پاسخ حدی با حداکثر احتمال وقوع را بصورت زیر نتیجه گرفت:

$$\hat{X} = \sqrt{2m_0 \cdot \ln(n)} \quad (۷۳)$$

با استفاده از روابط قبل، قابل دریافت است که حداکثر احتمال وقوع پاسخ حدی (که بیش از آن محتمل نیست) در حدود ۶۳٪ می باشد [۷]؛ با مشاهده این مقدار، عدم وجود حاشیه ایمنی مناسب برای این پاسخ حدی بدلیل درصد احتمال وقوع کم آن وجود نداشته و این پاسخ در یک طراحی مطمئن قابل استناد نیست؛ بنابراین لازم است تا مفهومی جدید به نام پاسخ حدی طراحی مطرح شود که دارای درصد احتمال وقوع بالا (در حدود ۹۹٪) بوده و از این مقدار در طراحی استفاده شود. براین اساس اگر سازه ای به تعداد  $N_e$  مرتبه در معرض حالات حدی محیطی قرار گیرد (در طول عمر مفید)، برای دستیابی به (حداکثر) ۱٪ ریسک تجاوز، فاکتور ریسک باید بر  $N_e$  تقسیم شود؛ بنابراین پاسخ حدی طراحی سیستم عبارت است از [۷]:

$$X_D = \sqrt{2m_0 \cdot \ln\left(\frac{n}{\mu}\right)}, \quad n = \frac{60^2 \cdot T}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (۷۴)$$

مقادیر  $m_0$  و  $m_2$  بترتیب ممان صفرم و دوم طیف پاسخ سکو بوده و از روابط زیر حاصل می شوند:

می آید. مزایای این روش که آن را به دو مسیر قبلی برتری می دهد عبارتند از:

- تعداد حالات محیطی برای انجام تحلیلهای پاسخ نهایی در مرحله آخر تا حد امکان کاهش می یابد.
- عدم نیاز به محدوده وسیع و تعداد زیاد آمار و داده حالات محیطی، به عنوان ورودی اولیه.
- طراح بطور محسوس تر و بیشتری بر روند کار و ترکیب حالات محیطی مختلف و اعمال محدودیتهای لازم روی آنها برای نیل به پاسخ حدی طرح، کنترل و تسلط دارد.

از لحاظ کاربرد روشها و مسیرهای اشاره شده می توان گفت: در مراحل اولیة طراحی (Conceptual Designs) معمولاً از تحلیلهای معین جهت تعیین ابعاد و اندازه های اولیه و تقریبی استفاده می شود. از تحلیلهای نیمه احتمالاتی در مراحل طراحی نهایی و بهینه سازی طرح استفاده شده و تحلیلهای احتمالاتی هم معمولاً جهت انجام تحلیلهای ریسک و کنترل طرح نهایی بکار می روند.

### ۳-۲- تحلیل پاسخ سکو بر اساس آمار کوتاه مدت

رابطه ریاضی بین تابع چگالی احتمالات مقادیر اولیه (آمار حالات محیطی) و تابع چگالی احتمالات مقادیر پاسخ حدی برای  $n$  مشاهده آماری، مطابق زیر می باشد:

$$Q_n(x) = n \cdot Q_1(x) \cdot [C_1(x)]^{n-1} \quad (۷۰)$$

$Q_1(x)$  تابع چگالی احتمالاتی مقادیر آمار حالات محیطی و  $C_1(x)$  تابع تجمعی توزیع این مقادیر می باشد.

پاسخ حدی نیز بصورت "بزرگترین مقداری که بیشترین احتمال وقوع را در بین  $n$  مشاهده دارد"، تعریف شده و بنابراین بصورت مقدار مدی تابع چگالی توزیع ( $Q_n(x)$ ) بیان شده، مقدار آن از رابطه زیر حاصل می شود:

حالات نیز برای تعیین درصد وقوع حالات حدی و ارزیابی جوابها لازم می‌باشد.

