

## مدلسازی دوفازه بار بستر با استفاده از یک مدل لاگرانژ-لاگرانژی

احسان کاظمی<sup>۱</sup>، مرتضی زنگانه<sup>۱</sup>، عباس یگانه بختیاری<sup>۲\*</sup>، حمید هوشنگی<sup>۱</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی آب، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- عضو هیئت علمی دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

### چکیده

انتقال رسوبات بصورت بار بستر بر مورفولوژی و پایداری بستر رودخانه‌ها بسیار تأثیرگذار است و مدلسازی آن یکی از مسائل بسیار ضروری در مهندسی هیدرولیک به حساب می‌آید. انتقال بار بستر در تنش‌های برشی کم تا متوسط جریان به صورت انتقال جهشی و در تنش‌های برشی زیاد به صورت انتقال توده‌ای انجام می‌گیرد. در مقاله‌ی حاضر، مدلسازی هیدرودینامیک انتقال بار بستر در حالت‌های انتقال جهشی و توده‌ای تحت اثر جریان یک طرفه توسط یک مدل دوفازه‌ی لاگرانژی که بر اساس روش ذره-ای هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر (I-SPH) توسعه یافته مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل، میدان جریان و رسوبات به صورت فازهای مجزا شبیه‌سازی شده‌اند، به طوری که میدان سیال، نیوتنی و میدان رسوبات بصورت غیرنیوتنی در نظر گرفته شده‌اند. برای تعریف مکانیزم اندرکنش بین فازهای میدان جریان و رسوب، نیروی پسا به عنوان ترم اندرکنش سیال-رسوب در نظر گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی میدان سرعت جریان با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است که تطابق مناسبی بین آن‌ها وجود دارد. بنا بر نتایج حاصله می‌توان گفت که مدل عددی حاضر در شبیه‌سازی مکانیزم انتقال رسوبات به صورت بار بستر برای حالت‌های انتقال جهشی و انتقال توده‌ای از توانایی لازم برخوردار است.

**کلمات کلیدی:** انتقال بار بستر، انتقال جهشی، انتقال توده‌ای، مدل دوفازه‌ی لاگرانژ-لاگرانژ، روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر

## Two-Phase Flow Modeling of Bed-Load Transport Using A Lagrangian-Lagrangian Model

E. Kazemi<sup>1</sup>, M. Zanganeh<sup>1</sup>, A. Yeganeh-Bakhtiary<sup>2</sup>, H. Houshang<sup>1</sup>

1-PhD Candidate, School of Civil Eng., Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran

2-Assistant professor, School of Civil Eng., Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran

### Abstract

Bed-load transport is effective on river bed stability and Morphology. Therefore, modeling this phenomenon is very important in the field of hydraulics engineering. Bed-load transport occurs by saltation at low to medium shear stress and by sheet-flow at high shear stress. In the present paper, the hydrodynamics of transport in the saltation and sheet-flow regimes under unidirectional flow is studied using a Lagrangian model based on I-SPH method. The fluid and sediment phases are modeled separately as Newtonian and non-Newtonian fluids respectively. Fluid-sediment interaction is modeled using drag force to define interaction mechanism. To calibrate and validate the numerical model, the result is compared with experiments. There is a good agreement between them that illustrates the applicability of the present model in the simulation of both saltation and sheet-flow regimes hydrodynamics.

\*نویسنده مسوول مقاله yeganeh@iust.ac.ir

**Keywords:** Bed-load transport, I-SPH, Lagrange-Lagrange coupling model, Saltation, Sheet-flow, two-phase flow model.

### ۱- مقدمه

انتقال رسوبات بصورت بار بستر<sup>۱</sup> نحوه تاثیر هیدرولیک میدان جریان بر روی شکل بستر را نشان می‌دهد و بر روی پایداری بستر نیز به شدت تأثیرگذار است. از این رو، مدل سازی صحیح بار بستر به عنوان یک امر مهم در مهندسی سواحل و مهندسی رودخانه به حساب می‌آید. به علت وجود شرایط مختلف جریان و ساختار پیچیده‌ی پدیده‌ی انتقال رسوبات به صورت بار بستر، مدلسازی آن بسیار مشکل و پرهزینه می‌باشد. از طرف دیگر با پیشرفت چشمگیری که اخیراً در عرصه صنعت رایانه صورت گرفته، شبیه‌سازی عددی به عنوان یک ابزار بسیار قدرتمند در مطالعه‌ی هیدرودینامیک انتقال رسوب استفاده می‌شود.

انتقال به صورت بار بستر بسته به مقدار تنش برشی جریان ممکن است در حالت‌های متفاوتی صورت بپذیرد. در تنش‌های برشی کم تا متوسط، حرکت دانه‌های رسوبی بستر به صورت جهشی صورت می‌گیرد که این حالت از انتقال رسوبات را حالت انتقال جهشی<sup>۲</sup> می‌نامند [۱]. در تنش‌های برشی زیادتر، لایه‌های بالاتر ذرات بستر بر روی لایه‌های زیرین خود می‌لغزند و در حین برخورد به یکدیگر به صورت توده‌ای حرکت می‌کنند [۲]. به این حالت از انتقال بار بستر، انتقال توده‌ای<sup>۳</sup> می‌گویند. تشریح مکانیزم انتقال بار بستر در رودخانه‌ها و مناطق ساحلی بسیار پیچیده می‌باشد و درک کامل این پدیده هنوز برای محققین بطور کامل امکان پذیر نمی‌باشد. بنابراین، مطالعه‌ی مکانیزم انتقال بار بستر تحت اثر میدان جریان نسبتاً ساده‌تر، نقش مهمی در درک جامع از هیدرودینامیک بار بستر دارد. از این رو در تحقیق حاضر، مطالعه‌ی هیدرودینامیک انتقال بار بستر تحت اثر میدان جریان یک طرفه‌ی یکنواخت در فضای دوبعدی مورد نظر است.

با نگرشی کلی بر پیشینه مطالعات انتقال بار بستر، اکثر تحقیقات انجام یافته اخیر در زمینه‌ی مدلسازی انتقال بار بستر بر اساس مدل دوبویس (۱۸۷۹) می‌باشند [۳]. در مدل بار بستر دوبویس، فرض می‌شود که ذرات رسوب در لایه‌هایی بر روی هم حرکت می‌کنند و

