حل تحلیلی امواج سطحی تولید شده در اثر حرکت اجسام غوطه ور

دکترنوروزمحمد نوری[1]

۱- آزمایشگاه تحقیقاتی هیدرودینامیک کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

مطالعه تحلیلی جریان پتانسیل دو بعدی در مجاورت سطح آزاد در مقاله حاضر مورد توجه قرار گرفته است. این مقوله یکی از مباحث بنیادی در هیدرودینامیک کاربردی است و در حال حاضر روش های متنوعی برای حل این قبیل مسائل در حال توسعه است. مشاهدات تجربی امواج دریا در مقیاس بزرگ و یا مشاهدات آزمایشگاهی در کانالهای باز بیانگر شکل گیری پدیده های پیچیده ای در پایین دست جریان می باشد. همچنین در پایین دست جریان اجسام شناور و یا غوطه ور، نوسانات سطح آزاد بصورت امواج سطحی ظاهر می شود که بیانگر انتقال انرژی از طرف جسم متحرک به سیال است که به عنوان درگ موج شناخته می شود. با توجه به مکانیزمهای بسیار پیچیده شکل‌گیری امواج سطحی و انتقال آن، تشریح پدیدهٔ درگ موج در اجسام غوطه ور و شناور یکی از مباحث پیچیده در تئوری هیدرودینامیک محسوب می شود. در مقاله حاضر سعی براین است گامی در جهت شناخت دقیق تر پدیده های هیدرودینامیکی مجاور سطح آزاد با مطالعه بنیادی قانونمندی های حاکم بر پدیده ها برداشته شود. نتایج تحلیلی بدست آمده این امکان را فراهم می کند که بتوان شکل گیری امواج سطحی و پدیدهٔ درگ موج را تفسیر نمود. جریان حول استوانهٔ غوطه ور بعنوان یک مسئله مدل انتخاب شده است که نتایج و روش ارائه شده قابل تعمیم به کلیه مسائل دو بعدی می باشد. همچنین بر اساس این روش، می توان روشهای متداول جهت حل جریان پتانسیل در محیط بیکران را به محیط های محدود به سطح آزاد گسترش داد.

کلمات کلیدی: موج سطحی، جریان پتانسیل، درگ موج

ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL FREE-SURFACE WAVES DUE TO MOTION OF A SUBMERGED BODIES

Abstract

Analytical analysis of a two-dimensional submerged body moving with a constant velocity in an inviscid incompressible fluid under gravity near a free surface is studied in this paper. This notion is one of the fundamental concepts in applied hydrodynamics. Experimental observations of water waves in large scale or laboratory observation in open channels is indicative of complex phenomenons taking place in the downstream of an object placed under a free surface. Also, in the downstream of floating or submerged bodies, surface wave generate. This is due to the fact that energy transferring takes place from the moving body to the fluid which is known as “wave drag”. Considering the mechanism of surface wave formation and its motion, describing the wave drag phenomenon in submerged and floated bodies has become one of more complex topics in hydrodynamic theory. In this present work, it has been attempted

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

to take a step in more precise comprehension of hydrodynamic phenomenons adjacent to free surface. This has been down by the study of fundamental laws governing the fluid motions. Analytical results obtained provide insight in ability to interpret the formation of surface waves and wave drag phenomenon. A submerged cylinder and surrounding stream has been considered as a study model upon which the obtained results and the utilized procedure would be extendable to all other two dimensional problems. Moreover, based on this procedure, it is conceivable to extend the conventional methods of problem solving for infinite domain to problems bounded by a free surface.

Keywords: surface waves – potential flow – wave drag

مقدمه :

