# شناسایی رفتار دینامیکی جریان ابرکاواک‌زایی

**رضا معدولیت[۱]، نوروز محمد نوری[۲]، رامین فدائی رودی[۳]***

[۱] دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت؛ r_madoliat@iust.ac.ir
[۲] استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت؛ mnouri@iust.ac.ir
[۳] دانشجوی دکتری، دانشگاه فردوسی مشهد؛ ramin_fadaei@yahoo.com

**اطلاعات مقاله**

*تاریخچه مقاله:*
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۰۶
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۲۱

*کلمات کلیدی:*
ابرکاواک
ناحیه‌ی مجاور
تفکیک به مدهای متعامد(POD)
مد مکانی
همساز کروی

**چکیده**

برای بررسی رفتار جریان ابرکاواک، می‌توان از دیدگاه انرژی به دو قسمت تقسیم کرد. بررسی رفتار ابرکاواک در میدان جریان و در ناحیه‌ی مجاور میدان. از مقدارانرژی موجود در میدان، قسمت اعظمی از آن در میدان جریان محفوظ مانده و مقداری هم به خارج میدان، بصورت نویز یا همان صدا انتشار می‌یابد. در مقاله حاضر ساختارهای منسجم میدان را که به عنوان منابع انرژی در جریان هستند توسط روش POD (تفکیک به مدهای متعامد) تفکیک شده و به نمایش گذاشته می‌شود که به عنوان مدهای مکانی شناخته می‌شوند. جهت بررسی رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور، با تفکیک مدهای مکانی بوسیله‌ی تفکیک هلمهولز، به تابع پتانسیل برداری و تابع پتانسیل اسکالر و مدل کردن قسمت پتانسیل اسکالر به مدهای همسازکروی، رفتار هر مد و در نتیجه رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور را تخمین زد. با بررسی مدهای مکانی، مد اول که بیشترین انرژی را دارد، به عنوان جریان متوسط شناخته می‌شود و با بررسی شدت مدهای همساز کروی می‌توان نشان داد که منبع دوقطبی نماینده‌ی مناسبی برای رفتار میدان در ناحیه‌ی مجاور و در نتیجه رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی دوردست می‌باشد.

# Dynamic Behavior Identification of Cavitating Flow

**Reza Madoliat [1], Norouz Mohammad Nouri [2], Ramin Fadaei Roodi [3*]**

*[1]Associate Prof. of Mech. Eng., Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran; r_madoliat@iust.ac.ir*
*[2] full Prof. of Mech. Eng., Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran; mnouri@iust.ac.ir*
*[3] Ph.D Studen., ferdowsi University of mashhad, mashhad, Iran; ramin_fadaei@yahoo.com*

**ARTICLE INFO**

*Article History:*
Received: 26 May. 2016
Accepted: 11 Dec. 2016

*Keywords:*
Supercavitation
nearby area
Proper Orthogonal Decomposition (POD)
spatial mode
spherical harmonics

**ABSTRACT**

Studying the behaviour of supercavitation from the energy aspect can be divided into two sections. Studying the behavior of supercavitation in the flow field and in vicinity of the flow field. A large portion of field energy is kept in the field, and the rest of it distributed as noise (sound) out of the field. In this paper, harmonious structures of the field which are flowing as energy sources are decomposed by POD method (Proper Orthogonal Decomposition) and presented as spatial modes. The behavior of each mode and therefore behavior of supercavitation can be estimated by studying behavior of supercavitation in nearby area by decomposing the spatial modes via Helmholz decomposition to vectorial and Scalar potential function and then modelling of potential section of scalar to spherical harmonics. By investigating spatial modes, the first mode which has the highest energy is known as mean flow and by studying the intensity of spherical harmonic modes it can be shown that dipole source is an appropriate representative for field behavior in the nearby area and as a result supercavitation behavior in far feild.



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

## ۱ – مقدمه

ابرکاواک به دو دسته اصلی تقسیم می‌شود: ابرکاواک طبیعی و ابرکاواک مصنوعی. ابرکاواک طبیعی در صورت افزایش سرعت حرکت جسم در سیال، و یا کاهش فشار محیط سیال شکل می-گیرد. در سرعت‌های کمتر از شرایط شکل گیری ابرکاواک نیز امکان وقوع ابرکاواک وجود دارد. در این شرایط اگر ناحیه کاواک ایجاد شده با تزریق گاز پر شود با گسترش ناحیه‌ی کاواک،اصطلاحاً ابرکاواک مصنوعی یا گازدهی شده[۱] به وقوع می‌پیوندد. شکل‌گیری ابرکاواک گازدهی شده حول وسیله نقلیه زیرآبی باعث کاهش نیروی درگ و نهایتاً باعث افزایش سرعت پیشران وسیله نقلیه زیرآبی می‌گردد. جریان‌های همراه با ابرکاواک‌زایی عموماً توربولان و به شدت دینامیکی هستند که این اثرات باعث تولید ناپایداری‌ها می‌شود. این ناپایداری‌ها دارای اثراتی همچون ارتعاشات و نویز بوده که در شناسایی وسیله زیرآبی در درجه اول اهمیت قرار دارند.

در مطالعات اولیه در زمینه کاواکزایی بیشتر از تئوری‌های مربوط به جریان پتانسیل استفاده می‌شد و استفاده از مدل‌های عددی هیدرودینامیک کاواکزایی غیر مرسوم بود. از دلایل این مساله می‌توان به پیچیدگی‌های جریان دو فازی کاواکزایی اشاره کرد. با توجه به پیشرفت‌های قابل ملاحظه دینامیک سیالات محاسباتی در حل مسایل مختلف و افزایش توانایی محاسباتی رایانه‌ها، از دهه ۹۰ محققین زیادی به مدل‌سازی عددی پدیده کاواکزایی روی آوردند. روش‌های حل عددی معادلات ناویراستوکس برای جریان‌های با کاواکزایی به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند [۱]: روش‌های ردیابی مرز مشترک[۲] و روش‌های جریان تعادلی همگن[۳].

در تکامل مدل‌های عددی دینامیک کاواکزایی در روش‌های جریان تعادلی همگن، مدل‌های مبتنی بر معادله انتقال[۴] یا به اختصار (TEM) ارائه شده است[1]. در این روش‌ها از یک معادله انتقال برای نسبت حجمی یا جرمی مایع (یا بخار) به همراه جمله چشمه برای مدل‌سازی انتقال جرم حل می‌شود و چگالی مخلوط براساس نسبت حجمی یا جرمی هر فاز محاسبه می‌شود. یک مزیت آشکار این مدل، ماهیت انتقال‌پذیری[۵] آن است که امکان مدل‌سازی اثر اینرسی بر کاواکزایی را فراهم می‌کند.

اطلاعات وسیعی از حل عددی بدست می‌آید که ممکن است در کارهای آزمایشگاهی غیر ممکن باشد. این اطلاعات نه تنها بینش عمیقی از فیزیک مسأله را ممکن می‌سازد بلکه همزمان به ارزیابی و افزایش دادن مدل‌های مختلف توجه دارد. همچنین با استفاده از این اطلاعات می‌توان جهت تحلیل رفتار ابرکاواک اقدام کرد. برای تحلیل اطلاعات بدست آمده از شبیه‌سازی میدان می‌توان از دیدگاه انرژی رفتار جریان ابرکاواک را به دو قسمت تقسیم کرد. رفتار ابرکاواک در میدان جریان و یا رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور میدان جریان تقسیم بندی کرد. در بررسی رفتار ابرکاواک در میدان جریان با بدست آوردن ساختارهای منسجم موجود در جریان می‌توان رفتار دینامیکی ابرکاواک را در میدان جریان بررسی کرد و همچنین می توان رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور را با لحاظ کردن فاکتور انرژی، که به عنوان عامل مؤثر در اغتشاشات میدان جریان می‌باشد مورد بررسی قرار داد.

جهت بهره برداری مفید و مناسب از اطلاعات بسیار زیادی که از شبیه سازی میدان بدست می‌آید و تحلیل رفتار ابرکاواک، این امر توسط استفاده از استراتژی پس پردازش[۶] امکان پذیر خواهد بود. هر تکنیکی که به توان بیان مختصری از اطلاعات موجود بدست آمده را داشته باشیم، بدیهی است که به عنوان یک سرمایه‌ی بزرگ برای محاسبات انجام شده می‌باشد.