نیروی پسا<sup>۴</sup> که از طرف جریان بر بستر وارد می‌شود، توسط تنش‌های اصطکاکی بین لایه‌های رسوبات به تعادل می‌رسد. پس از مدل دوبویس، مدل‌های متنوعی برای مدل سازی انتقال بار بستر در حالت‌های انتقال جهشی و انتقال توده ارائه گردیده است. در مدل‌های قدیمی‌تر عموماً، مخلوط رسوب-سیال به صورت یک محیط تک فاز در نظر گرفته می‌شود، در حالی که در مدل‌های نسل جدید که به عنوان ابزاری دقیق‌تر ارائه می‌شوند، بار بستر به صورت دو فاز مجزای رسوب و سیال شبیه‌سازی می‌گردد. در مدل‌های دوفازه‌ای که تاکنون برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر ارائه شده‌اند، معادلات حاکم بر فاز سیال اغلب به شکل اویلری ارائه شده‌اند، در صورتی که برای بیان معادلات حاکم بر فاز رسوب از دیدگاه اویلری یا لاگرانژی استفاده شده است. کوبایاشی و سئو (۱۹۸۵) یک مدل اویلر-اویلر را برای شبیه‌سازی انتقال رسوب تحت جریان دائمی به کار بردند [۴]. در این مدل، دو فرض اساسی وجود داشت: (الف) غلظت رسوب در لایه‌ای که رسوبات با غلظت بسیار بالایی جریان دارند ثابت فرض شده و (ب) تمام دانه‌های رسوب موجود در این لایه توسط نیروهای بین دانه‌ای به حرکت درآورده می‌شوند. آسانو (۱۹۹۰) نیز با توسعه مدل کوبایاشی و سئو مدلی عددی برای شبیه سازی انتقال بار بستر تحت اثر جریان رفت و برگشتی<sup>۵</sup> ارائه نمود [۵]. نتایج مدل آسانو (۱۹۹۰) تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی هوریکاوا و همکارانش (۱۹۸۲) داشت [۶]. دونگ و ژانگ (۲۰۰۲) [۷] و شو و همکاران (۲۰۰۳) [۸] افراد دیگری بودند که با استفاده از مدل اویلر-اویلری به مطالعه انتقال رسوب پرداختند. در مطالعات آن‌ها نیروهای بین دانه‌ای در میدان رسوب با استفاده از رابطه بگنولد (۱۹۵۴) [۹] در یک سیستم ساده جریان برشی تخمین زده شد. شو و همکاران (۲۰۰۴) نیز یک مدل اویلر-اویلر بر پایه تئوری جریانهای دانه‌ای برای نیروهای بین ذره‌ای ارائه دادند [۱۰]. در اکثر مطالعاتی که به آن‌ها اشاره شد، سیستم دوفازه به صورت یک طرفه مدلسازی گردید، به نحوی که تنها اثر میدان سیال بر روی فاز رسوب ملاحظه

گردید و اثر حرکت رسوبات بر میدان جریان نادیده گرفته شد.

مدل‌های دو فازه‌ی اوپلر-اوپلری که برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر ارائه شده‌اند، در مدلسازی حرکات اتفاقی ذرات رسوب کارایی لازم را ندارند و به همین دلیل مدل ترکیبی اوپلر-لاگرانژ به عنوان ابزاری برای رفع این نقیصه ارائه شده است [۱۱]. در مدل لاگرانژی رسوب، حرکت ذرات از طریق دنبال گردی تک‌تک ذرات و یا دانه‌های رسوب نماینده توصیف می‌شود. از این رو، در این مدل‌ها رفتار نامنظم رسوب به خوبی شبیه‌سازی می‌گردد. کمپیل و برن (۱۹۸۵) از یک مدل اوپلر-لاگرانژی بر مبنای نگرش برخورد صلب<sup>۸</sup> بین ذرات رسوب، برای شبیه‌سازی بار بستر استفاده کردند [۱۲]. این نگرش در انتقال رسوبات توده‌ای، به علت برخوردهای همزمان بین ذرات رسوب دارای کاستی است [۱۳]. ویبرگ و اسمیت (۱۹۸۹) یک مدل اوپلر-لاگرانژ یک طرفه برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر در حالت انتقال جهشی ارائه نمودند [۱۴]. در این مدل، بخاطر محاسبه‌ی نیروهای پسای بزرگی که از طرف سیال بر ذرات رسوب وارد می‌شد، میزان جهش ذرات بیش از حد انتظار تخمین زده شد. مدل اوپلر-لاگرانژ دیگری که برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر توسعه داده شد مدل دوطرفه‌ی گوتو و همکاران (۱۹۹۴) بود که در آن، از یک مدل وابسته  $k-\varepsilon$  برای تخمین میدان آشفستگی جریان و برای محاسبه اندرکنش سیال-رسوب از روش ذرات داخل سل محاسباتی<sup>۷</sup> استفاده گردید [۱۵]. یگانه بختیاری و همکاران (۲۰۰۰) یک مدل دو فازه‌ی اوپلر-لاگرانژ بر پایه‌ی روش المان‌های مجزا<sup>۸</sup> با نگرش برخورد نرم<sup>۹</sup> بین ذرات برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر ارائه کردند که در این مدل، میدان جریان با استفاده از مدل آشفستگی  $k-\varepsilon$  شبیه‌سازی شد [۱۱]. همانگونه که در مورد مدل کمپیل و برن ذکر گردید، نگرش برخورد صلب در انتقال بار بستر که به صورت توده‌ای صورت می‌گیرد دچار ضعف می‌باشد، در صورتی که در نگرش برخورد نرم که در طی برخورد، تا حدی اجازه‌ی تغییر شکل پلاستیک و همپوشانی به ذرات رسوب داده می‌شود شبیه‌سازی این گونه مسائل بسیار

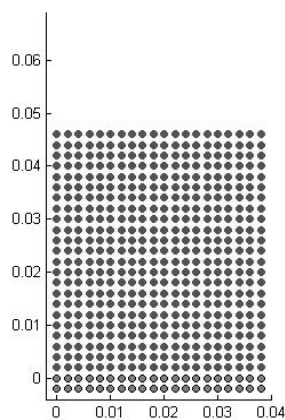
مناسب‌تر و راحت‌تر صورت می‌گیرد. از این جهت مدل یگانه بختیاری و همکاران (۲۰۰۰) دارای ارجحیت است. در این مدل در شبیه‌سازی حالت انتقال جهشی، اندرکنش بین سیال و ذرات رسوب به عنوان مکانیزم اصلی تبادل مومنتوم در نظر گرفته شده و در شبیه‌سازی حالت انتقال توده، برخوردهای بین ذرات رسوب عامل اصلی انتقال مومنتوم معرفی شده است. نتایج شبیه‌سازی این مدل با نتایج آزمایشگاهی [۱۶] مقایسه گردیده که تطابق خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. یگانه بختیاری و همکاران (۲۰۰۹) نیز یک مدل سه بعدی لاگرانژی برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر ارائه نمودند [۱۷]. در این مدل، میدان جریان توسط یک توزیع لگاریتمی برای سرعت متوسط لحاظ گشته و برای مدل‌سازی فاز رسوب از تعدادی ذرات کروی شکل با قطر ثابت استفاده شده است. در این مدل، معادله نیوتن برای حرکت رسوبات حل شده و اندرکنش بین دو فاز به صورت یکطرفه در نظر گرفته شده است، به طوری که تنها اثر میدان جریان بر روی ذرات رسوب محاسبه گردیده است. از نتایج این مطالعه می‌توان به حاکم بودن نیروهای بین ذره‌ای بر مکانیزم انتقال توده‌ای و همچنین ناچیز بودن حرکت قائم ذرات رسوب در لایه‌ای که ذرات به صورت توده‌ای حرکت می‌کنند، اشاره نمود. مدل‌های اوپلر-لاگرانژی که برای رفع کمبودهای مدل‌های اوپلر-اوپلر ارائه شده‌اند در توصیف مکانیزم اندرکنش در انتقال بار بستر تحت تنشهای برشی بالا دچار کاستی می‌باشند. این مدل‌ها در توصیف اندرکنش بین سیال و رسوب که ماهیتی دوطرفه دارد دچار ضعف می‌باشند [۱۸].