- با استفاده از جدول آمار امواج حاصله و انتخاب یک مدل طیفی استاندارد، منحنی یا جدول طیف تمامی حالات محیطی استخراج می‌شوند.
- با استفاده از منحنی‌های طیف حالات محیطی در قسمت قبل، و RAO سیستم، منحنی‌های پاسخ هر حالت و سپس مقدار پاسخ حدی متناظر با هر واقعه محیطی معلوم خواهد شد، سپس با استفاده از مقادیر زمان تداوم یا درصد وقوع حالات محیطی، پاسخ حدی با حداکثر احتمال وقوع و پاسخ حدی طراحی مشخص خواهند شد (برای هر حالت محیطی).
- با رسم منحنی مقادیر پاسخ حدی مربوط به حالات مختلف محیطی (محور Y) در برابر حالات محیطی (محور X)، پاسخ حدی طراحی با بیشترین احتمال وقوع (Highest Most Probable Design Extreme) مشخص می‌شود که بعنوان معیاری مطمئن در طراحی سکو (البته معمولاً در طراحی اولیه یا مفهومی) است.

#### ۴- نتایج و قابلیت های مدل بر اساس تحلیل طیفی

جهت بررسی توانایی روش پیشنهاد شده، داده های اطلاعاتی یکی از سکوی شناور AKER H-4-2 DP ساخته شده توسط شرکت هیوندای کره مد نظر قرار داده شده است [۸]. در شکل ۵ مشخصات عمومی این سکو آمده است. در این بررسی، رفتار کوتاه-مدت سکو به روش پیشنهادی محاسبه گردیده و با نتایج حاصل از تحلیل هیدرودینامیکی توسط نرم افزار MOSES مقایسه گردیده است تا قابلیت و تا حدودی دقت تحقیق حاضر تبیین گردد. نرم افزار MOSES یک نرم افزار جامع تحلیل هیدرودینامیکی سازه های دریایی می باشد که معادلات حاکم را با در نظر گرفتن شرایط مرزی و اندرکنش سازه و امواج حل می کند. تطابق مناسب پاسخ های حاصل از روش پیشنهادی با نتایج این نرم افزار می تواند نشانگر دقت روش باشد.

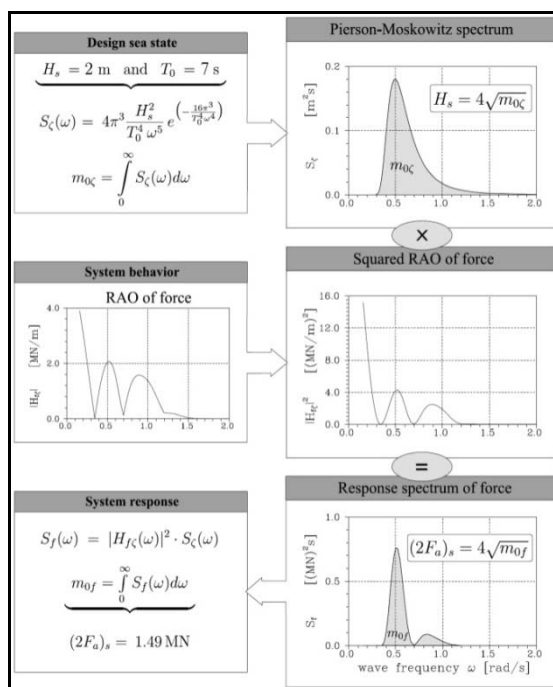
$$m_{n_{s_s}(\omega)} = \int_0^{\infty} \omega^n S_s(\omega) d\omega \quad (75)$$

$$(76)$$

$$S_s(\omega) = |H_{s_s}(\omega)|^2 S_{\xi}(\omega) = \text{RAO}^2 S_{\xi}(\omega),$$

طیف امواج محیطی با استفاده از آمار حالات محیطی و طیف استاندارد (مانند ITTC, JONSWAP, PM, ISSC) بدست می‌آید؛ تابع انتقال یا عملگر دامنه پاسخ (RAO) نیز از روش یاد شده در بخش "فرمول بندی تئوری" حاصل می‌شود.