مطالعه تحلیلی و عددی جریان سیال در مجاورت سطح آزاد یکی از مباحث بنیادی در مقوله هیدرودینامیک کاربردی است.در حال حاضر روش های متنوعی برای حل این قبیل مسائل توسعه داده شده است که هریک از آنها ویژگی های خاص خود را داراست. مروری بر این روشها در مقاله Tsai(1996) و Yue [۱] آمده است. در سالهای اخیر، برمبنای مدلهای محاسباتی غیر لزج همراه با سطح آزاد فعالیت های زیادی صورت گرفته است (شبیه سازی آبهای متلاطم، موج مجرد، امواج پیش رونده و جریان اطراف اجسام غوطه ور). برای نمونه Wu et al.(1998) [۲] از روش اجزای محدود برای شبیه سازی تلاطم سیال غیر لزج در یک تانک با مقطع مستطیلی استفاده کردند و Chern et al.(1999) [۳] برای تحلیل امواج غیر خطی از روش اجزای ماتریسی شبه طیفی[1] استفاده نمودند. با توسعه توانمندیهای کامپیوتری، شبیه سازی عددی جریان لزج مجاور سطح آزاد نیز میسر شده است که در این راستا میتوان به فعالیت های Floryan and Rasmussen(1989) [۴]، Yeung and Yu(1995) [۵]، Gentz et al.(1996) [۶]، Ushijima(1998) [۷] اشاره نمود. جریان اطراف اجسام غوطه ور و اثرات جسم بر سطح آزاد پایین دست نیز از مباحث مورد توجه محققین بوده است. در این راستا به فعالیت های Gang Zhu et al.(2001) [۸] و Brummelen et al.(2001) [۹] قابل اشاره است. با مرور فعالیت های تحقیقاتی گذشته و حال مشاهده می شود که سمت گیری محققین در مطالعه جریان همراه با سطح آزاد به روشهای تحلیلی، عددی و تجربی دنبال می شود. مشاهدات تجربی امواج دریایی در مقیاس بزرگ و یا مشاهدات آزمایشگاهی به کمک روش الکتروشیمی و یا ذرات جامد و یا لیزر دوپلر در کانالهای باز بیانگر شکل گیری پدیده های پیچیده ای در پایین دست جریان می باشد. همچنین در پایین دست جریان اجسام شناور و یا غوطه ور، نوسانات سطح آزاد بصورت امواج سطحی ظاهر می شود که بیانگر انتقال قسمتی از انرژی مصرفی جهت حرکت جسم به سیال است که به عنوان درگ موج شناخته می شود. با توجه به مکانیزم بسیار پیچیده شکل گیری امواج سطحی و انتقال آن، تشریح پدیدهٔ درگ موج در اجسام غوطه ور و شناور یکی از مباحث پیچیده در تئوری هیدرودینامیک محسوب می شود. نتایج تحقیقاتی در باب چگونگی شکل گیری امواج سطحی و تخمین میزان درگ موج بیانگر تأثیر دینامیکی حرکت و هندسهٔ جسم بر میزان درگ موج می باشد.JorgeD'Elia et al.(2002) [۱۰] از تبدیل فوریه برای محاسبه ضریب درگ موج در جریان پتانسیل مجاور سطح آزاد با عمق نامحدود استفاده کردند. آنها وجود جسم خارجی را به کمک توزیع فرضی اغتشاش فشاری مدل نمودند و رابطه ای برای درگ موج بر حسب دامنه امواج پایین دست بدست آوردند.

نتایج بدست آمده به کمک روش های مختلف حاوی اطلاعات ارزشمندی هستند و گام موثری در جهت شناخت دقیق تر پدیده های هیدرودینامیکی مجاور سطح آزاد محسوب می شوند اما این نتایج، در بسیاری از موارد با دو مشکل اساسی مواجه هستند. مشکل اول

[1]- Pseudo spectral matrix element method

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

ارزیابی اعتبار نتایج حاصله از روشهای عددی است و دیگر آنکه امکان شناخت بنیادی قانونمندی های حاکم بر پدیده ها بر اساس نتایج نهایی میسر نمی باشد زیرا نمی توان ارتباط بین پارامترهای موثر بر پدیده ها را به صراحت مشاهده کرد.

در مقالهٔ حاضر سعی بر ارائه روشی بنیادی است که به کمک آن بتوان شکل گیری امواج سطحی و پدیدهٔ درگ موج را تفسیر نمود. بر این اساس جریان حول استوانهٔ غوطه ور بعنوان یک مسئله مدل انتخاب شده است که نتایج حاصله و روش ارائه شده قابل تعمیم به کلیه مسائل دو بعدی می باشد. همچنین بر اساس این روش، می توان روشهای متداول جهت حل جریان پتانسیل در محیط بیکران را به محیط های محدود به سطح آزاد تعمیم داد.

مدل ریاضی جریان حول اجسام غوطه ور دو بعدی

تأکید بحث حاضر بر شناخت عمیق تر رفتار جریان سیال در ناحیه ای خارج از همسایگی جسم است. براین اساس، حل در ناحیهٔ خارج از حوزهٔ تأثیر لزجت در نزدیکی دیواره بعنوان یک حل خارجی[۲] مورد توجه قرار دارد و جریان پتانسیل مورد بررسی قرار می گیرد.دستگاه مختصات oxy به گونه ای در نظر گرفته می شود که مبدأ بر سطح آزاد اولیه قرار دارد (شکل ۱). با توجه به شرایط مسئله، جریان سیال با کمک پتانسیل سرعت φ که حل معادلهٔ لاپلاس دوبعدی است تشریح می گردد:

$$\nabla^2\Phi = 0 \qquad (۱)$$

معادلهٔ فوق به کمک شرایط مرزی روی جسم، روی سطح آزاد و در فواصل دور حل می شود. روی سطح جسم صلب سرعت عمودی صفر است:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \qquad (۲)$$

شرایط مرزی روی سطح آزاد شامل معادلهٔ برنولی و سینماتیک سطح آزاد می باشد. معادلهٔ برنولی روی سطح آزاد:

$$P_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 = P + \frac{1}{2}\rho U^2 + \rho g y_0 \qquad (۳)$$