در تحقیق حاضر جهت بررسی رفتار ابرکاواک از روش POD استفاده می‌کنیم. POD بر اساس یک رویکرد آماری، ساختار های منسجم جریان را، از یک میدانی که به زمان وابسته است، استخراج و به نمایش می‌گذارد. این روش توسط یک مجموعه‌ی توابع متعامد بدست می‌آید که به عنوان مدهای POD یا مدهای متعامد شناخته می‌شود و مستقل از زمان هستند. مدهای متعامد بر اساس محتوای انرژی و با کاهش مرتبه‌ی میدان، بدست می‌آید، که از طریق استخراج تعداد کمی از همین مدها، بررسی میدان تسهیل می‌شود. این روش اولین بار توسط لاملی[۷] (۱۹۶۷) برای بررسی ساختار جریان توربولانس استفاده شد [2]. PODیک روش عمومی است که از یک اسلوب معین پنهان شده، استخراج می‌شود که بطور قطع ساختارهای مهم جریان را از این ادبیات می‌توان بدست آورد.

با پیشرفت تدریجی در این زمینه، محققان برای کاربرد این تکنیک برای جریان‌های آرام و همچنین جریان‌ها تراکم پذیر و تراکم ناپذیر تشویق شده‌اند. آخرین تحقیقات و مسائل مربوط به POD در اینجا بازبینی می‌شود. با استفاده از این روش می‌توان ارتباط بین ساختار توربولانس و دینامیک یک سیستم بی‌نظم را تحقیق کرد. هلمز[۸] و همکارانش درسال۱۹۹۶خصوصیات کلی POD را بازبینی کردند و کاربرد این روش را مورد بررسی قرار دادند[3]. آیبری[۹] و همکارانش در سال ۱۹۸۸، از روش کاهش مرتبه، ۵ مد اول جریان توربولانس ناحیه‌ی نزدیک دیواره را بدست آوردند[4]. نتیجه‌ی کارشان توسط پودوین[۱۰] در سال ۲۰۰۱ استخراج شد. کسی که اعتبار نتایج آنها را مورد بررسی قرار داد. او ویژگی‌هایی که بطور متناوب تکرار می-شوند و یادآور عمل از هم پاشیدن لایه های نزدیک دیواره می‌باشد را به نمایش گذاشت. همچنین POD را برای بررسی جربان کویتی بکاربرد. وی به بررسی اولین زوج مدهایی که بیشترین انرژی را دارند و مدهایی که لایه‌های برشی ناپایدار دارند پرداخت[5]. مطالعه‌ی جامع بکارگیری روش POD برای لایه‌های مختلط توربولانس در تحقیقات دلوین[۱۱] و همکارانش (۱۹۹۹) [6] و یوکلی (۲۰۰۱) [7] موجود است. در این تحقیقات نه تنها ساختارهای



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

بزرگ جریان را تعیین کردند، بلکه مدلی برای رفتار دینامیک - مدهای با مرتبه‌ی کوچکتر ارائه کردند. به همین نحو لبرزون[۱۲] و همکارانش در سال ۲۰۰۱ POD را برای مطالعه‌ی ساختارهای ورتیسیته در لایه مرزی توربولانسی بکاربردند[8]. پیکارد و دلویل[۱۳] (۲۰۰۰) اثر توزیع فشار طولی را در نوسانات سرعت جریان لایه‌ی برشی توربولانسی، در اطراف یک جت مافوق صوت توسط روش POD بررسی کردند[9]. همانطور که مشخص است بکارگیری POD در بسیاری از جریان‌ها موفق بوده است. استفاده از این تکنیک در بکاربردن جریان‌های آرام هم بسیار موفق بوده بطوری که برای استخراج خصوصیات اصلی میدان کویتی درب متحرک از این تکنیک استفاده شده است. اهلمان[۱۴] و همکارانش (۲۰۰۲) POD را برای این جریان بکاربرده‌اند. بطوریکه توسط این تکنیک میدان را بازسازی کرده و خطاهای حاصل از بازسازی میدان توسط POD، محل هندسی و نحوه‌ی وابستگی این خطاها به رینولدزهای مختلف را بررسی کردند و نشان دادن که بیش از ۹۷/۷٪ انرژی در سه مود اول نهفته است[10].

جریان آرام توسط دین[۱۵] و همکارانش توسط مدهای بدست آمده مورد بررسی قرار گرفت و نتایج مختلفی از رویکرد جریان رینولدز پایین بدست آوردند[11]. برای جریان آرام با ورودی‌های مختلف، راوینران[۱۶] هم شکل بودن مدهای POD را نتیجه گرفت و همچنین مشاهده کرد که این مدها در معادلات حاکم صدق می‌کند[12]. ما و کاردیناداکیس[۱۷] با بررسی ۴۰ مد رفتار گذرای جریان سه بعدی حول استوانه در رینولدزهای ۱۸۸ و ۶۱۰ بررسی کردند. برای هر یک از این جریان‌ها نیاز به شرایط مرزی خاص نبود چون که شرایط مرزی پریودیک در نظر گرفته بودند[13]. در سال ۲۰۰۷ برنادو[۱۸] و همکارانش با استفاده از POD در جریان آرام، دنباله‌ی Bloff body را بدست آوردند. آنها ارتباط بین رشد و نفوذ ناپایداری ورتکس شیدینگ و دینامیک ورتکس را با تحریک نیروی خارجی بررسی کردند[14]. بوریان[۱۹] با بکارگیری POD بر روی اطلاعات فشار سطحی جریان آرام دو بعدی حول استوانه که از نتایج CFDبدست آورده‌اند ساختارهای منسجم جریان را بدست آورد و با آنالیز کردن این ساختارها توانست محل قرار گیری سنسور را بدست آورد[15].

در تحقیق حاضر روش POD را برای اطلاعات سرعت جریان ابر-کاواک که به زمان وابسته است بکار می‌بریم. می‌توان با اعمال کردن این روش با تفکیک کردن میدان سرعت به مدهای مکانی، ساختارهای منسجم جریان را بدست آورد. با بدست آوردن این ساختارها می‌توان رفتار ابرکاواک را مورد بررسی قرار داد. برای بررسی رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور، می‌توان هر یک از مدها که بر اساس مقدار انرژی بدست آمده، توسط تفکیک هلمهولز[۲۰] به یک میدان برداری با دیورژانس صفر و یک میدان اسکالر با کرل صفر تفکیک کرد. با مدل کردن این میدان اسکالر به مدهای همساز کروی می‌توان رفتار ابر کاواک در ناحیه‌ی مجاور را با هدف بررسی اغتشاشات جریان، تخمین زد.

## ۲- تئوری

### POD-۱-۲

POD اولین بار توسط لاملی بصورت POD کلاسیک شناخته می-شود که برای جریان توربولانس در سال ۱۹۶۷ [۲] مورد استفاده قرار گرفت. روشی که به عنوان POD اسنپشات[۲۱] شناخته می‌شود توسط سیروویچ[۲۲] (۱۹۸۷) مورد استفاده قرار گرفت [۱۶]. در این قسمت بطور خلاصه معادلات پایه‌ی POD را شرح می‌دهیم که از ترکیب مفاهیم پایه‌ای ریاضی برای این روش استفاده شده است. برای شرح جزئیات بیشتر این روش می‌توان به کتاب هلمز و همکارانش( ۱۹۸۸) مراجعه کرد[۳].

معادلات زیر بر اساس نظر لاملی است. توابع ویژه و مقادیر ویژه بر اساس معادلات زیر می‌توان بدست آورد.

$$\int_{\Omega} R(x,x')\Phi(x')dx' = \lambda\Phi(x) \qquad (۱)$$

$\Omega$ ناحیه‌ی مورد نظر ماست بطوریکه $(X=\{x,y,z\}\in\Omega)$ می‌باشد R تانسور همبستگی دو نقطه‌ای می‌باشد. $\lambda$ و $\Phi$ به ترتیب مقادیر ویژه و توابع ویژه POD می باشند.