بدین ترتیب روند محاسبه پاسخ محیطی طراحی بر طبق روش تحلیل طیفی آمار کوتاه مدت حالات محیطی مطابق شکل ۵ و گام های زیر خواهد بود:

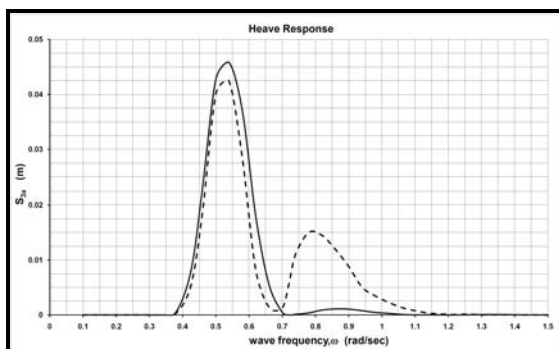


شکل ۵- محاسبه پاسخ سکو به روش طیفی [۹]

- حالت محیطی مدنظر در محل کاربری سکو به همراه مشخصات این رخدادهای محیطی (\$T\_p\$ و \$H\_s\$) مشخص شود. مشخصات سایر وقایع محیطی کوچکتر از حالت مذکور نیز به همراه زمان تداوم یا درصد وقوع آنها در محیط لازم است. چرا که مشخصات این

ضرایب میرایی و جرم اضافه از طرف دیگر باشد. با تغییر ضرایب امکان تطابق بهتر نتایج میسر می باشد. در ضمن در خصوص پاسخ های surge و Pitch قابل ذکر است این دو درجه آزادی دارای همبستگی رفتاری (در مقادیر پاسخ های خود) هستند بدین معنی که باید بصورت همبسته (coupled) حل شوند (البته با فرض فرض ناچیز بودن اثرات میرایی در درجات آزادی Surge و Sway و Yaw و همچنین صرفنظر کردن از تاثیر حرکت انتقالی Surge روی حرکت دورانی Pitch و بالعکس). در این تحقیق ابتدا سعی شد معادلات برای این دو پاسخ بصورت همبسته استخراج گردند؛ ولی در ادامه بخاطر بروز اختلاف های بسیار زیاد بین نتایج، معادلات به صورت غیر همبسته (uncoupled) یعنی بصورت ۲۸ و ۲۹ استخراج گردیدند. این عمل در کنار این واقعیت که در روش حاضر، ضرایب میرایی به جای محاسبه از روش دقیق رابطه (۲۶) از رابطه فرکانسی-کاهشی تبعیت می کند (با فرض قابل صرفنظر بودن مولفه میرایی موج) باعث بزرگ شدن مقادیر پاسخ ها نسبت به نتایج MOSES و خصوصا در این دو درجه آزادی شده است.

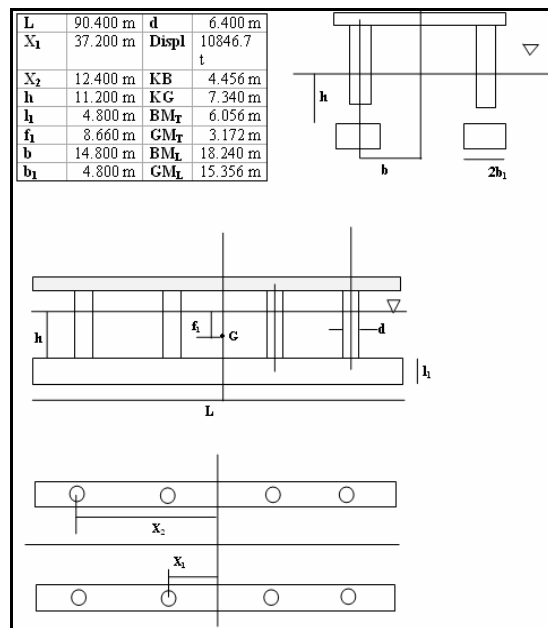
جهت نمایش قابلیت مدل، شدیدترین شرایط محیطی ( $H_s = 11m$ ) در نظر گرفته شده است [۸]. شکل های ۱۱ الی ۱۴ چگونگی تغییرات پاسخ حدی سکوی مورد بررسی را نشان می دهند.