در مدل ارائه شده حاضر، علاوه بر دامنه محاسباتی میدان رسوبات، برای گسسته‌سازی دامنه محاسباتی سیال و همچنین معادلات حاکمه‌ی فاز سیال و رسوب نیز از روش ذره‌ای هیدرودینامیک ذرات هموار مبتنی بر دیدگاه لاگرانژی استفاده شده است. به علت مدلسازی هر دو فاز به صورت لاگرانژی، همبسته کردن فازها و محاسبه اندرکنش بین آن‌ها به سادگی و با اضافه کردن یک ترم نیرویی به معادلات حرکت انجام

شکل ۱ دامنه محاسباتی مدل حاضر در مختصات دو بعدی را نشان می‌دهد. در مدل دوفازه‌ی لاگرانژ-لاگرانژ حاضر، میدان جریان و میدان رسوب به طور مجزا گسسته سازی می‌شوند و سپس برای بهم پیوستن فازهای سیال و رسوب از نیروی پسا به عنوان ترم اندرکنش سیال-رسوب استفاده می‌گردد.

## ۱-۲- فاز سیال

شکل ۲ دامنه محاسباتی میدان سیال و چیدمان اولیه‌ی ذرات سیال را نشان می‌دهد. در مدل حاضر، دامنه محاسباتی میدان جریان با استفاده از یک میدان پرپودیک یا تکرار شونده شامل ۲۳ ذره در طول و ۲۰ ذره در ارتفاع و در مجموع ۴۶۰ ذره سیال با اندازه‌ی برابر با  $d_f = 0.002$  متر تشکیل شده که هر یک از این ذرات دارای چگالی برابر با  $\rho_0 = 1000$  کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشند. انتخاب ابعاد و اندازه‌ی ذرات با سعی و خطا صورت گرفته است، به این ترتیب که با افزایش تعداد ذرات و ریزتر کردن اندازه آن‌ها دقت محاسبات بالا رفته اما از طرفی هزینه محاسبات نیز افزایش می‌یابد. لذا تعداد ذرات به گونه‌ای انتخاب شده است که دقت محاسباتی تا حد مناسبی تأمین شود و از طرفی هزینه محاسبات بیش از اندازه زیاد نباشد.



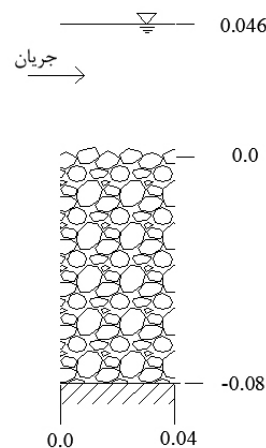
شکل ۲- ابعاد و موقعیت اولیه‌ی ذرات سیال (ابعاد به متر می‌باشند)

معادلات حاکم بر میدان جریان معادلات بقای جرم و مومنتوم در مختصات دو بعدی هستند که در الگوی لاگرانژی به صورت زیر نوشته می‌شوند.

پذیر است، به طوری که با تفاوت اندازه ذرات هر یک از فازها، خللی در مدل‌سازی ایجاد نمی‌گردد. در این مطالعه، فرض شده است که حرکت رسوبات در بار بستر را می‌توان به صورت یک جریان غیرنیوتنی مدل‌سازی کرد و برای محاسبه اثر فازهای سیال و رسوب بر یکدیگر از یک ترم اندرکنشی نیرویی بین ذرات استفاده نمود. برای توصیف اندرکنش بین فازها از نیروی پسا استفاده شده است. واسنجی مدل حاضر توسط نتایج آزمایشگاهی یگانه بختیاری (۱۹۹۷) [۱۶] صورت می‌گیرد و به منظور صحت سنجی کارکرد مدل عددی توسعه یافته حاضر، نتایج میدان سرعت جریان با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه می‌شود. با بررسی نتایج مدل و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی می‌توان دریافت که فرض استفاده شده در شبیه‌سازی حرکت رسوبات و تعامل بین فازها به خوبی بیانگر فرآیندهای مذکور بوده و به شکلی مناسب مکانیزم انتقال رسوبات به صورت بار بستر را توصیف می‌نماید.

## ۲- مدل‌سازی عددی

برای مدل‌سازی انتقال بار بستر به روش I-SPH در مطالعه حاضر، برنامه‌ای به زبان برنامه‌نویسی MATLAB تهیه شده است که توانایی شبیه‌سازی انتقال بار بستر تحت رژیم‌های مختلف جریان را دارا می‌باشد.



شکل ۱- شرایط هندسی مساله (ابعاد به متر است)

$$W(r, h) = \frac{10}{7\pi h^2} \left(1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3\right) \quad q < 1$$

$$W(r, h) = \frac{10}{28\pi h^2} (2 - q)^3 \quad 1 < q < 2 \quad (6)$$

$$W(r, h) = 0 \quad q > 2$$

در این رابطه  $q$  برابر است با  $r/h$  مقدار  $h$  در مطالعه حاضر با سعی و خطا برابر با  $1.2l_0$  در نظر گرفته می‌شود.

همانگونه که قبلاً ذکر گردید، در نیم‌گام زمانی، تراکم‌ناپذیری سیال اعمال نمی‌شود. بنابراین نیاز به مرحله‌ای می‌باشد تا بتوان با اعمال تراکم‌ناپذیری مقادیر بدست آمده را تصحیح نمود. در مرحله تصحیح، مقادیر بدست آمده برای سرعت و موقعیت ذرات با استفاده از ترم گرادیان فشار در معادله‌ی مومنوم اصلاح می‌شوند.

$$\Delta \mathbf{u}_f^{**} = \left( -\frac{1}{\rho_f^*} \nabla P_f^{n+1} \right) \Delta t \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_f^{n+1} = \mathbf{u}_f^* + \Delta \mathbf{u}_f^{**} \quad (8)$$

در نهایت، موقعیت جدید ذرات با متوسط‌گیری زمانی مطابق با معادله‌ی ذیل محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{r}_f^{n+1} = \mathbf{r}_f^n + \frac{\mathbf{u}_f^{n+1} + \mathbf{u}_f^n}{2} \Delta t \quad (9)$$

برای اعمال تراکم‌ناپذیری در گام تصحیح، از معادله‌ی پیوستگی (معادله‌ی (۱)) استفاده شده و فشار محاسبه می‌شود. این معادله در شکل گسسته به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\rho_0 - \rho_f^*}{\Delta t} + \nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}_f^{**}) = 0 \quad (10)$$

با ترکیب معادلات (7) و (10)، معادله‌ی پواسون فشار به صورت ذیل به دست می‌آید.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_f^*} \nabla P_f^{n+1} \right) = \frac{\rho_0 - \rho_f^*}{\rho_0 \Delta t^2} \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{D\rho_f}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_f}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_f + \mathbf{g} + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u}_f + \mathbf{F}_{s-f} \quad (2)$$

در معادلات بالا و همچنین در بقیه روابط، پارامترهایی که به صورت بولد نشان داده شده‌اند بیانگر مقادیر برداری می‌باشند. معادلات حاکم بر فاز سیال به روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر گسسته‌سازی می‌شوند. برای حل این معادلات، از یک الگوریتم پیش‌بینی-تصحیح<sup>۱</sup> استفاده می‌شود که در مرحله‌ی پیش‌بینی، سرعت و موقعیت ذرات در نیم‌گام زمانی بدون در نظر گرفتن فشار تعیین شده و سپس در مرحله‌ی تصحیح، این مقادیر با در نظر گرفتن ترم گرادیان فشار در معادله‌ی مومنوم اصلاح می‌شوند (رجوع شود به [۱۹]). مرحله‌ی پیش‌بینی یک گام صریح می‌باشد. در این مرحله، با در نظر گرفتن ترم لزجت، شتاب گرانش و نیروی اندرکنش، به ترتیب زیر مقادیری برای سرعت و موقعیت ذرات سیال تخمین زده می‌شود.