با توجه به ناهمبسته بودن جریان، می‌توان به نمایندگی قسمت نوسانات جریان، تانسور اطلاعات را به عنوان مثال میدان سرعت در نظر بگیریم.

$$u^n = u(x,t^n), \qquad n=1,...,N \qquad (۲)$$

تانسور همبستگی دو نقطه‌ای را به صورت زیر می‌توان تقریب زد.(با فرض اینکه مجموعه‌ی زیر به قدر کافی بزرگ است).

$$R(X,X') = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} U(X,t^n)U^T(X',t^n) \qquad (۳)$$

علاوه بر این می‌توان پایه‌ی مدها را توسط ترم‌های زیر که از اطلاعات اصلی بدست می‌آید فرض کرد.

$$\Phi(X) = \sum_{n=1}^{N} A(t^n)U(X,t^n) \qquad (۴)$$

با جایگذاری ۳ و ۴ در۱ و ساده‌سازی معادله، در نهایت به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{1}{N}\int_{\Omega} U^T(X',t^n)dX'\right)A(t^n) = \lambda A(t^n) \qquad (۵)$$



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

به طوریکه

$$C = C(i,j) = \frac{1}{N}\int_{\Omega}\left(U^{T}(X,t^{i})U(X,t^{j})\right) \qquad i,j = 1,...,N \qquad (۶)$$

و

$$A = A(t^{n}) \qquad n = 1,...,N \qquad (۷)$$

سیستم معادلات ۵ را می‌توان بصورت زیر خلاصه کرد.

$$CA = \lambda A \qquad (۸)$$

با بدست آوردن مقادیر ویژه معادله‌ی ۸ متقابلاً به همان تعداد بردارهای ویژه متعامد وجود دارد که می‌توان برای بدست آوردن مدهای مکانی بر اساس معادله‌ی ۴ استفاده کرد. مدهای مکانی به طور معمول با دادن پایه‌های متعامد از مجموعه اطلاعات اصلی نرمالیزه می‌شوند.

$$\Phi^{i}(X) = \frac{\sum_{n=1}^{N} A^{i}(t^{n})U(X,t^{n})}{\left\|\sum_{n=1}^{N} A^{i}(t^{n})U(X,t^{n})\right\|} \qquad i = 1,...,N \qquad (۹)$$

به عنوان یک تکنیک برای استفاده از این روش، مجموعه اطلاعاتی که از نتایج آزمایش یا حل عددی بدست می‌آید(به عنوان مثال در تحقیق پترسن[۲۳] [۱۷]) گسسته می‌کنیم. در مطالعه‌ی حاضر از حل عددی، اطلاعات میدان برای هر گام زمانی که به عنوان یک اسنپشات از میدان در نظر گرفته می‌شود استفاده می‌کنیم. این اطلاعات را در یک ماتریس $M \times N$ بطوریکه هر ستون از ماتریس $U$ یک اسنپشات برای تمام نقاط $\vec{x}_1,\vec{x}_2,...,\vec{x}_M$ نشان می‌دهد.

$$U = \left[u^{1}u^{2}...u^{N}\right] = \begin{bmatrix} u_1^1 & u_1^2 & .... & u_1^{N-1} & u_1^N \\ u_2^1 & u_2^2 & .... & u_2^{N-1} & u_2^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_M^1 & u_M^2 & .... & u_M^{N-1} & u_M^N \end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

متقابلاً با کواریانس‌خودکار[۲۴] $N \times N$ ماتریس $C$ بصورت زیر شکل می‌گیرد.

$$C = U^{T}U \qquad (۱۱)$$

با حل معادله‌ی ۸ می توان مقادیر متعامد بدست آورد و بعد بر اساس اندازه مرتب می‌شوند.

$$\lambda^{1} > \lambda^{2} > \cdots > \lambda^{N-1} > \lambda^{N} = 0 \qquad (۱۲)$$

در این صورت می‌توان مدهای POD بدست آوریم. بطور معمول فرم گسسته‌ی نرم دو بصورت زیر می‌باشد.

$$\|z\| = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + \cdots + z_{2M-1}^2 + z_{2M}^2} \qquad (۱۳)$$

در ادامه داریم

$$\Phi^{i}(X) = \frac{\sum_{n=1}^{N} A_n^{i}U^{n}}{\left\|\sum_{n=1}^{N} A_n^{i}U^{n}\right\|} \qquad i = 1,...,N \qquad (۱۴)$$

یکی از خصوصیات اصلی روش POD این است که می‌توان، هر یک از اسنپشات‌ها را بعد از محاسبه‌ی ضرایب POD میدان حل را بازیابی کرد. برای محاسبه‌ی این ضرایب، که به عنوان ضرایب POD شناخته می‌شود باید به صورت زیر عمل کرد.
اساساً می‌توان میدان را بصورت زیر نوشت.

$$U^{n} = \sum_{i=1}^{N} a_i^{n}\Phi^{i} = \Psi a^{n} \qquad (۱۵)$$

در این معادله $\Psi = \left[\Phi^{1}\ \Phi^{2}\ \ldots\ \Phi^{N-1}\ \Phi^{N}\right]$ و بردارهای ضرایب PODتوسط زیر مشخص می‌شود.

$$a^{n} = \left[a^{n}(t^{1})\ a^{n}(t^{2})\ldots a^{n}(t^{N-1})\ a^{n}(t^{N})\right] \qquad (۱۶)$$

هنگامی که مدهای POD محاسبه شوند می‌توانیم ضرایب POD را از طریق رابطه‌ی زیر بدست آوریم.

$$a^{n} = \Psi^{T}U^{n} \qquad (۱۷)$$

ویژگی ضرایب POD از این جهت که نسبت انرژی هر مد را نشان می‌دهد بسیار مهم است. اندازه‌ای که توسط ضرایب POD بدست می‌آید مستقیماً اهمیت هر مد متناظر را نشان می‌دهد. حال می‌توان با بدست آوردن مد مکانی و همچنین ضرایب مربوط به هر مد، میدان جریان را بازسازی کرد.

### ۲-۲- مدهای همساز کروی

در بحث کلاسیک مکانیک سیالات در کتاب مقدمه‌ای بر دینامیک جریان تألیف بچلور[۲۵] [۱۸]، جهت بررسی اثر میدان جریان در خارج میدان جریان، میدان را در یک ناحیه‌ی بسته سه بعدی، بصورت جریان تراکم پذیر غیر چرخشی در نظر گرفته، که در ادامه با استفاده از تفکیک هلمهولز میدان جریان را به یک میدان برداری با دیورژانس صفر و یک میدان با کرل صفر تفکیک می‌کند.

$$U = \nabla\phi + \nabla\times A \qquad (۱۸)$$



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

در این معادله $\phi$ پتانسیل اسکالر و $A$ پتانسیل برداری می‌باشد. با بکارگیری اپراتور دیورژانس در دو طرف معادله و با توجه به معادله-ی پیوستگی برای جریان تراکم ناپذیر $\nabla U = 0$ معادله‌ی لاپلاس نتیجه می‌شود.

$$\nabla^2 \phi = 0 \qquad (۱۹)$$

حال باید تابع تک مقدار $\phi(x,t)$ بدست آوریم. بدین منظور فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم.

جریان در داخل ناحیه‌ی بسته $A_1$ در نظر می‌گیریم

$A_2$ را کره‌ای با شعاع بسیار بزرگ با مرکز $x_0$ که در میدان قرار دارد و تمام مرز های داخلی را در برمی گیرد در نظر می‌گیریم.

حجم مورد نظر، توسط ناحیه‌ای که توسط $A_1$ و $A_2$ محدود شده است را درنظرمی‌گیریم. دوتابع F، G توابع اسکالر اختیاری هستند که در ناحیه‌ی مورد نظر پیوسته، محدود و تک مقداری هستند. حال برای حل معادله‌ی لاپلاس با بکارگیری تئوری گرین می‌توان نوشت:

$$\int_v (F\nabla^2 G - G\nabla^2 F)dv = \int_A (F\nabla G - G\nabla F).\hat{n}dA \qquad (۲۰)$$

که

$$F = \phi \;,\; G = \frac{1}{|X - X_0|} \qquad (۲۱)$$

جهت محاسبه انتگرال گرین نقطه‌ی تکین $X_0$ توسط یک دایره به شعاع $\varepsilon$ از ناحیه‌ی مورد نظر جدا می‌کنیم. بعد از محاسبه‌ی معادله‌ی لاپلاس توسط تئوری گرین، مقدار پتانسیل در ناحیه‌ی خارج میدان به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\phi(X_0) = C - \frac{1}{4\pi}\int_{A_1} (F\nabla G - G\nabla F).\hat{n}_1 dA_1 \qquad (۲۲)$$