شکل ۷- مقایسه نتایج روش تقریبی و MOSES در درجه آزادی انتقالی Heave

از طیف JONSWAP برای شبیه سازی شرایط محیطی دریا استفاده شده است ( $\gamma = 3.30, \tau_a = 0.07, \tau_b = 0.09$ ) براساس جدول آماری موجود، موجی با  $H_s = 2m, T_p = 7sec$  که دارای درصد وقوع بالایی در آمار محیطی بوده، در نظر گرفته شده است [۸].

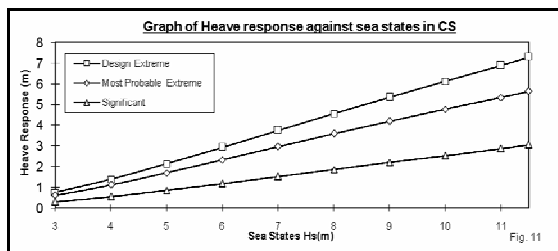
در شکل های ۷ تا ۱۰ مقایسه بین نتایج روش تقریبی و خروجی های نرم افزار MOSES در شرایط کاملا یکسان تحلیل برای درجات آزادی اصلی سکوی (Heave, Pitch, Roll, Sway) ارائه شده است. در این شکل ها، منحنی آبی رنگ مربوط به نتایج MOSES و منحنی صورتی مربوط به نتایج روش تقریبی است. همانگونه که مشاهده می شود توافق نسبی و قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.



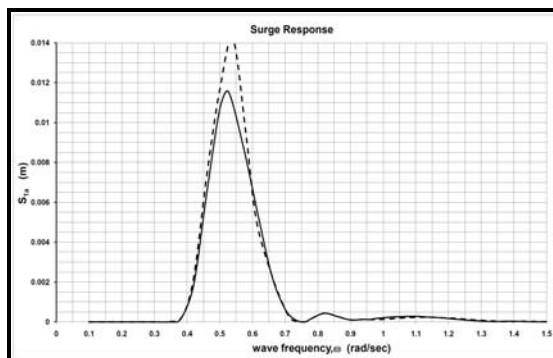
شکل ۶- مشخصات هندسی بدنه سکوی نیمه شناور مورد بررسی

هرچند در روش تقریبی، پاسخ ها در فرکانس پیک بیشتر از نتایج MOSES می باشد که علت آن می تواند ناشی از تقریبی بودن روش پیشنهادی و فرضیات ساده کننده آن که عمدتاً در جهت محافظه کارانه بوده از یک طرف و وابسته بودن نتایج روش به

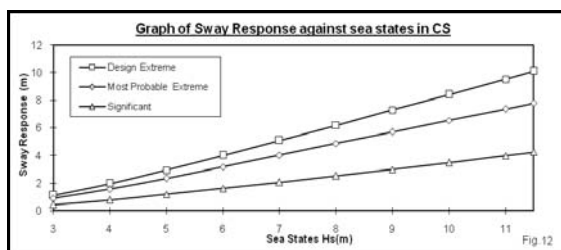




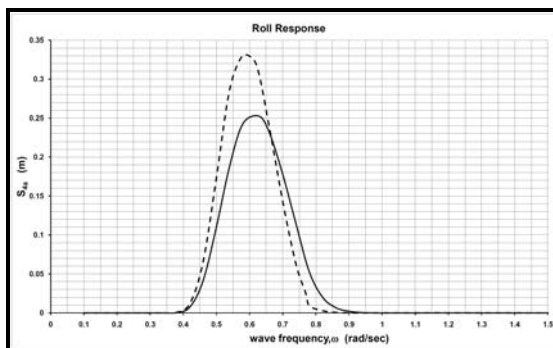
شکل ۱۱- چگونگی تغییرات پاسخ در درجه آزادی Heave