$$\Delta \mathbf{u}_f^* = (\mathbf{g} + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u}_f^n + \mathbf{F}_{s-f}) \Delta t \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_f^* &= \mathbf{u}_f^n + \Delta \mathbf{u}_f^* \\ \mathbf{r}_f^* &= \mathbf{r}_f^n + \mathbf{r}_f^* \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

پس از این محله، مقادیر مربوط به چگالی ذرات در نیم‌گام زمانی از معادله‌ی (۵) محاسبه می‌گردد.

$$\rho_a^* = \sum_b m_b W(\mathbf{r}_a^* - \mathbf{r}_b^*, h) \quad (5)$$

در رابطه فوق  $W$  تابع میانمایی است که به نام تابع کرنل شناخته می‌شود و  $h$  طول هموار است که اندازه دامنه تأثیر یک ذره را مشخص می‌نماید. توابع کرنل مختلفی در روش SPH کاربرد دارند که در مطالعه حاضر، با سعی و خطا در دقت نتایج و همچنین هزینه محاسباتی، تابع ذیل مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۰].

کرنش تغییر می‌کند.  $\Delta_{ij}$  را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۱۹].

$$\Delta_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (16)$$

سپس با استفاده از تقریب تفاضل محدود برای مشتق اول خواهیم داشت:

$$\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)_a = \left( \frac{\partial u_i}{\partial \mathbf{r}_{ab}} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{r}_{ab}}{\partial x_j} \right)^{-1} \quad (17)$$

$$= \frac{(u_i)_a - (u_i)_b}{\mathbf{r}_{ab}} \frac{(x_i)_a - (x_i)_b}{\mathbf{r}_{ab}}$$

با ترکیب معادلات فوق و با توجه به اینکه برای سیالات نیوتنی  $\mu_{eff}$  را میتوان با یک مقدار ثابت ( $\mu$ ) جایگزین کرد و همچنین اعمال شرایط تراکم ناپذیری، ترم لزجت را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۱۹].

$$\left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} \right)_a = (\nu \nabla^2 \mathbf{u})_a = \quad (18)$$

$$\sum_b \frac{4m_b (\mu_a + \mu_b) \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)^2 (|\mathbf{r}_{ab}|^2 + \eta^2)} (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b)$$

که  $\mu$ ، لزجت سیال است.

## ۲-۲- فاز رسوب

شکل ۳ دامنه محاسباتی میدان رسوب و چیدمان اولیه ذرات رسوب را نشان می‌دهد. در مدل حاضر، دامنه محاسباتی میدان رسوبات با استفاده از یک میدان پرپودیک یا تکرار شونده شامل ۱۶ ذره رسوب در ارتفاع، ۸ ذره در طول و در مجموع ۱۲۸ ذره رسوب با اندازه‌ی برابر با  $d_s = 0.05$  متر تشکیل شده که دارای چگالی برابر با  $\rho_0 = 2600$  کیلو گرم بر متر مکعب می‌باشند. انتخاب ابعاد و اندازه‌ی ذرات با سعی و خطا صورت گرفته است، به این ترتیب که با افزایش تعداد ذرات و ریزتر کردن اندازه آن‌ها دقت محاسبات بالا رفته اما از طرفی هزینه محاسبات نیز افزایش می‌یابد. لذا تعداد ذرات به گونه‌ای انتخاب شده است

معادله پواسون فشار را با توجه به فرمولاسیون لاپلاسین در روش I-SPH به صورت ذیل گسسته‌سازی می‌گردد.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right)_a = \quad (12)$$

$$\sum_b m_b \frac{8}{(\rho_a + \rho_b)^2} \frac{P_{ab} \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2 + \eta^2}$$

در معادله‌ی بالا،  $P_{ab} = P_a - P_b$ ؛  $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$  و  $\eta = 0.1h$  ضریب ثابتی است که دارای مقداری برای جلوگیری از صفر شدن مخرج معادله می‌باشد. با قرار دادن معادله‌ی (۱۲) در معادله‌ی (۱۱)، این معادله تبدیل به یک دستگاه معادله‌ی خطی می‌گردد که ماتریس ضرایب نظیر آن یک ماتریس متقارن و دارای مقادیر ویژه مثبت می‌باشد که به راحتی می‌توان با روش‌های تکراری آن را حل نمود. پس از تعیین فشار ذرات، ترم گرادیان فشار از معادله‌ی مومنوم برای ذره‌ی دلخواه  $a$  توسط شکل استاندارد روش SPH، به صورت معادله‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\left( \frac{\nabla P}{\rho} \right)_a = \sum_b m_b \left( \frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} \right) \nabla_a W_{ab} \quad (13)$$

برای سیالات نیوتنی مانند آب، ترم لزجت همانند لاپلاسین فشار فرموله می‌شود. با توجه به فرمولاسیون SPH برای دیورژانس، ترم مربوط به لزجت سیالدر معادله مومنوم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۱۹].

$$\left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} \right)_a = \sum_b m_b \left( \frac{\vec{\tau}_a}{\rho_a^2} + \frac{\vec{\tau}_b}{\rho_b^2} \right) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (14)$$

$\vec{\tau}$ ، تانسور تنش است که با تانسور تغییر شکل  $(\vec{\Delta})$  ارتباط مستقیم دارد.

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} = \mu_{eff} \Delta_{ij} \quad (15)$$

$\mu_{eff}$ ، ضریب لزجت است که در سیالات نیوتنی یک مقدار ثابت است و در سیالات غیر نیوتنی بر اساس نرخ

اضافه می‌گردد و پس از آن ترم گرادیان فشار برای ذرات رسوب طبق معادله‌ی (۱۳) محاسبه می‌گردد. نحوه تعیین لزجت میدان رسوب در ادامه تشریح می‌شود.

### ۲-۳- لزجت رسوبات

چنان که اسکند (۱۹۶۷) بیان نمود، در یک جریان غیرنیوتنی، رابطه‌ی بین تنش برشی با کرنش برشی خطی نیست [۲۱]. در جریان غیرنیوتنی، رفتار سیال به گونه‌ای است که برای مقادیر پایین‌تر از یک تنش بحرانی، جریان نمی‌یابد و بدین علت گاهاً سیال ویسکو-پلاستیک نامیده می‌شوند [۲۲]. در جریان‌های غیرنیوتنی، تا وقتی که تنش برشی وارد بر سیال از مقدار تنش برشی بحرانی تجاوز نکند، سیال رفتاری مشابه با یک جسم جامد دارد اما هنگامی که تنش برشی از این مقدار تخطی کرد، سیال همانند یک سیال نیوتنی با لزجت ثابت شروع به حرکت می‌کند. رفتار شکل‌پذیری<sup>۱۱</sup> سیال را می‌توان بر اساس رابطه‌ی بین تنش برشی و نرخ کرنش توصیف کرد. یکی از ساده‌ترین مدل‌هایی که برای تعریف رفتار ویسکو-پلاستیک جریان‌های غیرنیوتنی استفاده می‌شود مدل شکل‌پذیر بینگهام<sup>۱۲</sup> است. براساس این مدل، حرکت سیال زمانی اتفاق می‌افتد که تنش برشی وارد بر سیال ( $\tau$ ) از تنش برشی بحرانی ( $\tau_y$ ) تخطی کند. معادله‌ی حرکت سیال بر اساس مدل بینگهام به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$|\tau| \leq \tau_y \rightarrow \mathbf{S} = 0$$

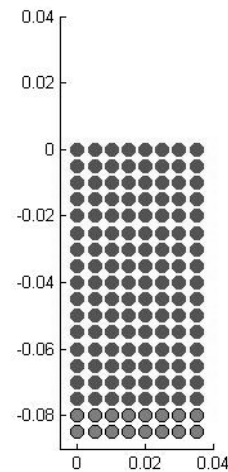
$$|\tau| > \tau_y \rightarrow \tau = \left( \frac{\tau_y}{|\mathbf{S}|} + 2\mu_s \right) \mathbf{S} \quad (21)$$

که

$$|\mathbf{S}| = \sqrt{\mathbf{S} : \mathbf{S}} = \sqrt{\sum_{i,j} S_{ij} S_{ij}} \quad (22)$$

نرخ کرنش برشی ( $\mathbf{S}$ )، با فرض میدان سرعت به فرم  $\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ ، در فضای دوبعدی با رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد.