با توجه به اینکه در مطالعات حاضر شعاع انحنای سطح آزاد در کلیه نقاط بزرگ در نظر گرفته می شود و شکستگی[۳] در سطح آزاد وجود ندارد می توان از اثرات کشش سطحی صرف نظر نمود. بنابراین سطح آزاد یک سطح فشار ثابت است و سرعت دارای دو مؤلفه در جهات x و y است که بر این اساس معادلهٔ (۳) بصورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\frac{1}{2}\left[\varphi_x^2 + \varphi_y^2 - U_\infty^2\right] + g y_0 = 0 \qquad (۴)$$

با توجه به جریان پایا، سطح آزاد در مسئلهٔ حاضر یک خط جریان است. سینماتیک این خط را می توان به صورت ریر نوشت :

$$U_y = y_0' U_x \qquad (۵)$$

که y_0' بیانگر شیب خط جریان می باشد. U_x و U_y مؤلفه های بردار سرعت روی سطح آزاد هستند.

در بالا دست جریان و عمق سیال جریان یکنواخت است. بنابراین :

$$\begin{cases} \varphi_x = -U_\infty \\ \varphi_y = 0 \\ y \to -\infty \end{cases} \qquad (۶)$$

$$\begin{cases} \varphi_x = -U_\infty \\ \varphi_y = 0 \\ x \to +\infty \end{cases} \qquad (۷)$$

مسئلهٔ حاضر ماهیت انتشار دارد و هرگونه اغتشاش مشخصه های فیزیکی به پایین دست منتشر می شود بنابراین از دیدگاه تئوریک، امواج حاصله تا بینهایت در پایین دست منتشر می شوند و اطلاعات پایین دست خود قسمتی از حل مسئله است.

سیستم معادلات بدون بعد

برای شناخت بهتر تأثیر پارامترهای مؤثر، سیستم معادلات و شرایط مرزی به کمک پارامترهای مشخصه بدون بعد می شوند. اگر h به عنوان طول

[2]- outer solution

[3]- cusp

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

مشخصه و $\sqrt{gh}$ به عنوان سرعت مشخصه در نظر گرفته شوند، داریم

$$x = Xh,\ \ y = Yh,\ \ \varphi = \Phi\sqrt{gh^3}$$

$$\nabla^2\Phi = 0 \qquad (۸)$$

$$\frac{1}{2}\left[\Phi_X^2 + \Phi_Y^2 - F_r^2\right] + Y = 0 \quad \text{(روی سطح آزاد)} \qquad (۹)$$

$$\Phi_Y = \Phi_X Y' \quad \text{(روی سطح آزاد)} \qquad (۱۰)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial N} = 0 \quad \text{(روی سطح جسم)} \qquad (۱۱)$$

$$\Phi_X = -F_r \quad \text{(در بالادست و در عمق جریان)} \qquad (۱۲)$$

$$\Phi_Y = 0 \quad \text{(در بالادست و در عمق جریان)} \qquad (۱۳)$$

$$F_r = U_\infty \big/ \sqrt{gh} \qquad (۱۴)$$

که F_r عدد فرود است که بر اساس سرعت یکنواخت در بالادست جریان تعریف شده است.

آنالیز جریان

در حالت کلی معادلهٔ لاپلاس به کمک شرایط مرزی غیر خطی بدست آمده قابل تحلیل است. اگر فاصلهٔ جسم از سطح آزاد زیاد باشد، مرتبهٔ[۴] جریان القاء شده توسط جسم نسبت به مرتبهٔ جریان یکنواخت کوچک است و می توان پتانسیل جریان را بصورت مجموع پتانسیل جریان یکنواخت Φ_0 و جریان القاء شده توسط جسم ϕ نوشت:

$$\Phi = \Phi_0 + \phi \qquad (۱۵)$$

$$\Phi_0 = -F_r X$$

با قرار دادن رابطهٔ (۱۵) در سیستم معادلات بدون بعد و صرف نظر از جملات با مرتبهٔ کوچکتر، مرتبهٔ اصلی جریان القاء شده توسط جسم به کمک سیستم معادلات خطی زیر بدست می آید:

$$\nabla^2\phi = 0 \qquad (۱۶a)$$

$$Y_0 = F_r\phi_X \qquad (۱۶b)$$

$$\phi_Y = -F_r^2\phi_{XX} \quad (Y_0 = 0 \text{ روی سطح}) \qquad (۱۶c)$$

$$\phi_X = 0 \quad \text{(در بالادست و عمق جریان)} \qquad (۱۶d)$$

$$\phi_Y = 0 \quad \text{(در بالادست و عمق جریان)} \qquad (۱۶e)$$

حل معادلهٔ (۱۶) پتانسیل جریان القاء شده توسط جسم را بدست می دهد. روش مناسب برای حل سیستم معادلات فوق، استفاده از متغیرهای مختلط است. به کمک توابع پتانسیل و جریان ، تابع پتانسیل مختلط و سرعت مختلط به صورت زیر تعریف می گردد:

$$w(z) = \Phi(X,Y) + i\Psi(X,Y) \qquad (۱۷)$$

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} + i\frac{\partial\Psi}{\partial x} \qquad (۱۸)$$