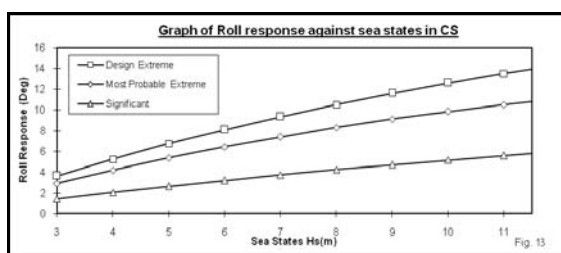
شکل ۸- مقایسه نتایج روش تقریبی و MOSES در درجه آزادی انتقالی surge



شکل ۱۲- چگونگی تغییرات پاسخ در درجه آزادی Sway

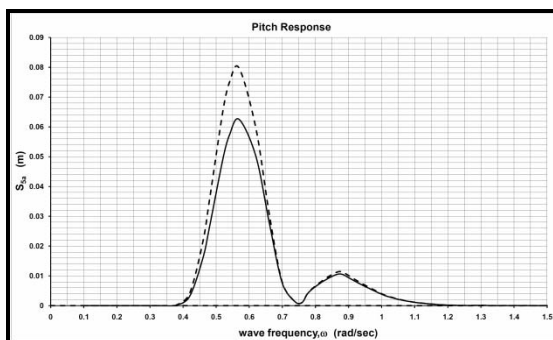


شکل ۹- مقایسه نتایج روش تقریبی و MOSES در درجه آزادی دورانی Roll

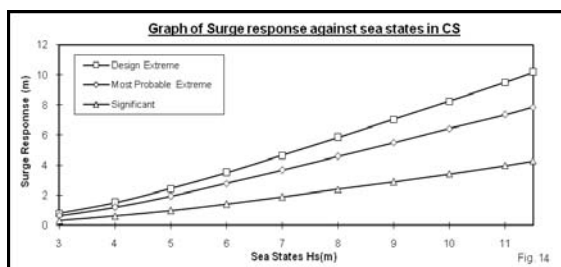


شکل ۱۳- چگونگی تغییرات پاسخ در درجه آزادی Roll

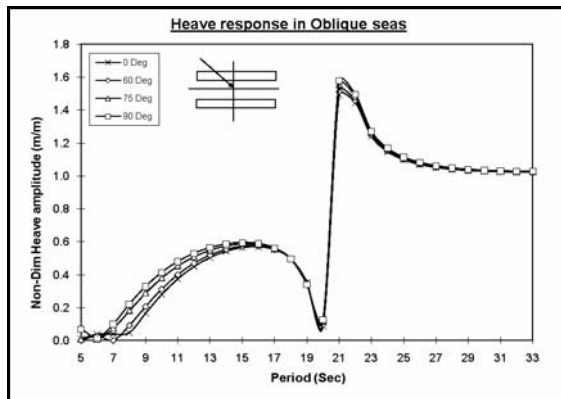
در درجات آزادی Heave, Surge, Sway و Roll پاسخ حدی بصورت خطی با افزایش شدت شرایط محیطی دریا افزوده می شود در حالیکه این تغییرات در درجه آزادی دورانی Pitch بصورت منحنی افزایشی سهموی است.



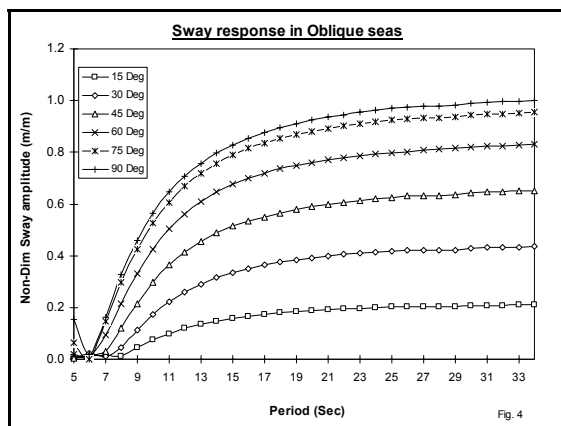
شکل ۱۰- مقایسه نتایج روش تقریبی و MOSES در درجه آزادی دورانی Pitch