برای اینکه بتوان $\phi$ بصورت ترم های شناخته شده‌ای بدست آورد باید با استفاده از معادله (22)، $\phi$را به صورت سری توانی در $r^{-1}$ ( $r = |x|$)که در اولین ترم مقدار ثابت است بدست آورده شود.

$$\phi(X) = C + \frac{c}{r} + c_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right) + c_{ij}\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial_j}\left(\frac{1}{r}\right) + \ldots \qquad (۲۳)$$

در این سری مقادیر $C, c, c_i, c_{ij}, \ldots$ فقط تابع زمان هستند،که توسط معادلات زیر بدست می‌آید.

$$c = -\frac{1}{4\pi}\int_{A_1} \nabla\phi.\hat{n}_1 dA = -\frac{m}{4\pi}$$

$$c_i = \frac{1}{4\pi}\int_{A_1} (x_i \hat{n}_1.\nabla\phi - \hat{n}_{1i}\phi)dA \qquad (۲۴)$$

$$c_{ij} = \frac{1}{4\pi}\int_{A_1}\left(-\frac{1}{2}x_i x_j \hat{n}_1.\nabla\phi + x_i \hat{n}_{1i}\phi\right)dA$$

این سری نشان دهنده‌ی ناحیه‌ی خارجی یک کره به شعاع $\varepsilon$ می-باشد. هر یک از پتانسیل‌ها در بسط سری بر اساس اصل بر همنهی با هم ترکیب شدند و نشان دهنده‌ی یک نقطه‌ی تکین می‌باشد و به عنوان یک منبع در نظر گرفته می‌شود.

$$(\frac{1}{r}, \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right), \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right), \ldots \qquad (۲۵)$$

هر یک از جملات سری به عنوان مدهای همسازکروی شناخته می‌شود. با گسترش هر یک از جملات بسط سری می‌توان نتیجه-گیری کرد که جمله‌ی دوم، سوم و چهارم به ترتیب نشان‌دهنده‌ی یک منبع تک قطبی،دوقطبی و چهار قطبی می‌باشد.

## ۳-نتایج

### ۳-۱- بررسی رفتار ابرکاواک در میدان جریان

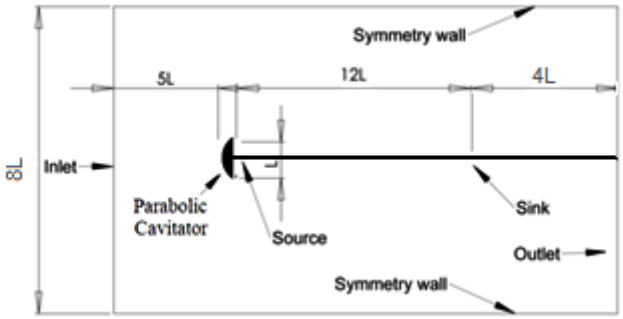
ابتدا برای شبیه‌سازی ابرکاواک از مدل چشمه و چاه فیزیکی استفاده شده است. نوری و همکارانش [۱۹] با استفاده از این مدل نشان دادند که به خوبی ناحیه ابرکاواک، انتهای بسته شدن ابرکاواک، شکل گیری جت بازگشتی و ناحیه دنباله در انتهای ابرکاواک را مدل می‌کند. این مدل همچنین نوسانات غیر دائمی دیواره ابرکاواک و مرز شفاف ابرکاواک را فراهم می‌کند.

به منظور مدلسازی ابرکاواک به تحلیل و بررسی ابرکاواک تشکیل شده در پایین دست یک کاویتاتور سهموی در داخل کانال پرداخته شده است. این ابرکاواک بوسیله یک چشمه و چاه فیزیکی شکل می‌گیرد، به این صورت که از پشت کاویتاتور (چشمه فیزیکی) جریان بخار به داخل میدان محاسباتی فرستاده می‌شود و برای ناحیه بسته شدن ابرکاواک، یک مرز فیزیکی (چاه فیزیکی) در پایین دست کاویتاتور قرار داده شده است تا بخار داخل جریان را به داخل خود مکش کند. این امر باعث تشکیل یک ابرکاواک در ناحیه بین کاویتاتور و مرز فیزیکی چاه می‌شود. نمایی از سهموی، مرز چشمه فیزیکی، مرز چاه فیزیکی و میدان محاسباتی در شکل۱ نمایش داده شده است. عدد کاواکزایی در مساله حاضر به صورت $\sigma = \frac{p_{inlet} - p_v}{1/2\rho U_\infty^2}$ می‌باشد و برابر $\sigma = 0.24$ می‌باشد. طول قطر کاواکزا برابر ۱۱/۲ میلیمتر در نظر گرفته شده است.



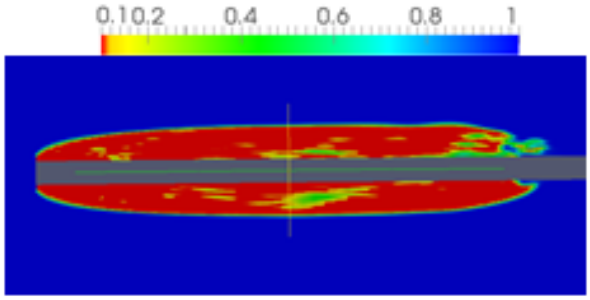
[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]




**شکل۱- نمایی از سهموی، مرز چشمه فیزیکی، مرز چاه فیزیکی و میدان محاسباتی**

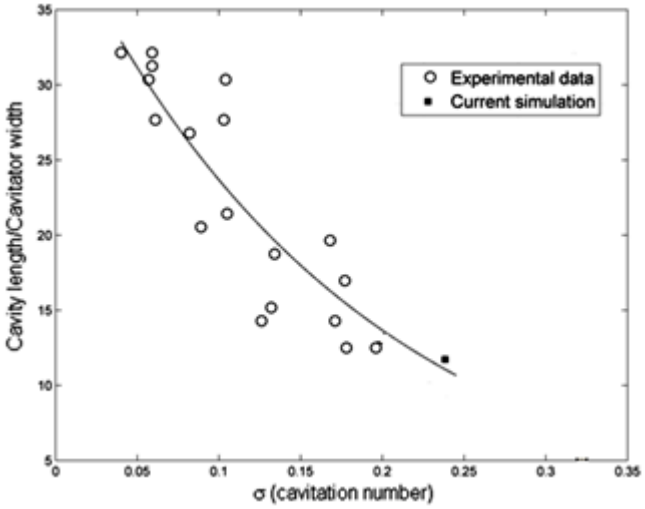
شکل۲ به نمایش ابرکاواک بوسیله این مدلسازی پرداخته است. وجود فاز مایع در داخل ابرکاواک و به صورت پراکنده مشهود است. همچنین با توجه به نوسان جریان اطراف چاه و در نتیجه انفصال مرز ابرکاواک در این نواحی، امکان ورود فاز مایع به داخل ابرکاواک میسر می‌شود. با توجه به شکل‌گیری مناسب مرز ابرکاواک و وجود یک مرز نسبتا شفاف در تمامی نواحی آن، اغتشاشاتی در نواحی اطراف چاه قابل مشاهده است که از شفافیت مرز در این ناحیه کاسته و منجر به ناپایدار شدن جریان در این نواحی شده است.




**شکل۲- ابرکاواک شکل گرفته در اطراف یک کاویتاتور سهموی با استفاده از تئوری چاه و چشمه(میدان بر اساس کسر جرمی)**

به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده حاصل از حل عددی بر اساس طول بی‌بعد کاواک با نتایج داده‌های تجربی حاصل از آزمایشگاه هیدرودینامیک دانشگاه علم و صنعت توسط مولوی [۲۰] بدست آمده است و در شکل۳ قابل مشاهده است، مقایسه شده، که بیانگر صحت نتایج بدست آمده می‌باشد.

جریان ابر کاواک یک جریان متناوب می‌باشد که به علت وجود پدیده‌ی شیدینگ[۲۶] در جریان است. فرکانس شیدینگ را می‌توان با ثبت اطلاعات سرعت در لحظه‌ها و مکان‌های متوالی، در ناحیه‌ی پشت ابرکاواک بدست آورد که در این شبیه سازی برابر ۹/۷۶۶ هرتز می‌باشد.