به کمک توابع فوق، شرایط مرزی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\mathrm{Im}\left[i\frac{d^2w}{dz^2} - F_r^{-2}\frac{dw}{dz}\right] = 0 \quad (Y_0 = 0 \text{ در}) \qquad (۱۹a)$$

$$dw/dz = 0 \quad (X \to +\infty \text{ در بالادست جریان}) \qquad (۱۹b)$$

$$dw/dz = 0 \quad (Y \to -\infty \text{ در عمق جریان}) \qquad (۱۹c)$$

برای محاسبهٔ $w(z)$ که شرایط مرزی روی سطح آزاد و در بینهایت را ارضاء کند، معادلهٔ دیفرانسیل جدیدی را در کل صفحهٔ مختلط تعریف می کنیم:

$$i\frac{d^2w}{dz^2} - F_r^{-2}\frac{dw}{dz} = F(z) + \overline{F}(z) \qquad (۲۰)$$

این معادله با هر تابع $F(z)$ دلخواه شرایط مرزی روی سطح آزاد را ارضاء می کند. این روش حل توسط محقق روسی M.Keldyche در حوزه آنالیز مختلط ارائه شده است و به کمک آن می توان حل معادله در یک ناحیهٔ محدود را به ناحیهٔ بیکران تعمیم داد. در مقالهٔ حاضر به عنوان یک مسئلهٔ نمونه، جریان حول سیلندر مطالعه می شود و $F(z)$ به گونه ای است که علاوه بر ارضای شرایط مرزی (۱۹) شرط صفر بودن سرعت عمودی روی سطح سیلندر نیز ارضاء گردد. تابع $F(z)$ که شرایط فوق را داشته باشد می تواند از پتانسیل مختلط جریان حول سیلندر در مجاورت دیوارهٔ صلب به کمک روش تصویر بدست آید:

$$w = -F_r z + \frac{\Gamma}{h\sqrt{gh}}\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{z - z_t}{z - \overline{z}_t} - \sum_{i=1}^{m}\frac{\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\left\{\frac{1}{z - z_i} + \frac{1}{z - \overline{z}_i}\right\} \qquad (۲۱)$$

که رابطهٔ فوق بیانگر جریان حول سیلندربه شعاع a همراه با سیرکولاسیون است که Γ شدت ورتکس و μ_i شدت توزیع دوبلت های داخل استوانه را نشان می دهد.

مختصات مرکز سیلندر : z_1

$$z_t = \mathrm{Re}(z_1) - i\sqrt{I_m^2 z_1 - a^2}$$

[4]- order

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

$$z_{m+1} = z_1 - \frac{a^2}{\bar{z}_1 - z_m}$$
$$\mu_n = U_\infty a_n^2$$
$$a_{n+1} = \frac{iaa_n}{(\bar{z}_1 - z_n)}$$

با توجه به نتایج فوق، تابع $F(z)$ به صورت زیر تعریف می گردد:

$$F(z) = i\frac{d^2 w_1}{dz^2} - F_r^{-2}\frac{dw_1}{dz} \qquad (۲۲)$$

$$w_1 = \frac{\Gamma}{h\sqrt{gh}}\frac{1}{2\pi i}\ln(z - z_1) - \sum_{i=1}^{m}\frac{\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\left\{\frac{1}{z - z_i}\right\} \qquad (۲۳)$$

حل معادلهٔ دیفرانسیل معمولی با طرف ثانی به کمک شرایط مرزی داده شده و معادلات ۲۲ و ۲۳ به صورت زیر بدست می آید:

$$w(z) = -F_r z + \frac{\Gamma}{h\sqrt{gh}}\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{z - z_t}{z - \bar{z}_t} - \sum\frac{\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\left\{\frac{1}{z - z_i} + \frac{1}{z - \bar{z}_i}\right\} + \frac{\Gamma}{\pi i h\sqrt{gh}}e^{-iF_r^{-2}z}\int_\infty^z \frac{e^{iF_r^{-2}t}dt}{t - \bar{z}_t} - \sum\frac{2\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}e^{-iF_r^{-2}z}\int_\infty^z \frac{e^{iF_r^{-2}t}dt}{t - \bar{z}_t} \qquad (۲۴)$$