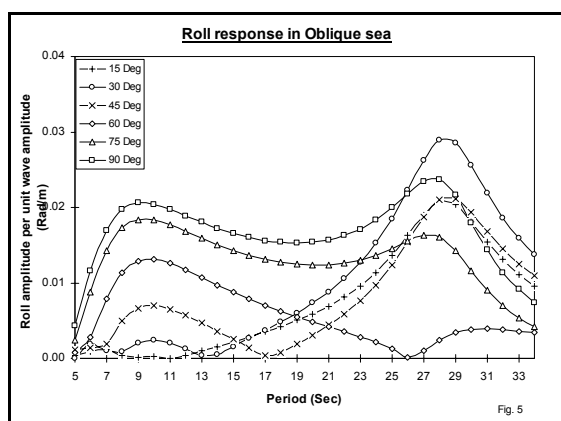
شکل ۱۴- چگونگی تغییرات پاسخ در درجه آزادی Surge



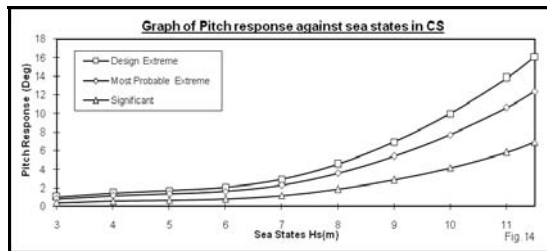
شکل ۱۷- پاسخ Heave تحت برخورد امواج مایل



شکل ۱۸- پاسخ Sway تحت برخورد امواج مایل

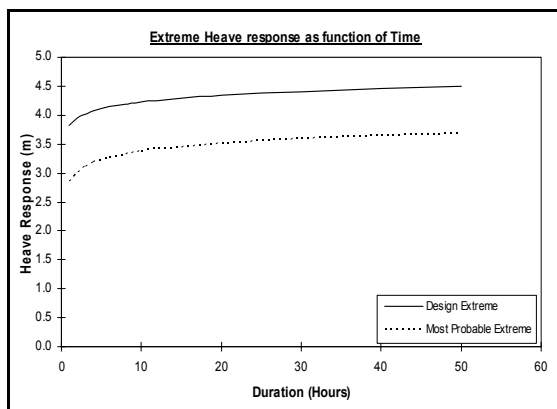


شکل ۱۹- پاسخ در درجه آزادی Roll تحت برخورد امواج مایل



شکل ۱۵- چگونگی تغییرات پاسخ در درجه آزادی Pitch

جهت بررسی تاثیر شرایط دریای طوفانی و مدت زمان آن بر مقادیر پاسخ حدی، منحنی تغییرات پاسخ حدی براساس زمان تداوم طوفان در شکل ۱۶ ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می شود نرخ افزایش سریع مقدار پاسخ حدی در ۵ ساعت اولیه شرایط طوفانی بسیار سریع بوده و بعد از آن این روند افزایشی با زمان، کند خواهد شد تجربه نیز نشان داده است که این پدیده، یک روند عمومی در محاسبه پاسخ های حدی در تمامی شرایط محیطی بوده است [۱] و [۸].



شکل ۱۶- پاسخ حدی درجه آزادی Heave، تابعی از زمان

بعنوان نمونه ای دیگر قابلیت های روش تقریبی ارائه شده، می توان تحلیل حرکات سکو را در جهات مختلف تابش موج بر سکو مد نظر قرار داد. همانطور که در شکل های ۱۷ تا ۲۱ مشاهده می شود، جهت برخورد موج بر سکو تاثیر قابل ملاحظه ای بر میزان حرکات سکو داشته است که البته این میزان در درجه آزادی Heave حداقل می باشد.

زمان تداوم حالت آشفته دریا و جهت برخورد امواج مورد توجه قرار گرفته اند.