**شکل ۳- تغییرات طول بی بعد کاواک بر اساس عدد کاواکزایی برای کاواکزاهای نوع سهموی[۲۰]**

بهره برداری مفید و مناسب از اطلاعات بسیار زیادی که از شبیه سازی میدان بدست می‌آید توسط تفکیک POD امکان پذیر است. با استفاده از تفکیک POD برروی اطلاعات سرعت که از شبیه سازی میدان ابرکاواک بدست می‌آید می‌توان رفتار ابرکاواک را بررسی کرد. بدین منظور اطلاعات سرعت در کل میدان حل در طول زمانی ۰/۲ثانیه و ۱۰۰۰ گام زمانی انتخاب شده است. برای اینکه نتایج بدست آمده از اعمال POD قابل اعتماد باشد ابتدا باید استقلال از طول زمانی و استقلال از فاصله‌ی زمانی بین اسنپشات ها بررسی شود. برای جریان هایی که رفتار تناوبی دارند طول زمانی برای اعمال POD می‌تواند ضریبی از زمان دوره تناوب رفتار دوره‌ای جریان باشد. در تحقیق حاضر با توجه به پدیده‌ی شیدینگ، طول زمانی برای اعمال POD برابر ۰/۲ ثانیه انتخاب شده است که برابر دو دوره‌ی تناوب پدیده‌ی شیدینگ می‌باشد. برای بررسی استقلال نتایج از فاصله‌ی زمانی بین اسنپشات‌ها (تعداد اسنپشات‌ها) نمودار نسبت انرژی اولین مد در طول زمانی ۰/۲ ثانیه را بر حسب تعداد اسنپ شات‌ها بدست آورده شده است شکل۴. در این فاصله‌ی زمانی اگر تعداد اسنپ شات‌ها بیشتر از ۵۰۰ عدد باشد نتایج حاصل از POD مستقل از تعداد اسنپ شات‌ها خواهد بود.

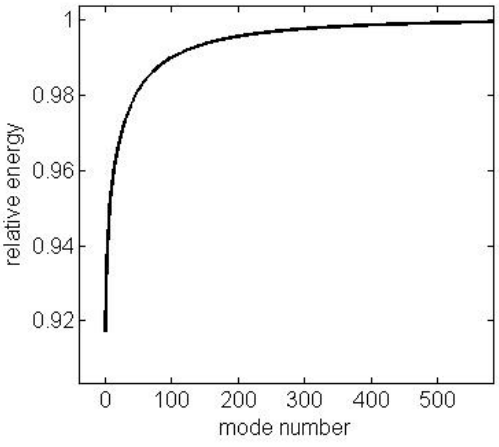
در شبیه‌سازی جریان ابرکاواک، با توجه به شرایط مرزی و حل جریان آرام می‌توان فرض کرد که جریان درراستای محور جهت (z) متقارن است. این نتیجه را هم می‌توان با اعمال POD به مؤلفه-های سرعت در جهت‌های عمود بر جهت جریان بدست آورد. بدین منظور روش POD را به صورت جداگانه بر مؤلفه‌های سرعت در جهت عمود بر جریان ( x و y ) بکارگیری شده است. با مقایسه‌ی نسبت انرژی مد اول هر یک از مدهای بدست آمده که تقریباً برابر می‌باشد می‌توان نتیجه گرفت که جریان متقارن محوری می‌باشد. با توجه به این موضوع تحلیل را بر روی دومؤلفه کاهش یافته است.



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

با بکارگیری POD بر روی مؤلفه‌های سرعت در دو جهت، میدان به مدهای متعامد تفکیک شده است. نسبت انرژی هر مد در شکل۴ قابل مشاهده است.




**شکل۴- نسبت انرژی محفوظ شده در مد های مکانی بصورت تجمعی**

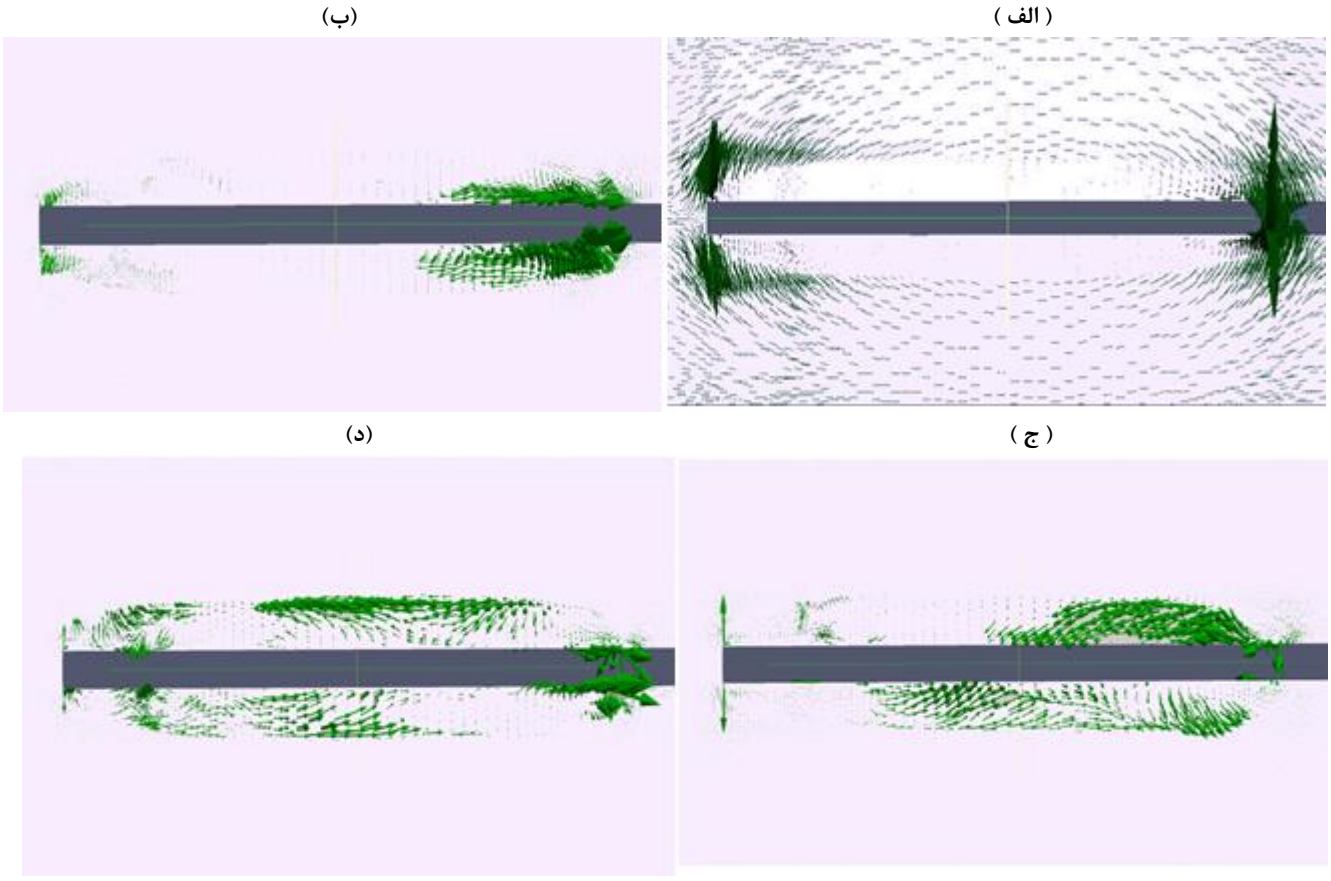
با توجه به اینکه محتوای انرژی چهار مد اول تقریباً بیش از ۹۲ درصد از کل میدان می‌باشد می‌توان مجموع چهار مد اول را به عنوان نماینده‌ی مناسب برای بررسی رفتار دینامیک ابرکاواک در نظر گرفت.

با توجه به شکل ۵ همانطور که مشخص است مد اول، جریان زمینه را نشان می‌دهد که می‌توان گفت نماینده‌ی جریان متوسط (با بررسی ضرایب زمانی) است. بنابراین مدهای بعدی در جریان آرام مربوط به نوسانات می‌باشد که جریان داخل حفره ابرکاواک را نشان می‌دهند و تقریباً جریانی خارجی وجود ندارد.

با دقت بیشتر به الگوی جریان در هر یک از مدها می‌توان نتیجه گرفت که هر یک از مدهای مکانی رفتاری شبیه به رفتار منابع همساز کروی دارند که با توجه به این موضوع می‌توان هر یک از این مدها به مدهای همساز کروی مدل کرد.(در ادامه شرح داده خواهدشد.)