رابطهٔ (۲۴) نشان می دهد جریان حول سیلندر در مجاورت سطح آزاد شامل جریان حول سیلندر در مجاورت دیوارهٔ صلب و جریان القایی است که بوسیلهٔ دو جملهٔ آخر در معادلهٔ (۲۴) داده شده است. شکلهای (۲) تا (۴) رسم خطوط جریان را بر اساس مقادیر مختلف سیرکولاسیون بدست می دهد. مشاهده می‌شود که در سیرکولاسیون صفر نیز جریان جول سیلندر متقارن نمی باشد که اثرات جریان القایی در اثر وجود سطح آزاد را نشان می دهد. این پدیده بیانگر اعمال نیرو به استوانه در اثر جریان القایی می باشد. به کمک رابطهٔ (۲۴) می توان سرعت مختلط را به صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{dw}{dz} = -F_r + \frac{\Gamma}{h\sqrt{gh}}\frac{1}{2\pi i}\left\{\frac{1}{z - z_t} - \frac{1}{z - \bar{z}_t}\right\} + \frac{\Gamma}{h\sqrt{gh}}\frac{1}{\pi i}e^{-iF_r^{-2}\bar{z}}\int_\infty^{\bar{z}}\frac{e^{iF_r^{-2}t}dt}{(t - \bar{z}_t)^2} + \sum\frac{\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\left\{\frac{1}{(z - z_i)^2} + \frac{1}{(z - \bar{z}_i)^2}\right\} + \sum\frac{4\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}e^{-iF_r^{-2}\bar{z}}\int_\infty^{\bar{z}}\frac{e^{iF_r^{-2}}t}{(t - z_i)^3}dt \qquad (۲۵)$$

رابطهٔ (۲۵) بیانگر مجموع جریان یکنواخت حول سیلندر در مجاورت دیوارهٔ صلب و جریان القایی در اثر تغییر شکل سطح آزاد می باشد. درحالت خاص که سیرکولاسیون صفر است سرعت القاء شده در فاصله های دور از استوانه به صورت است:

$$U_{inf} = \sum\frac{4\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}e^{-iF_r^{-2}z}\int_\infty^z\frac{e^{iF_r^{-2}t}}{(t - \bar{z}_i)^3}dt \qquad (۲۶a)$$

با انتگرال گیری جزء به جزء معادله (۲۶a) به صورت زیر در می آید:

$$U_{inf} = \sum\frac{-2\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\frac{1}{(z - \bar{z}_i)^2} + \sum\frac{-2\mu_i}{h^2\sqrt{gh}}\frac{i}{F_r^2}\frac{1}{(z - \bar{z}_i)} + \sum\frac{2\mu_i}{h^2\sqrt{gh}F_r^4}e^{-iF_r^{-2}Z}\int_\infty^z\frac{e^{iF_r^{-2}t}dt}{t - \bar{z}_i} \qquad (۲۶b)$$

جملهٔ اول رابطهٔ (۲۶b) بیانگر سری دوبلت های القاشده مجازی در اثر وجود سطح آزاد در نیم صفحه بالایی و جملهٔ دوم نشان دهندهٔ ورتکس های القاشده مجازی توسط سطح آزاد در نیم صفحه بالایی می باشد. می توان نشان داد که جملهٔ آخر نیز شامل مجموعه ای از الگوهای جریان پتانسیل القایی می باشد. این رابطه نشانگر این است که تغییر شکل سطح آزاد معادل اثرات توزیع مجموعه ای از نقاط منفرد مجازی از مرتبه های مختلف در صفحهٔ بالایی جریان می باشد.

تغییر شکل سطح آزاد

برای مطالعهٔ تغییر شکل سطح آزاد از سینماتیک نقاط مادی روی سطح آزاد کمک گرفته می شود :

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

$$Y_0 = F_r \phi_X = F_r \,\mathrm{Re}\left[F_r + \frac{dw}{dz} \right] \quad (Y_0 = 0 \text{ روی}) \qquad (۲۷)$$

در فاصله های دور در پایین دست جریان، سرعت القایی ناشی از توزیع نقاط منفرد معادل اثر دیوارهٔ صلب بسیار کوچک است و قابل صرف نظر خواهد شد. بنابراین رابطهٔ (۲۷) در پایین دست های دور به صورت زیر بدست می آید:

$$Y_\infty = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2\Gamma}{U_\infty h} e^{-F_r^{-2}\bar{y}_t} \\ +\sum \dfrac{4\pi g \mu_i}{U_\infty^3 h} e^{-F_r^{-2}\bar{y}_i} \end{array} \right\} \sin \frac{X}{F_r^2} \qquad (۲۸)$$

که رابطهٔ (۲۸) بیانگر امواج سطحی القایی در اثر وجود سیلندر با دامنه و فرکانس مشخصی می باشد:

$$\lambda = 2\pi F_r^2 \qquad (۲۹a)$$

$$\omega = 1/F_r^2 \qquad (۲۹b)$$

این رابطه نشان می دهد که سرعت جابجایی امواج سطحی همان سرعت جابجایی جسم و یا سرعت جریان یکنواخت در فاصله های دور است. شکل های (۵) تا (۷) تغییر شکل سطح آزاد را به ازای مقادیر مختلف سیرکولاسیون و عدد فروید نشان می دهد. نکتهٔ قابل توجه این است که در یک سیرکولاسیون خاص می توان سیرکولاسیون القایی ناشی از توزیع دوبلت را خنثی نمود و به سطح آزاد بدون موج دست یافت. در این شرایط با صفر شدن دامنهٔ موج در فاصله های دور داریم :