که دقت محاسباتی تا حد مناسبی تأمین شود و از طرفی هزینه محاسبات بیش از اندازه زیاد نباشد.



شکل ۳- ابعاد و موقعیت اولیه‌ی ذرات رسوب (ابعاد به متر می‌باشند)

فاز رسوب در مدل دوفازه‌ی انتقال بار بستر حاضر به صورت یک سیال غیرنیوتنی شبیه‌سازی شده و حرکت ذرات رسوب بستر به صورت لاگرانژی مدل می‌گردد. لذا معادلات حاکم بر میدان رسوب در مدل حاضر همان معادلات بقای جرم و مومنتوم می‌باشند که در الگوی لاگرانژی همانند فاز سیال به شکل زیر نوشته می‌شوند.

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D\rho_s}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u}_s = 0 \quad (19)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\frac{1}{\rho_s} \nabla P_s + \mathbf{g} + \nu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s + \mathbf{F}_{f-s} \quad (20)$$

در این معادلات و همچنین در روابطی که در ادامه تشریح می‌شوند، مقادیر برداری به صورت بولد نشان داده شده‌اند. برای تحلیل معادلات حاکم بر میدان رسوبات نیز از همان الگوریتم پیش‌بینی-تصحیح به کار رفته برای فاز سیال استفاده می‌گردد. چگالی ذرات رسوب نیز عیناً، شبیه چگالی سیال تخمین زده می‌شود، اما برای محاسبه‌ی فشار در میدان رسوب مانند میدان سیال عمل می‌شود با این تفاوت که پس از تعیین فشار وارد بر هر ذره‌ی رسوب، مقدار فشار ستون آب روی هر ذره‌ی رسوب به مقدار فشار محاسبه شده

در نظر گرفته شده است. نیروی پسا برای هر ذره‌ی رسوب با رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}_d = \frac{1}{2} \rho_s C_d A |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s| (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s) \quad (27)$$

ضریب پسا تابعی از عدد رینولدز<sup>۱۴</sup> ذرات بار بستر می‌باشد. برای تعیین ضریب پسا از مدل مورسی و الکساندر (۱۹۷۲) استفاده شده است [۲۳]. در این مدل برای محاسبه‌ی ضریب پسای ذرات رسوب روابطی به فرم رابطه‌ی (۲۹) استخراج شده است که به کمک این روابط (که در پیوست ارائه گردیده‌اند) می‌توان ضریب پسا ( $C_d$ ) را با توجه به عدد رینولدز جریان ( $R_N$ ) محاسبه نمود.

$$R_N = \rho_f (U_f - U_s) D_s / \mu \quad (28)$$

$$C_d = \frac{K_1}{R_N} + \frac{K_2}{R_N^2} + K_3 \quad (29)$$

که  $K_1$ ،  $K_2$  و  $K_3$  ضرایب تنظیم رابطه برای محدوده‌های مختلف عدد رینولدز می‌باشند. پس از تعیین ضریب پسا می‌توان نیروی پسا برای هر ذره را محاسبه نمود. با توجه تقریب نیروی پسا به روش SPH می‌توان نیروی اندرکنش سیال-رسوب را به شکل زیر بدست آورد.

$$\mathbf{F}_{f-s} = \frac{\mathbf{F}_d}{m_s} = \quad (30)$$

$$\frac{1}{2} \sum_b \frac{m_b}{m_a} C_d D_a |\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_a| (\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_a) W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h)$$

که عمل جمع بر روی ذرات  $b$  که در محدوده‌ی تأثیر ذره‌ی  $a$  قرار دارند صورت می‌گیرد. نیروی بدست آمده نیروی پسای وارد بر ذرات رسوب است و نیروی عکس العمل آن نیروی وارد بر ذرات سیال است که با اعمال ضریب منفی (-) در این رابطه محاسبه می‌گردد.

## ۲-۵- شرایط مرزی

- دیواره‌ی صلب

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (23)$$

ترم‌های مشتق سرعت در معادله‌ی بالا به راحتی با فرمولاسیون SPH تقریب زده و گسسته‌سازی می‌شوند. برای نمونه، مشتق مؤلفه‌ی افقی سرعت نسبت به مختصات مکانی  $x$  و  $y$  به صورت زیر گسسته می‌گردد.

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (u_a - u_b) \frac{x_a - x_b}{|\mathbf{r}_{ab}|} \frac{dW}{d\mathbf{r}_{ab}} \quad (24)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (u_a - u_b) \frac{y_a - y_b}{|\mathbf{r}_{ab}|} \frac{dW}{d\mathbf{r}_{ab}} \quad (25)$$

بقیه‌ی مؤلفه‌های مشتق بطور مشابه به دست می‌آیند.

حال می‌توان تانسور تنش ( $\tau$ ) را محاسبه کرد و بدین ترتیب، ترم لزجت لایه‌ای از معادله‌ی مومنوم بر اساس فرمولاسیون استاندارد SPH برای محاسبه‌ی دیورژانس به صورت زیر قابل ارائه می‌باشد.

$$\left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \right)_a = \sum_b \left( \frac{\tau_a}{\rho_a^2} + \frac{\tau_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h) \quad (26)$$

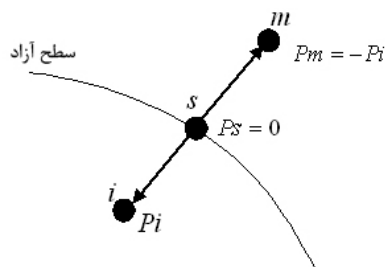
که  $\nabla_a W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h)$  گرادیان کرنل است که نسبت به ذره‌ی  $a$  گرفته می‌شود.