حال به ازای هر مد مکانی یک ضریب زمانی می‌توان بدست آورد که به عنوان مدهای زمانی شناخته می‌شوند که تابع وزنی هر مد مکانی می‌باشد. با بررسی هر مد زمانی در حوضه‌ی فرکانسی می‌توان نتایج قابل توجه‌ای رسید. در این راستا ضرایب زمانی را در حوضه‌ی فرکانسی بدست آورده شده و در شکل ۶ به نمایش گذاشته شده است.

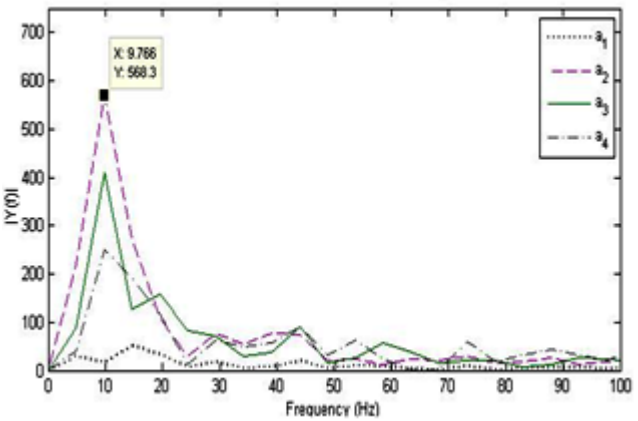
دامنه‌ی فرکانس ضریب زمانی مربوط به مد اول، نسبت به دیگر ضرایب قابل صرف نظر است به همین دلیل می‌توان گفت مد اول مکانی نشان‌دهنده‌ی سرعت متوسط جریان می‌باشد. در مدهای بعدی، فرکانس غالب ضرایب زمانی که در شکل۶ هم مشخص است ۹/۷۶۶ هرتز را نشان می‌دهد.




**شکل ۵ – شکل برداری چهار مد اول مکانی، (الف): مد اول، (ب): مد دوم، (ج): مد سوم، (د): مد چهارم.**

[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]




**شکل ۶ - ضرایب زمانی حاصل از اعمال POD به تفکیک هر مد در حوضه‌ی فرکانسی**

همانطور که در قبل گفته شد، شیدینگ یک پدیده‌ی نوسانی است که در جریان شبیه سازی شده به دلیل وجود ابرکاواک و همچنین وجود جت‌های بازگشتی در انتهای ابرکاواک، شکل می‌گیرد. با توجه به مدهای مکانی و ضرایب وزنی مربوط به هرکدام، از مد دوم به بعد، فقط جریان داخل ابرکاواک را نشان داده می‌شود. پس فرکانسی که از ضرایب زمانی مدهای دوم به بعد بدست می‌آید باید برابر فرکانس شیدینگ باشد. با مقایسه فرکانس ضرایب زمانی مربوط به مد دوم به بعد با فرکانس بدست آمده حاصل از ثبت نوسانات سرعت در پشت ابرکاواک، می‌توان به صحت نتیجه بدست آمده رسید. همچنین با بررسی ضرایب زمانی مدهای مختلف با افزایش شماره‌ی مد دامنه‌ی فرکانس‌ها کاهش می‌یابد که دلیل آن را در کاهش یافتن نسبت انرژی هر مد به ازای افزایش شماره مد می‌توان جست جو کرد.

### ۳-۲- ناحیه‌ی مجاور میدان جریان

میدان بر حسب انرژی توسط روش POD به مدهای مکانی تفکیک شده است. حال بوسیله‌ی تفکیک هلمهولز مدهای مکانی بدست آمده را به یک تابع پتانسیل برداری و یک تابع پتانسیل اسکالر تفکیک کرده و با مدل کردن قسمت پتانسیل اسکالر به مدهای همساز کروی، رفتار هر مد و در نتیجه رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور میدان مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جهت رسیدن به این هدف، میدان ابرکاواک توسط مجموعی از منابع تک قطبی[۲۷]، دوقطبی[۲۸] و چهار قطبی طولی[۲۹] که در مرکز ابرکاواک قرار گرفته- اند مدل سازی شده است. جهت محاسبه‌ی شدت هر یک از منابع، یک سطح بیضی شکل به عنوان سطح کنترل که تمام حفره ابرکاواک را در می‌گیرد درنظر گرفته شده است و با استفاده از معادله (۲۴) شدت هر یک از منابع محاسبه می‌شود. با محاسبه شدت هر یک از منابع، مدهای مختلف POD به مد های همساز کروی مدلسازی می‌شود.

با توجه به اینکه شدت منبع چهار قطبی طولی نسبت به موقعیت منابع تغییر خواهد کرد لذا این منبع علاوه بر راستای جریان، در راستای محورهای عمود بر جریان هم، می تواند قرار گیرد. با ضرب عددی شدت هر یک از منابع در ضریب زمانی مربوط به همان مد مکانی، شدت این منابع در طول زمان بدست می‌آیدکه در شکل ۷ به نمایش گذاشته شده است.

با توجه به اینکه مد اول بیشترین انرژی را نسبت به مدهای بعدی دارد شدت منابع موجود در مد اول به مراتب بیشتر از شدت منابع در مدهای بعدی است که این نتیجه را می‌توان در شکل ۷ مشاهده کرد. همچنین با توجه به قسمت د شکل ۷ منابعی که در راستای عمود بر جریان قرار دارند بدلیل وجود جریان متقارن محوری، دارای رفتار کاملاً یکسان می‌باشد.

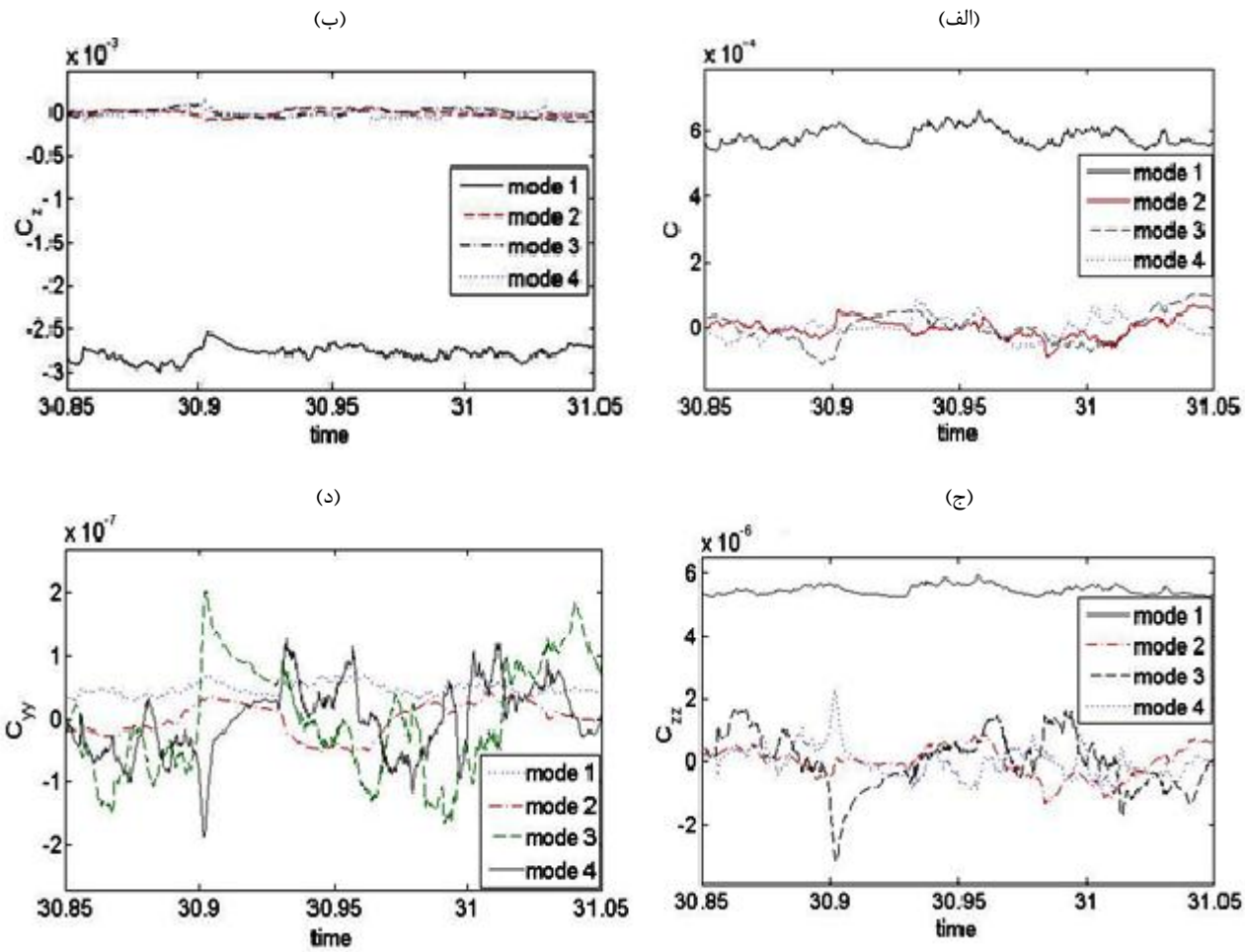
شدت منابع در تمام حالت‌ها رفتار نوسانی دارد و هر کدام از این منابع با فرکانس مربوط به ضرایب زمانی مربوط به هر مد POD رفتار می‌کنند. با دقت در مد اول، در هیچ یک از منابع، جهت الگوی انتشار در طول زمان تغییر نمی‌کند در حالی که، در مدهای بعدی شدت منابع مقدار مثبت و منفی اختیار می‌کند و این باعث تغییر جهت در الگوی انتشار می‌شود. دلیل آن را می‌توان در ساختار هر یک از مدها جست و جو کرد. مد اول مربوط به جریان متوسط می‌باشد که تقریباً رفتار پایایی از خود نشان می‌دهد در حالی که مدهای بعدی مربوط به نوسانات و آشفتگی‌های جریان می‌باشد و با توجه به اینکه رفتار آنها قابل پیش بینی نیست رفتار یکسانی از خود نشان نمی‌دهند و این امر باعث تغییر جهت در انتشار انرژی می‌شود.