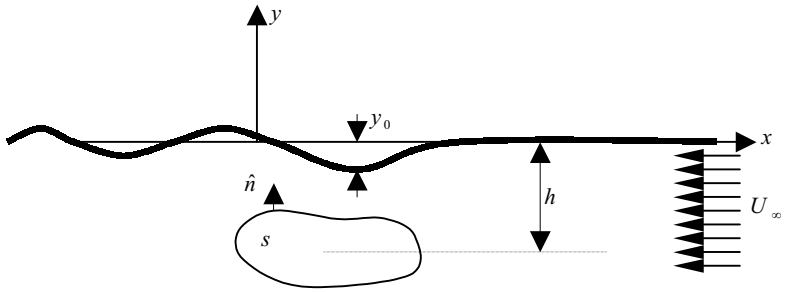
$$\Gamma = -\frac{\sum \dfrac{2\pi g \mu_i}{U_\infty^2} e^{-F_r^{-2}\bar{y}_i}}{e^{-F_r^{-2}\bar{y}_t}} \qquad (۳۰)$$

برای $\Gamma = 0.508$ تغییر شکل سطح آزاد در شکل (۸) نشان داده شده است. در این حالت تغییر شکل سطح آزاد منحصر به نزدیکی سیلندر می باشد و در فاصله های دور سطح آزاد مسطح خواهد بود.

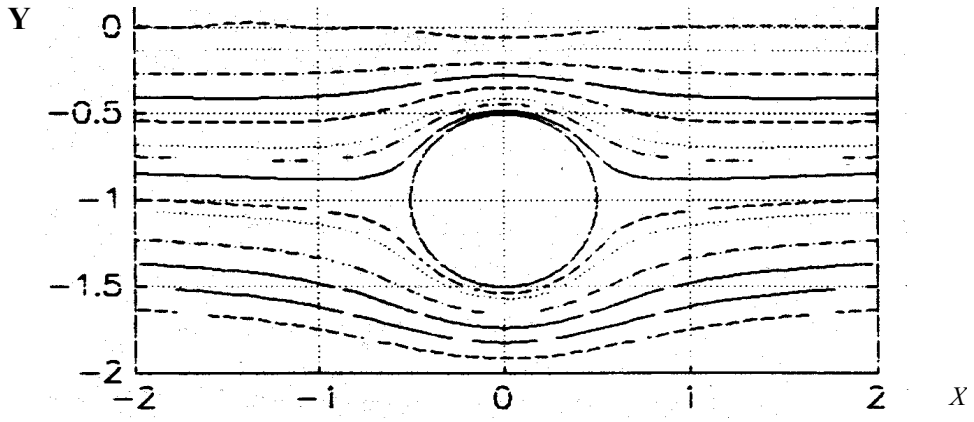
جمع بندی

حل تحلیلی جریان حول سیلندر در مجاورت سطح آزاد و نتایج جالب بدست آمده این امکان را فراهم می‌کند که بتوان پدیدهٔ شکل گیری امواج سطحی را دقیقاً تشریح کرد و نیروی برا و پسای القاء شده را مطالعه نمود. نتایج تحلیلی نشان می دهد که نقاط منفرد مجازی ساکن در نیم صفحه بالایی، شکل گیری امواج سطحی را تشریح می کند و دامنه و فرکانس امواج با شدت نقاط منفرد مرتبط است. حل جریان حول سیلندر به عنوان یک مسئله مدل نشان می دهد که شکل گیری امواج سطحی پایای مشاهده شده در فعالیت های تجربی در اثر وجود اجسام غوطه ور و ایجاد ناحیهٔ چرخشی پایا در پایین دست اجسام می تواند توسط روش توزیع نقاط منفرد مجازی مدل شود و نتایج این روش در نواحی دور از ناحیه محدود چرخشی معتبر است که می تواند مبنای ارزیابی و تحلیل نتایج عددی قرارگیرد.

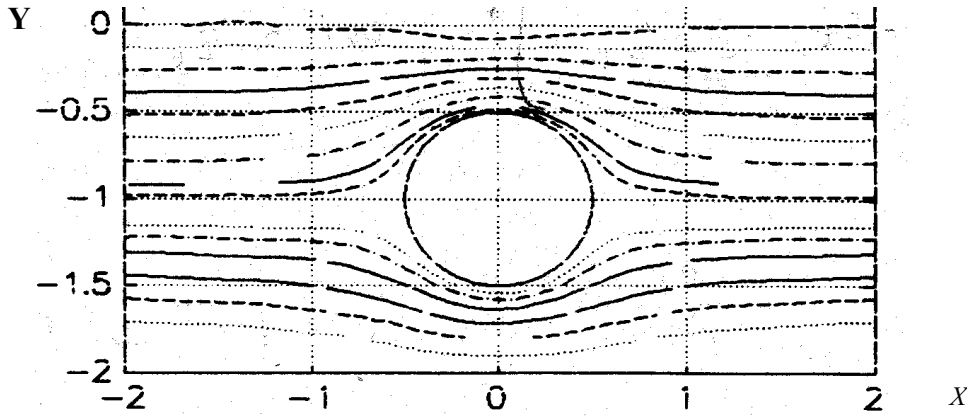
[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]