مقدار پاسخ حدی برای هر ۴ درجه آزادی در ۵ ساعت اولیه وقوع شرایط شدید دریایی (طوفان) به سرعت افزایش یافته و سپس با سرعت بسیار کمی با افزایش زمان تداوم طوفان افزایش خواهد یافت. به همین دلیل است که پاسخ حدی فقط در شدیدترین شرایط محیطی رخ می دهد حتی اگر زمان تداوم تاثیر نیروهای محیطی در شرایط ملایم تر دریایی بسیار طولانی تر باشد. لازم به ذکر است که این پدیده در مورد تمامی شناورها صادق نیست برای مثال در کشتی ها مقدار شتاب حدی چرخش در حالت طوفانی دریا بدلیل کاهش سرعت و خواص ویژه پاسخ کشتی ها در دریای طوفانی رخ نمی دهد.

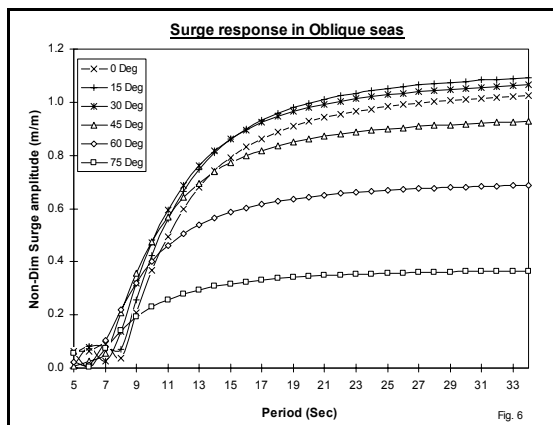
#### ۶- تقدیر و تشکر

ضمن سپاس از همکاری بیدریغ کتابخانه و مرکز اسناد پتروشیمی، به جهت رعایت امانت علمی- تحقیقاتی، سپاسگزار اساتید زیر نیز می باشیم:

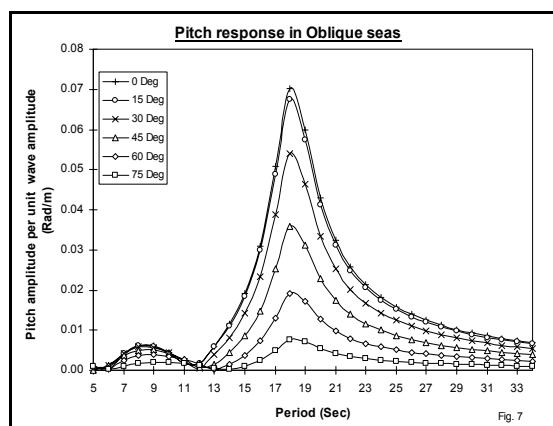
- ۱- آقای دکتر Kamlesh Varyani از دانشگاه Glasgow به جهت در اختیار گذاردن جزوات و دست نوشته های حاوی فرمول های پایه تحلیلی که برخی از آنها در بخش دوم و سوم مورد استفاده قرار گرفته اند.
- ۲- آقای دکتر Wu از Tsuyazaki Sea Safety Research Laboratory of Japan به جهت در اختیار گذاشتن جداول آماری شرایط طراحی محیطی سکوی AKER.

#### ۷- مراجع

- 1-GVA industrial consulting group, "What a contractor learned in north sea Drilling", Ocean Industry Dec. 1972- p.10-12.
- 2-Wu, T.M. and Varyani, K.S., "Motion Dynamics of Semi-Submersibles Catamaran Hulls", Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Glasgow July 1991.
- 3-Chakrabarti, S.K., "Hydrodynamics of Offshore Structures", Computational Mechanics Publications, Springer, 1978.



شکل ۲۰- پاسخ در درجه آزادی Surge تحت برخورد امواج مایل



شکل ۲۱- پاسخ در درجه آزادی Pitch تحت برخورد امواج مایل

#### ۵- بحث و نتیجه گیری

هرچند روش تقریبی و ساده ارائه شده در تحقیق حاضر اندرکنش المان های حجمی مختلف در میدان جریان را به طور کامل و مطابق با تئوری های دقیق در نظر نمی گیرد، ولی همانطور که از نتایج تحلیل طیفی بر می آید به غیر از پاسخ حرکتی در درجه آزادی دورانی Pitch و تا حدی در درجه آزادی انتقالی surge که پیش بینی های خیلی بزرگتری را ارائه می دهند، از توافق نسبتاً خوبی با نتایج نرم افزار MOSES برخوردار هستند.