با مقایسه پتانسیل القا شده توسط هر یک از منابع در اطراف میدان نتیجه شده است که منابع چهار قطبی در مقابل منابع دیگر قابل صرف نظر است.



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]




**شکل ۷- شدت منابع در مدهای مختلف، (الف): تک قطبی، (ب): دوقطبی، (ج): چهارقطبی خطی در راستای z، (د): چهار قطبی خطی در راستای y**

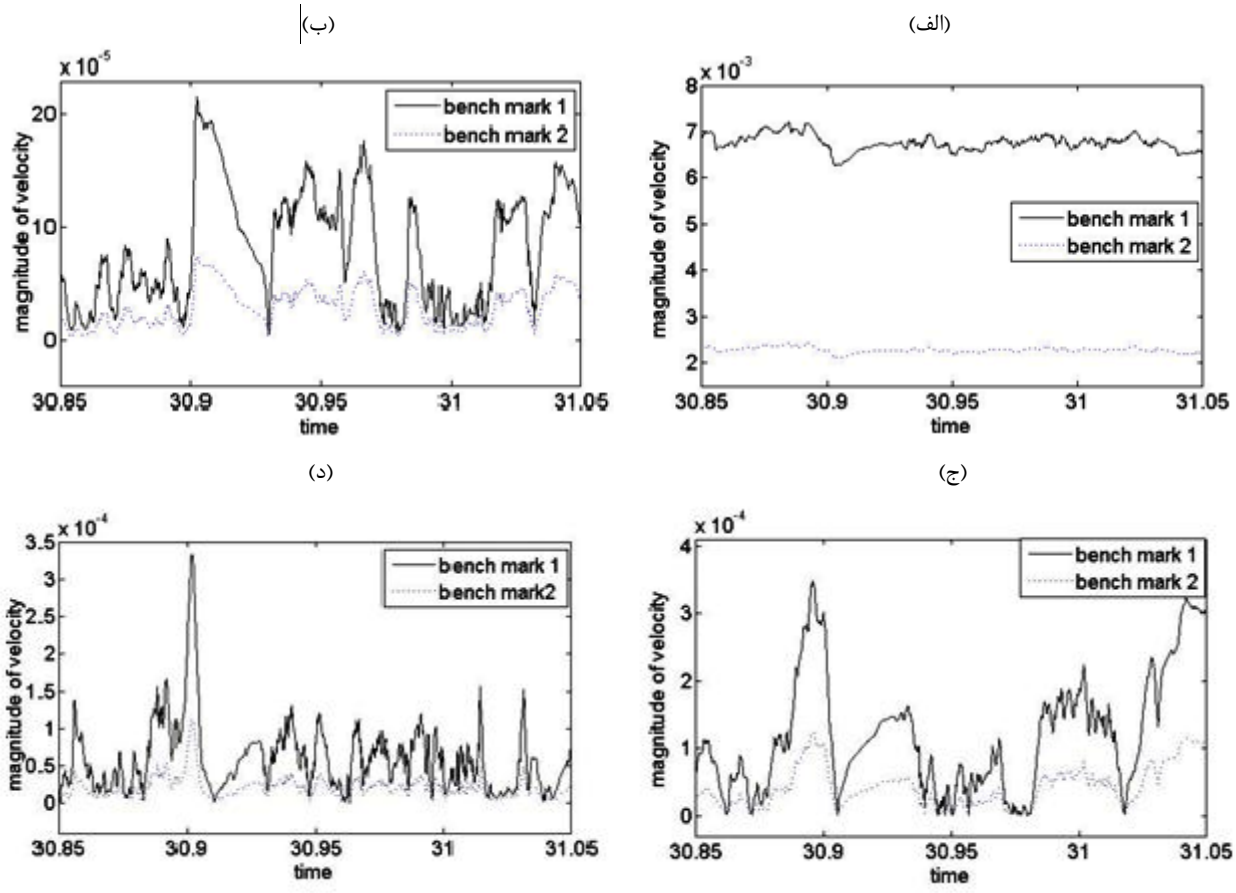
جهت بررسی رفتار ابر کاواک در ناحیه‌ی مجاور باید تغییرات فشار را در ناحیه‌ی اطراف ابرکاواک در نظر گرفته شود که این تغییرات فشار می‌تواند بصورت موج تا دوردست ادامه پیدا کند. حال با توجه به اینکه می‌توان تغییرات فشار را با تغییرات سرعت (با توجه به قانون برنولی)متناسب در نظر گرفت با محاسبه‌ی تغییرات سرعت در دو نقطه، تغییرات فشار را در ناحیه‌ی مجاورتخمین زد. مقدار سرعت را توسط مدهای همساز کروی که در در هر مد مکانی بدست آورده شده است در ناحیه‌ی مجاور میدان در دو نقطه که در یک راستا و به ترتیب در فاصله‌ی ۱ و ۱/۵ سانتیمتر بدست آمده در شکل ۸ مقایسه شده است. این تغییرات بر حسب زمان به تفکیک هر مد در شکل آورده شده است.

همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود تغییرات سرعت در طول زمان بسیار زیاد است که نشان‌دهنده‌ی تغییرات فشار می‌باشد. با فاصله گرفتن از مرکز مختصات تغییرات سرعت در طول زمان کم می‌شود. این اختلاف سرعت در دونقطه در مد اول بسیار مشهود است. در بعضی از مدهای مکانی در طول زمان مقدار ماکزیمم سرعت دیده می‌شود که به دلیل هم جهت شدن انتشار تک قطبی و دو قطبی در یک زمان می‌باشد. یک نتیجه‌ی مهمی که درشکل ۸ می‌توان دید این است که مقدار سرعت القا شده از مد دوم به بعد بر اساس مقدار انرژی هر مد کاهش نمی‌یابد و می‌توان اهمیت هر یک از این مدها برای بررسی میدان در بی نهایت یکی دانست.

با در نظر گرفتن ضرایب زمانی هر یک از مدها که به عنوان تابع وزنی شدت منابع در نظر گرفته شده است می‌توان نتیجه گرفت که جهت سرعت القا شده در مد مکانی دوم بعد در طول زمان تغییر خواهدکرد

[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]




**شکل ۸ - اندازه‌ی سرعت در دو نقطه به فاصله‌ی ۱/۵ سانتیمتر از یکدیگر در میدان بازسازی توسط مدهای مکانی مختلف، (الف): مد اول، (ب): مد دوم، ( ج): مد سوم، (د): مد چهارم**

با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان گفت جهت بررسی میدان ابرکاواک می‌توان، با در نظر گرفتن یک منبع دوقطبی تخمین مناسبی برای رفتار میدان ابرکاواک در ناحیه‌ی مجاور و در نتیجه در ناحیه‌ی دوردست دانست. این نتایجی که در این مقاله بدست آمده است می‌توان به عنوان حل هیدرودینامیک جهت شروع حل هیدروآکوستیک میدان قرار گیرد.