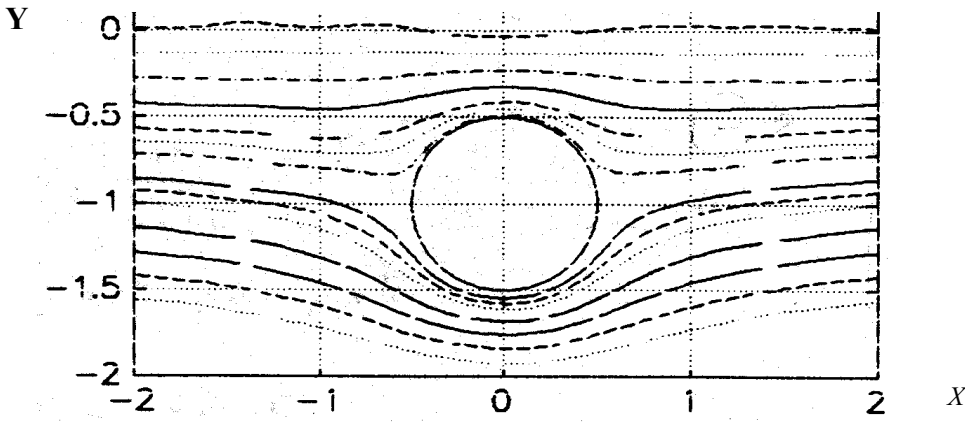
شکل۱- جریان سیال اطراف اجسام دو بعدی در مجاورت سطح آزاد