## ۲-۴- مؤلفه‌ی اندرکنشی سیال-رسوب

در انتقال بار بستر، که نیروهای اصطکاک بین جریان و رسوبات بستر عامل حرکت دانه‌های رسوب می‌باشند نیروی پسا مهمترین نیروی اندرکنش بین فاز سیال و رسوب محسوب می‌شود [۱۸]. بنابراین در مدل حاضر، از اثر نیروی لیفت<sup>۱۳</sup> صرف‌نظر شده و صرفاً نیروی پسا به دلیل اهمیتی که در انتقال بار بستر دارد به عنوان عمده‌ترین نیروی اندرکنشی بین سیال و رسوب



لازم به ذکر است که برای محاسبه گرادیان فشار برای ذرات سطح آزاد با توجه به اینکه در آنسوی مرز آزاد، ذره‌ای وجود ندارد، نمی‌توان از معادله‌ی (۱۳) به طور مستقیم استفاده کرد و باید تعدادی ذرات مجازی نیز در نظر گرفته شوند. فرض می‌کنیم ذره‌ی  $i$  یک ذره‌ی درونی سیال، ذره‌ی  $s$  یک ذره‌ی سطح آزاد  $m$  یک ذره‌ی مجازی باشد. در این صورت ذره‌ی مجازی  $m$  باید از لحاظ موقعیت در نقطه‌ی قرینه‌ی ذره‌ی  $i$  نسبت به ذره‌ی  $s$  باشد. موقعیت این ذرات در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. همانطور که در شکل ۵ مشخص است، به ذره‌ی مجازی  $m$  قرینه‌ی فشار ذره‌ی درونی  $i$  اعمال می‌شود؛ که در این صورت با درونیابی بین این دو مقدار، مقدار فشار ذره‌ی سطح آزاد صفر می‌شود. با توجه به این نکته، به راحتی می‌توان نشان داد که گرادیان فشار بین ذره‌ی  $m$  و  $s$  برابر با گرادیان بین ذره‌ی  $s$  و  $i$  است.



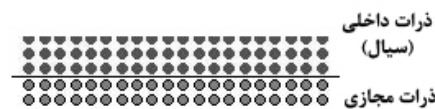
شکل ۵- محل قرار گیری یک ذره مجازی سیال در آن سوی مرز سطح آزاد

گرادیان فشار بین یک ذره‌ی سطح آزاد ( $s$ )، یک ذره‌ی مجازی ( $m$ ) و یک ذره‌ی درونی سیال ( $i$ ) از معادله‌ی ذیل بدست می‌آید [۲۶].

$$\left(\frac{1}{\rho} \nabla P\right)_{si} = m \left(\frac{P_s}{\rho_s^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2}\right) \nabla_s W_{si} + m \left(\frac{P_s}{\rho_s^2} + \frac{P_m}{\rho_m^2}\right) \nabla_s W_{sm} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} P_m &= -P_i \\ P_s &= 0 \\ \nabla_s W_{sm} &= -\nabla_s W_{si} \end{aligned} \quad (33)$$

مرزهای جامد با تعریف ذراتی با موقعیت ثابت بر روی مرز شبیه‌سازی می‌شوند. این ذرات با اعمال نیروی دافعه به ذرات سیال واقع در نزدیکی مرز جامد، مانع از نفوذ آنها به داخل دیواره می‌گردند. علاوه بر این، چند ردیف از ذرات دیگر نیز در بیرون مرزهای جامد قرار داده می‌شود که اصطلاحاً ذرات مجازی<sup>۱۵</sup> نامیده می‌شوند. تعداد لایه‌های ذرات مجازی تنها به مقدار طول هموار ( $h$ ) بستگی دارد. همانگونه که قبلاً ذکر گردید، مقدار طول هموار در مطالعه حاضر  $1/2$  برابر فاصله اولیه ذرات در نظر گرفته شده است ( $1.2l_0$ ). لذا شعاع تابع کرنل که دو برابر طول هموار می‌باشد ( $kh=2h$ ) برابر است با  $2.4l_0$ . بنابراین برای ممانعت از ناقص شدن دامنه تأثیر ذرات مجاور مرز، حداقل تعداد لایه‌های ذرات مجازیدر مدل حاضر دو لایه می‌باشد. شکل ۴ وضعیت چند ذره سیال و ذرات مجازی متناظر با آنها را نشان می‌دهد.



شکل ۴- نحوه قرار گیری ذرات مجازی در خارج از محدوده ذرات داخلی سیال

#### • سطح آزاد

هنگامی که یک ذره‌ی سیال بر روی سطح آزاد قراربگیرد، چگالی آن نسبت به چگالی ذرات داخلی سیال کاهش قابل توجه‌ای پیدا می‌کند و از این طریق می‌توان پی برد که آیا یک ذره مشخص بر روی سطح آزاد قرار دارد یا خیر [۲۴]. به عبارت دیگر، ذراتی که شرط زیر را ارضاء کنند به عنوان یک ذره‌ی سطح آزاد شناخته می‌شوند و فشار این ذرات برابر با صفر منظور می‌گردد [۲۵].

$$\rho_* < \beta \rho_0 \quad (31)$$

$\beta$  پارامتر مربوط به سطح آزاد است که در مدل حاضر بر اساس سعی و خطا مقدار  $0.95$  برای آن انتخاب گردیده است.

کنترل گام زمانیدر مدل حاضر، توسط دو معیار عدد کورانت<sup>۱۶</sup> و لزجت صورت می پذیرد [۱۹].  
عدد کورانت:

$$\Delta t \leq 0.1 \frac{l_0}{V_{\max}} \quad (35)$$

ضریب ۰/۱ در معادله (۳۵) تضمین می کند که ذرات در هر گام زمانی تنها به میزان اندکی حرکت داده می شوند.

عامل لزجت:

$$\Delta t \leq 0.1 \frac{l_0^2}{\mu_{\text{eff}} / \rho} \quad (36)$$

اندازه گام زمانی به طور کلی به صورت ذیل تعیین می گردد:

$$\Delta t \leq \min \left( 0.1 \frac{l_0}{V_{\max}}, 0.1 \frac{l_0^2}{\mu_{\text{eff}} / \rho} \right) \quad (37)$$

### ۳- ارائه نتایج و تفسیر آنها

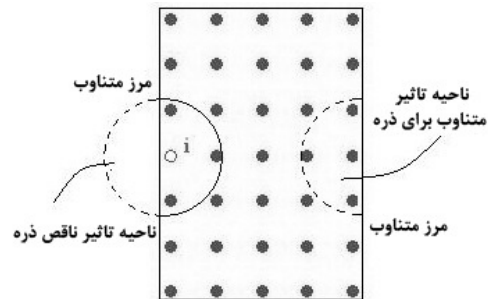
در این قسمت، نحوه ی کالیبراسیون و صحت سنجی مدل عددی دوفازیه ی لاگرانژی توسعه یافته بر اساس روش I-SPH ارائه می گردد. در روند شبیه سازی با استفاده از مدل عددی، پارامترهای محاسباتی گوناگونی باید به مدل معرفی شود که از آن جمله می توان به چگالی سیال، چگالی رسوب، تعداد ذرات سیال و رسوب و دیواره ی کف، لزجت سیال و رسوب، طول هموار ( $h$ ) و پارامتر سطح آزاد ( $\beta$ ) اشاره کرد. برخی از پارامترهای فوق، ناشی از مشخصات فیزیکی مسئله می باشند مانند لزجت رسوب که با توجه به شرایط ارائه شده در مدلسازی فیزیکی یگانه بختیاری (۱۹۹۷) [۱۶] به عنوان ورودی به مدل معرفی می شود. اما برخی از پارامترهای مدل کاملاً تابعی از شرایط محاسباتی و مخصوص نحوه ی شبیه سازی می باشند، که از این بین به تعداد ذرات سیال و رسوب و نیز تعداد ذرات مجازی دیواره مرزی کف، طول هموار و پارامتر سطح آزاد می توان اشاره نمود که به صورت سعی و خطا انتخاب می گردند.