## ۴- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیتی که ابرکاواک دارد به بررسی رفتار دینامیکی ابرکاواک پرداخته شده است. با تفکیک میدان ابرکاواک توسط روش POD می‌توان ساختار های منسجم میدان را بدست آورد. با در نظر گرفتن چهار مد اول حاصل از POD که در مجموع ۹۲ درصد انرژی کل میدان محفوظ مانده، می‌توان با تقریب مناسب میدان حل را بازسازی کرد. در شکل ۵ مدهای مکانی حاصل از تفکیک POD نشان داده شده است. مد اول مربوط به جریان متوسط میدان می‌باشد که به عنوان ساختارهایی که بیشترین ماندگاری را در زمان‌های مختلف دارند شناخته می‌شود. مدهای بعدی تقریباً جریان داخل حفره ابرکاواک را نشان می‌دهد که نشان‌دهنده‌ی منبع اصلی نوسانات شیدینگ است. با بررسی ضرایب زمانی هر مد می‌توان تمام فرکانس‌هایی که در میدان موجود است را مشاهده کرد. همچنین با در نظر گرفتن فرکانس غالب این ضرایب می‌توان فرکانس شیدینگ را نتیجه گرفت.

با مدل کردن مدهای مکانی به مدهای همساز کروی می‌توان هر مد مکانی را با منابع تک قطبی، دو قطبی و دو منبع چهار قطبی مدل کرد، بطوریکه انتشار هر یک برابر با فرکانس و دامنه‌ی ضرایب زمانی متناظر با همان مد مکانی است. با مقایسه‌ی شدت هر یک از منابع در مدهای مختلف مکانی، بیشترین شدت مربوط به مد اول می‌باشد که دلیل آن را می‌توان به مقدار انرژی محفوظ شده در هر مد مکانی نسبت به انرژی کل میدان پیدا کرد. همچنین با دقت به نحوه‌ی الگوی انتشار این منابع می‌توان دید که جهت الگوی انتشار منابع در مد اول مکانی تغییر نمی‌کند و این در حالی است که در مدهای بعدی تغییر می‌کند. علت این رفتار را می‌توان، از ساختار هر یک از مدهای مکانی نتیجه گرفت. علاوه بر این می‌توان از منابع چهار قطبی صرف نظر کرد.

با بررسی تغییرات فشار می‌توان رفتار ابرکاواک را در ناحیه‌ی بسیار دور که به صورت صوت منتشر می‌شود بررسی کرد. به همین



[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

منظور می‌توان با بدست آوردن تغییرات سرعت القا شده توسط منابع در ناحیه مجاور، الگوی تغییرات فشار را بدست آورد. با بررسی تغییرات مقدار سرعت در دو مکان مختلف در هر مد ملاحظه شد که از مد دوم به بعد با توجه به اینکه مقدار محتوای انرژی به ازای افزایش شماره‌ی مد کاهش می‌یابد ولی مقدار سرعت القا شده تغییر نمی‌کند و در بررسی رفتار هر مد در ناحیه‌ی دوردست تقریباً از یک ارزشی برخوردارند.

در نهایت می‌توان به عنوان تقریب درست از رفتار ابرکاواک در ناحیه‌ی دوردست میدان جریان ابرکاواک را با یک منبع دوقطبی مدل کرد و به عنوان یک ورودی حل هیدروآکوستیک در نظر گرفت.

## کلید واژگان

1- artificial or ventilated supercavitation
2- Surface Tracking Methods
3- Homogenous Equilibrium Flow Models
4- Transport Based Equation Model
5- convective
6- Post-processing
7- Lumley
8- Holmes
9- Aubry
10- Podvin
11- Delville
12- Liberzon
13- Picard and Delville
14- Ahlman
15- Deane
16- Ravindran
17- Ma and Karniadakis
18- Bernardo
19- Buryan
20- helmholz
21- snapshot
22- Sirovich
23- Pedersen
24- auto-covariance
25- Batchelor
26- shedding
27- Monopole
28- Dipole
29- Longitudinal Quadrupole

## منابع

1- Wang, G., Senocak, I., Shyy, W., Ikohagi, T., and Cao, S.,(2001), *Dynamics of attached turbulent cavitating flows*, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 37, pp. 551-581.

2-Lumley, J.L.,(1967), *The structure of inhomogeneous turbulent flows.Atmos.* Turbu. Radio Wave Propagat., 166–178.

3-Holmes P, Lumley JL, Berkooz G., (1996) *Turbulence, coherent structures, dynamic systems, and symmetry*. Cambridge University Press, Cambridge

4- Aubry, N., Holmes, P., Lumley, J.L., Stone, E., (1988)., *The dynamics of coherent structures in the wall region of the wall boundary layer.* Jurnal Fluid Mech. 192 (15).

5- Podvin, B., (2001)., *On the adequacy of the ten-dimensional model for the wall layer*. Phys. Fluids 13 (1), 210–224.

6- Delville, J., Ukeiley, L., Cordier, L., Bonnet, J.P., Glauser, M., (1999),. *Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer*, Part 1—proper orthogonal decomposition. Jurnal Fluid Mech.391, 91–122.

7- Ukeiley, L., Cordier, L., Manceau, R., Delville, J., Glauser, M.,Bonnet, J.P., (2001)., *Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer*, Part 2—Dynamical systems model. Jurnal Fluid Mech. 441, 67–108.

8- Liberzon, A., Gurka, R., Hetsroni, G., (2001), *Vorticity characterization in a turbulent boundary layer using PIV and POD analysis*, In: 4th International Symposium on Particle Image Velocimetry, Gottingen,Germany, Paper 1184.

9- Picard, C., Delville, J., (2000), *Pressure–velocity coupling in a subsonic round je*, Int Jurnal Heat Fluid Flow 21, 359–364.

10- Ahlman, D., Soderlund, F., Jackson, J., Kurdilla, A., Shyy, W., (2002), *Proper orthogonal decomposition for time-dependent lid-driven cavity flows*. Numer. Heat Transfer, Part B 42, 285–306.

11- Deane,A.E., Kevrekidis, I. G., Karniadakis, G. E., and Orszag, S. A., (1991), *Low-Dimensional Models for Complex Geometry Flows: Application toGrooved Channels and Circular Cylinders*, Physics of Fluids A, 3 (10), pp. 2337-2354

12-Ravindran, S. S., (2002), *Control of Flow Separation Over a Forward-Facing Step by Model Reduction*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191 pp.1924-1942.

13- Ma, X. and Karniadakis, G. E., (2002), *A Low-Dimensional Model for Simulating Three-Dimensional Cylinder Flows*, Journal of Fluid Mechanics, **458** pp. 181-190.

14- Bernardo,G., Alessandro,B., Charles-Henri,B., Angelo,I,.(2007), *Accurate model reduction of transient and forced wakes,*. European Journal of Mechanics B/Fluids 354–366

15- Buryan,A.,Akin,P,.Selin,A,.(2008), *Cfd analysis and reduced order modeling of uncontrolledand controlled laminar flow over a circuler cylinder* .engineering of computational fluid mechanice.vol. 5,no .1pp.67-82

[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]

16- Sirovich, L., (1987), *Turbulence and the dynamics of coherent structures*. Part I: coherent structures. Quarterly of Applied Mathematics 45 (2), 561-571.
17-Pedersen, J.M., (2003), *Analyses of Planar Measurements of Turbulent Flows*. Ph.D.Thesis, Technical University of Denmark, DTU.
18-Batchelor G., (2000), *Introduction To Fluid Dynamics*. (Cup, 2000)(T)(Isbn 0521663962)(631S)
19- N.M. Nouri, M. Moghimi, S. M. Mirsaeedi.,(2009), *Unsteady Modeling of Cavitating Flow with Artificial Viscosity*, IMECHE Journal of Mechanical Engineering, part C, in press. (In Persian)
20- Molavi, E,. (2011*), Experimental and theoretical analysis artificial supercavitation*, A thesis submitted to the IUST for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering. (In Persian)

[ Downloaded from marine-eng.ir on 2026-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.17357608.1396.13.25.5.1 ]