شکل۲- خطوط جریان اطراف سیلندر بدون سیرکولاسیون $\Gamma = 0$

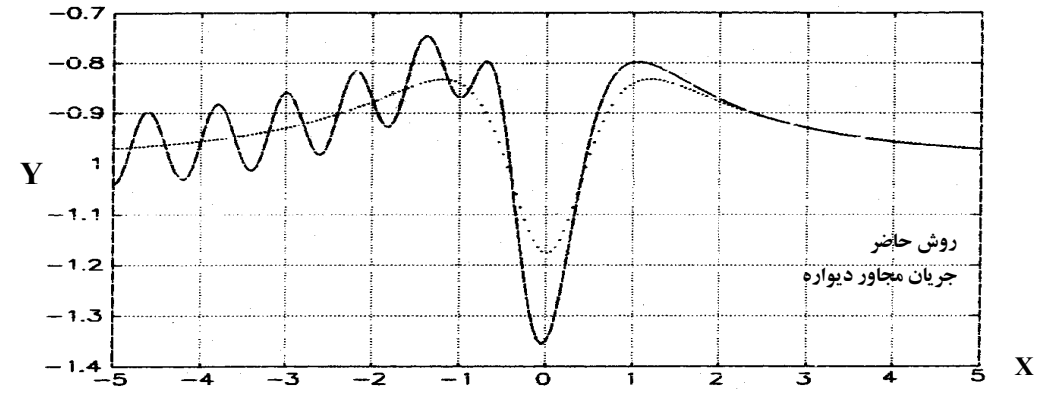


شکل۳- خطوط جریان اطراف سیلندر با سیرکولاسیون $\Gamma = 0.1$

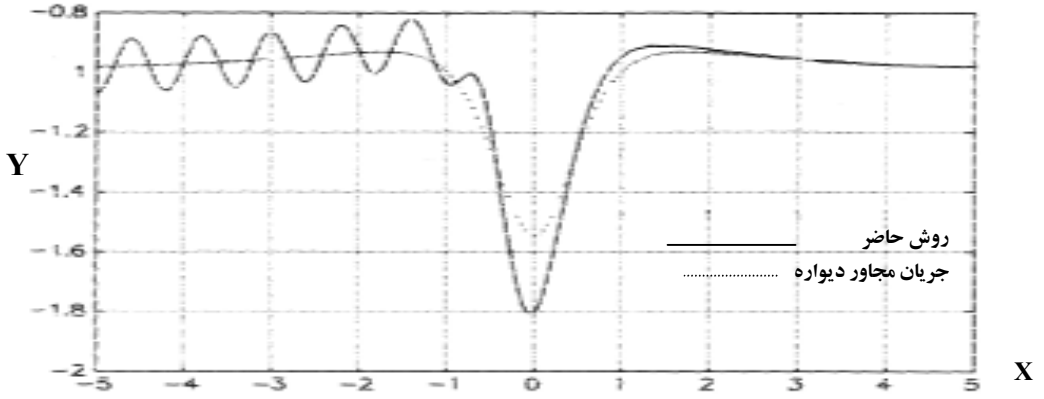


شکل۴- خطوط جریان اطراف سیلندر بدون سیرکولاسیون $\Gamma = -0.1$

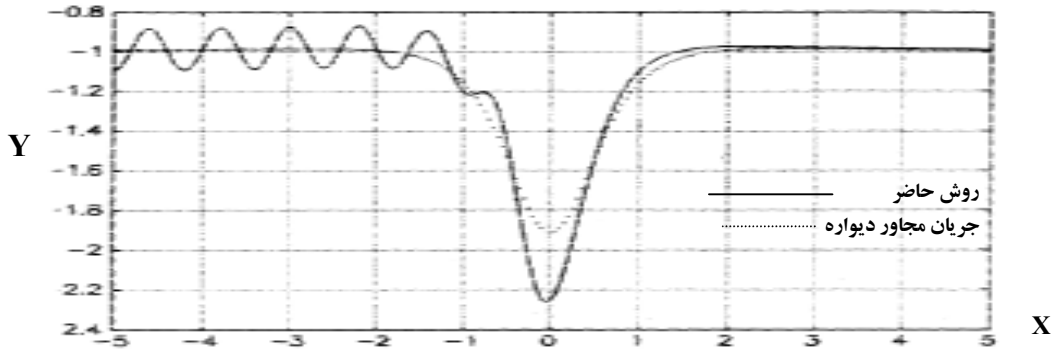
[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]



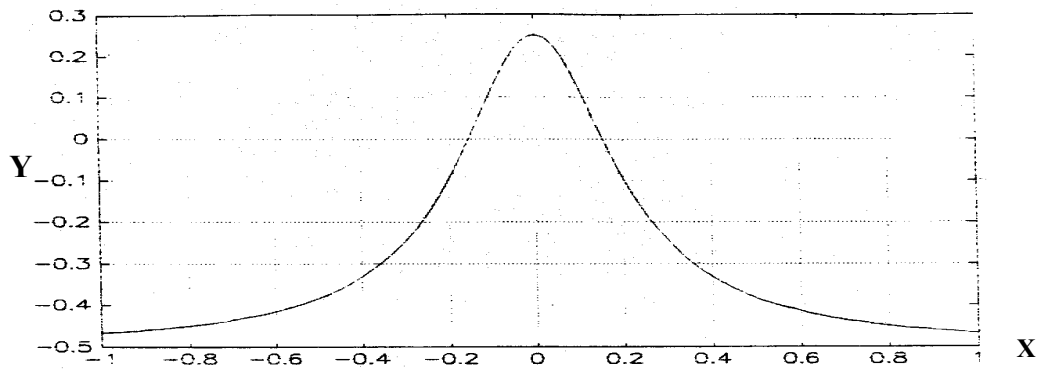
شکل۵- تغییر شکل سطح آزاد $(Fr = 0.36,\ \Gamma = -0.1)$ $(Fr = 0.36)\nabla^2\varphi = 0$ $(Fr = 0.36\ ,\ \Gamma = -0.1)$



شکل٦- تغییر شکل سطح آزاد $(Fr = 0.36\ ,\ \Gamma = 0)$



شکل۷- تغییر شکل سطح آزاد $(Fr = 0.36\ ,\ \Gamma = 0.1)$



شکل (۸) تغییر شکل سطح آزاد $(Fr = 0.36\ ,\ \Gamma = -0.508)$

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]

مراجع

1. Tsai, W. and Yue, D., Computations of nonlinear free-surface flows, Annu.Rev.Fluid, (1996) 249–278.
2. Wu,G.X., Ma,Q.W., Eatock Taylor,R., 1998.Numerical simulation of sloshing waves based on a finite element method. Applied Ocean Research 20,337–355.
3. Chern,M.J., Borthwick,A.G.L., Eatock Taylor,R., 1999. A pseudo spectral □-transformation model of 2D nonlinear waves. Journal of Fluids and Structures 13,607–630.
4. Floryan,J.M., Rasmussen,H., 1989. Numerical methods for viscous flows with moving boundaries. Applied Mechanics Review 42,323–341.
5. Yeung,R.W., Yu,X., 1995. In Wave-structure interaction in a viscous fluid. Proceedings of the Fourteenth International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Copenhagen, vol.1A, pp.383–394.
6. Gentz,L., Alessandrini,B., Delhommeau,G., 1996. Motion simulation of a cylinder at the surface of a viscous fluid. Ship Technology Research 43, 3–18.
7. Ushijima,S., 1998. Three-dimensional arbitrary Lagrangian–Eulerian numerical prediction method for non-linear free surface oscillation. International Journal for Numerical Methods in Fluids 26,605–623.
8. Gang Zhu, Alistair G.L. Borthwick, Rodney Eatock Taylor., 2001, A finite element model of interaction between viscous free surface waves and submerged cylinders, Ocean Engineering 28 989-1008
9. E.H.van Brummelen, H.C.Raven, *y* and B.Koren, 2001, Efficient Numerical Solution of Steady Free-Surface Navier–Stokes Flow. Journal of Computational Physics 174,120–137
10. Jorge D'Elia, Mario A.Storti, Sergio R.Idelsohn, 2002, Applied hydrodynamic wave-resistance computation by Fourier transform. Ocean Engineering 29 261–278

[Downloaded from marine-eng.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.17357608.1383.1.1.4.4]