با ترکیب معادلات (۳۲) و (۳۳) به راحتی می توان دریافت که میزان واقعی گرادیان فشار یک ذره ی سطح آزاد دو برابر میزان محاسبه شده توسط معادله ی (۱۳) است و از طریق رابطه زیر به دست می آید.

$$\left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right)_{si} = 2m \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_s W_{si} \quad (34)$$

### • مرز تکرار شونده در جریان ورودی و خروجی

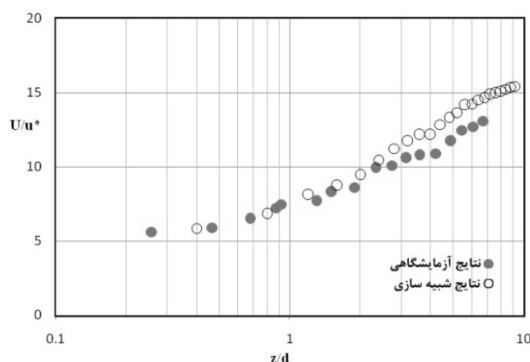
در مدل حاضر، مرزهای ورودی و خروجی میدان سیال و رسوب که به ترتیب در ضلع چپ و راست دامنه محاسباتی قرار دارند به صورت مرز متناوب مدلسازی می گردند. به این معنا که ذرات مجاور یک مرز با ذرات مجاور آن یکی مرز متناوب برهم کنش دارند. این موضوع را در شکل ۶ می توان مشاهده نمود. در این شکل، ذره  $i$  یک ذره سیال یا رسوب است که در مجاورت مرز ورودی قرار گرفته است. همانگونه که در شکل مشاهده می گردد، قسمتی از دامنه تأثیر این ذره در مجاورت مرز متناوب خروجی قرار می گیرد که این موضوع سبب اندرکنش ذره  $i$  با ذرات نزدیک مرز خروجی می شود. در مدل حاضر، ذراتی که در مجاورت مرز ورودی و یا خروجی قرار می گیرند مشخص شده و شرط مرزی متناوب برای آنها اعمال می گردد و در صورتی که از مرز متناوب خارج شوند، از مرز متناوب دیگر با همان مشخصات (چگالی، فشار و سرعت) وارد می گردند.



شکل ۶- شرط مرزی متناوب برای مرز سمت چپ

### ۲-۶- کنترل گام زمانی

صورت انتقال جهشی حاکم است. همانطور که از شکل مزبور مشاهده می‌شود مطابقت نتایج مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی در محدوده‌ی انتقال جهشی نشانگر این است که مدل عددی به طور مناسبی نحوه‌ی توزیع سرعت متوسط جریان در انتقال بار بستر به صورت جهشی را شبیه‌سازی نموده است. نتایج مدل عددی نشان می‌دهد که توزیع سرعت متوسط سیال یک پروفیل دولایه<sup>۱۷</sup> است که شیب پروفیل سرعت در این دو لایه متفاوت است. در بخشی که شیب ملایم‌تر است، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که محدوده‌ی انتقال رسوبات بار بستر به صورت جهشی صورت می‌گیرد و سپس در یک نقطه‌ی انتقالی شیب پروفیل سرعت به بخش دوم که انتقال رسوبات وجود ندارد و اصطلاحاً به آن منطقه‌ی آب صاف<sup>۱۸</sup> گفته می‌شود تغییر می‌یابد. نحوه‌ی تشکیل پروفیل دولایه در توزیع سرعت متوسط جریان را می‌توان در شکل ۸ بهتر مشاهده نمود. در محدوده‌ی نزدیک بستر که رسوبات به صورت جهشی انتقال می‌یابند، سرعت متوسط جریان در مخلوط سیال-رسوب کمتر از حالت سرعت جریان در شرایط آب صاف یا بدون انتقال رسوبات می‌باشد. اما در محدوده‌ی آب صاف که رسوب وجود ندارد سرعت متوسط جریان در هر دو حالت یکسان است.



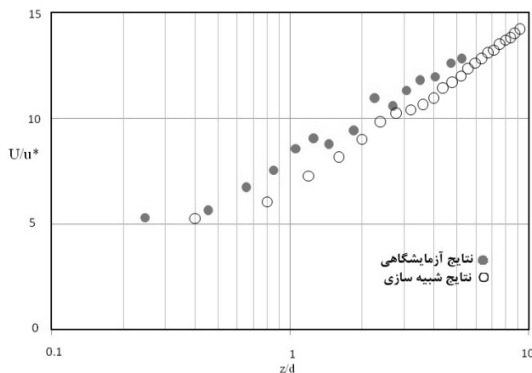
شکل ۷- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی توزیع سرعت جریان (0.173 =  $\tau_*$ ) و نتایج آزمایشگاهی برای شیب ۳ درصد

همانگونه که قبلاً گفته شد، در مدل عددی حاضر میدان رسوبات مشابه با یک میدان سیال غیرنیوتونی شبیه‌سازی شده و رابطه‌ی تنش-کرنش در میدان رسوبات توسط مدل بینگهام تعریف می‌شود. بنابراین، تنش بحرانی ( $\tau_Y$ ) و لزجت پلاستیک سیال غیرنیوتونی ( $\mu_s$ ) دو پارامتر ثابتی هستند که برای شبیه‌سازی رفتار سیال غیرنیوتونی به آن‌ها نیاز می‌باشد. هرچند که این دو پارامتر از خواص رسوبات می‌باشند، می‌توان مقادیر مربوط به رسوبات با خواص مختلف را در شرایطی آزمایشگاهی بدست آورد. ولی از آنجایی که مقادیر آزمایشگاهی مربوطه موجود نمی‌باشد، برای تعیین این مقادیر از روش سعی و خطا و کالیبراسیون مدل عددی استفاده می‌شود. به این ترتیب که، برای انتقال بار بستر بر روی یک شیب خاص (در اینجا شیب دو درصد ( $i_b = 2\%$ ))، این مقادیر طوری تعیین می‌شوند تا نتایج شبیه‌سازی مربوط به سرعت سیال با نتایج آزمایشگاهی یگانه بختیاری (۱۹۹۷) تطابق کمی و کیفی پیدا کنند. بنابراین، با در نظر گرفتن مقادیر مختلفی برای تنش بحرانی و لزجت رسوبات در انتقال بار بستر بر روی شیب ۲ درصد و مقایسه‌ی نتایج حاصل برای سرعت متوسط جریان، مقادیر  $\tau_Y = 1220 \text{ pa}$  و  $\mu_s = 0.26 \text{ pa.s}$  برای تنش بحرانی و لزجت رسوب، بدست آمده و به این ترتیب واسنجی مدل نیز صورت می‌گیرد. این مقادیر برای انتقال رسوب بر روی شیب‌های ۳ و ۵ درصد نیز اتخاذ می‌شوند و با انجام مقایسه بین نتایج شبیه‌سازی سرعت جریان با نتایج آزمایشگاهی برای این شیب‌ها، مدل حاضر صحت‌سنجی می‌گردد.