طیف دو پارامتری JONSWAP برای شبیه سازی شرایط محیطی بکار گرفته شده است. برای محاسبه پاسخ ها، فاکتورهای متنوعی چون درصد وقوع امواج،

7-API Recommended Practice 2FPS; "Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Floating Production Systems" ; First Edition, March 2001 ; American Petroleum Institute.

8-Wu. et al. "Some Experimental Test Results and Scatter Diagrams for Extreme Analysis of AKER H-4-2 DP Semi-submersible", Tsuyazaki Sea Safety Research Laboratory of Japan, 2001-2003.

9-Adjami M., Hydrodynamic Optimization of Semi-submersibles Hull Form Using Genetic Algorithm, MSc. Thesis, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, 2003.

10-Ultramarine Inc.; Reference Manual for MOSES; Copyright Ultramarine, Inc. October 23, 2001.

4-Faulkner, D., Cameron, R.M., Ferguson, A.M.; "Semi-Submersibles, Some Design Considerations", Lectures given for a course in the Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Glasgow, September 1974.

5-Newman, J.N. "Marine Hydrodynamics", M.I.T., Cambridge Press 1977.

6-API Recommended Practice 2T; "Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Tension Leg Platforms" ; Second Edition, August 1997 ; American Petroleum Institute.

## فهرست علائم و نشانه ها

$a_{jk}$ - ماتریس ضرایب جرم و ممان اینرسی اضافه	$F_E$ - نیروی خارجی محرک	$S_s(\omega)$ - طیف پاسخ
$b_{jk}$ - ماتریس ضریب میرایی	$F_D$ - نیروی موج متفرق شده	$S_\zeta(\omega)$ - طیف موج
$b$ - فاصله عرضی بین پنتونها (مركز به مركز)	$F_I$ - نیروی موج برخوردی	$r_i$ - شعاع ستون
$b_l$ - نصف عرض پنتون	$F_{Bv}$ - نیروی درگ ناشی از سرعت سکو	$S_w$ - مساحت قسمتهای خیس بدنه سکو
$C_{jk}$ - ماتریس ضریب نیروی بازگرداننده	$F_{wv}$ - نیروی درگ ناشی از سرعت سیال	$\omega_{jn}$ - پریود طبیعی مد $J$ ام نوسان
$c_a$ - ضریب جرم اضافه برای المان صفحه‌ای در surge	$F.K$ - عدد فرود-کریلف	$\chi$ - فاکتور میرایی
$c_v$ - ضریب جرم اضافه برای المان نواری نازک در heave	$h$ - ارتفاع مغروق ستون	$\zeta$ - دامنه موج
$c_h$ - ضریب جرم اضافه برای المان نواری نازک در surge	$J_n$ - تابع بسل نوع اول از مرتبه $n$	$\zeta_j$ - دامنه مختلط حرکت نوسانی بدنه نیمه‌مغروق
$\epsilon_j$ - زاویه فاز نسبت به موج برخوردی	$k$ - عدد موج	$S.S.C.H$ - بدنه سکوی نیمه‌مغروق
$f_l$ - فاصله $C.G.$ از سطح آزاد آب ( $SWL$ )	$\Phi$ - پتانسیل سرعت	$\bar{n} = n_1\bar{e}_1 + n_2\bar{e}_2 + n_3\bar{e}_3$ - بردار نرمال واحد
$M$ - جرم کل سکوی نیمه‌مغروق	$m_0$ - سطح زیر منحنی طیف موج	$\bar{r} = x\bar{e}_1 + y\bar{e}_2 + z\bar{e}_3$ - بردار مکان
$I_l$ - ارتفاع پنتون	$m_2$ - ممان دوم سطح منحنی طیف موج	$\sigma_{ii}$ - ماتریس ضرایب نرخ تنش در نیروی ناشی از حرکت سیال
$\lambda$ - طول موج	$L$ - طول پنتون	$\chi_{ij}$ - ماتریس ضرایب نرخ تنش در نیروی ناشی از حرکت سکو