### ۳-۱- توزیع سرعت جریان سیال

شکل ۷ توزیع سرعت متوسط جریان در شیب ۳ درصد را ارائه می‌نمایند. در شکل مزبور نتایج ارائه شده مدل شبیه‌سازی و مطالعات آزمایشگاهی یگانه بختیاری (۱۹۹۷) با یکدیگر در مقیاس نیمه لگاریتمی مقایسه شده است. چنان که یگانه بختیاری (۱۹۹۷) اشاره نموده، تا شیب ۳ درصد شدت تنش‌های برشی بستر در محدوده‌ی تنش‌های متوسط بوده و انتقال بار بستر به

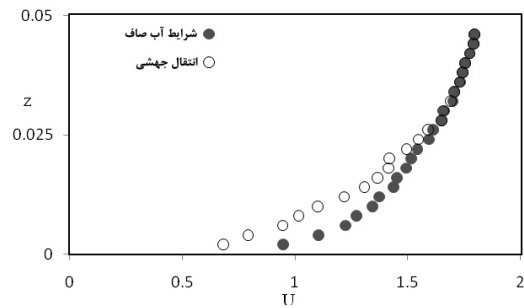
متفاوت و در قسمت سوم یا لایه‌ی تحتانی که سرعت متوسط سیال در آن بسیار کاهش می‌یابد دارای توزیع غیرخطی می‌باشد. سومر و همکاران (۱۹۹۶) توزیع سرعت متوسط جریان در حالت انتقال توده‌ای را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داده‌اند و خاطر نشان نموده‌اند که توزیع سرعت متوسط در این لایه‌ی پرتراکم رسوبات توانی و در مقیاس لگاریتمی به شکل محدب می‌باشد [۲]. یگانه بختیاری و همکاران (۲۰۰۰) نیز استدلال نموده‌اند که این تغییر شکل در پروفیل سرعت متوسط نشان‌گر تفاوت مکانیزم انتقال رسوبات به صورت بار بستر می‌باشد [۱۱]. به عبارت دیگر، تبادل مومنتم بین دانه‌های رسوب در حین برخورد در این لایه با غلظت رسوب فراوان که در هنگام انتقال به یکدیگر به طور فزاینده‌ای دچار برخورد می‌شوند باعث می‌شود که مکانیزم اندرکنش برخورد ذرات رسوب عامل مهمی در کاهش سرعت متوسط جریان در این لایه‌ی پرتراکم شود.



شکل ۹- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی توزیع سرعت جریان ( $\tau_* = 0.288$ ) و نتایج آزمایشگاهی برای شیب ۵ درصد

### ۳-۲- توزیع سرعت ذرات رسوب

در انتقال رسوب به صورت بار بستر، حرکت دانه‌های رسوب عمدتاً ناشی از دو عامل ذیل می‌باشد. الف) نیروی پسای وارده از طرف جریان متوسط سیال و ب) تأثیر لزجت بین دانه‌های رسوب. زمانی که میدان جریان سرعت نسبی با میدان رسوب داشته باشد، دانه‌های رسوبی که در معرض جریان هستند مواجه با نیروی پسایی از طرف جریان سیال می‌شوند، شروع به



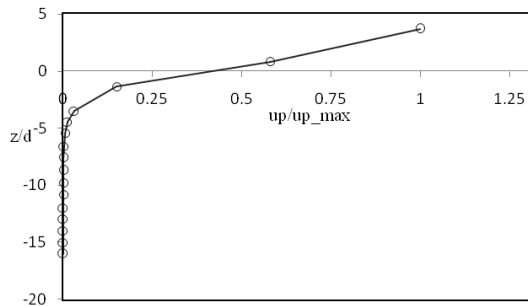
شکل ۸- مقایسه‌ی توزیع سرعت جریان برای شیب ۳

### درصد در حالت آب صاف و انتقال جهشی

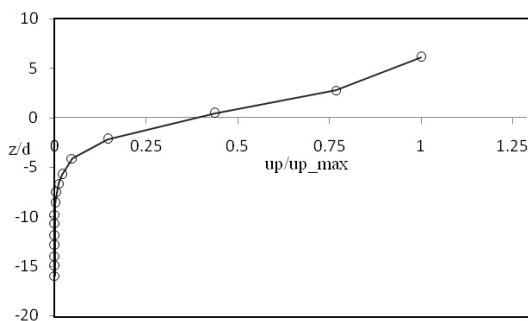
گوتو و همکاران (۱۹۹۴) نیز مکانیزم رخ داد پروفیل دولایه‌ی سرعت متوسط جریان را به نحوه‌ی انتقال مومنتم بین رسوبات انتقال یافته به صورت بار بستر جهشی و جریان سیال به صورت ذیل تشریح نموده‌اند [۱۵]. در لایه‌ای که رسوبات بار بستر به صورت جهشی انتقال می‌یابند، انتقال مومنتم به صورت ذیل بین رسوبات و جریان سیال انجام می‌شود. در حالت اول، جریان سیال در قالب نیروی پسا بخشی از مومنتم خود را به ذرات رسوب جهشی انتقال می‌دهد و در حالت دوم، رسوبات بار بستر که به صورت جهشی انتقال می‌یابند بخشی از مومنتم به دست آورده‌ی خود را در حین انتقال جهشی و برخورد با ذرات بستر و سپس اوج‌گیری دوباره از دست می‌دهند. به عبارت دیگر، دلیل کاهش سرعت متوسط جریان در لایه‌ای که رسوبات بار بستر به صورت جهشی انتقال می‌یابند آن است که بخشی از مومنتم سیال در این لایه در قالب نیروی پسا به رسوبات منتقل شده و پروفیل سرعت متوسط جریان در این بخش با شیب ملایم‌تر مشاهده می‌گردد و می‌توان با تقریب بسیار مناسبی اظهار نمود که مکانیزم اصلی انتقال رسوبات که در قالب اندرکنش بین جریان سیال و رسوبات جهشی به صورت نیروی پسا وارد شده به خوبی در این بخش مدل گشته است.

شکل ۹ نتایج شبیه‌سازی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برای شیب ۵ درصد را نمایش می‌دهد. با دقت در شکل مشخص می‌شود که با افزایش تنش برشی جریان و نتیجتاً افزایش میزان انتقال رسوبات توده‌ای بستر، پروفیل سرعت جریان شامل سه قسمت می‌باشد که در قسمت اول و دوم خطی با شیب‌های

مومنتم بین ذرات رسوب ایجاد نماید. این ویژگی در پروفیل سرعت متوسط رسوبات که به صورت بار بستر انتقال می‌یابند در مطالعات میدانی درک و همکاران (۱۹۸۸) در رودخانه‌های طبیعی نیز گزارش شده است [۲۷].



شکل ۱۰- توزیع سرعت ذرات رسوب برای شیب بستر ۳ درصد ( $\tau_* = 0.173$ )



شکل ۱۱- توزیع سرعت ذرات رسوب برای شیب بستر ۵ درصد ( $\tau_* = 0.288$ )

### ۳-۳- نیروی پسا

شکل ۱۲ توزیع نیروی پسا برای شیب بستر ۳ درصد را نشان می‌دهد. همانگونه که از شکل قابل مشاهده است، نیروی پسا با افزایش ارتفاع در میدان رسوب افزایش می‌یابد و مقدار بیشینه‌ی آن در مجاورت بستر در قسمتی که ذرات رسوب با تراکم بیشتری حرکت می‌کنند قرار دارد. با افزایش شدت جریان، نیروی پسا وارد بر ذرات لایه‌های پایین‌تر رسوب نیز افزایش می‌یابد. این نکته را می‌توان با مقایسه‌ی توزیع نیروی پسا برای شیب‌های ۳ و ۵ درصد که به ترتیب در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده‌اند، مشاهده

حرکت کرده و به صوت بار بستر انتقال می‌یابند. این حرکت سبب ایجاد تنش برشی در بین دانه‌های رسوب بستر شده و به این ترتیب دانه‌هایی که در لایه‌های پایین‌تر بستر وجود دارند به سبب حرکت دانه‌های فوقانی در معرض تبادل مومنتم و احیاناً شروع به انتقال می‌نمایند. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب توزیع سرعت در لایه رسوبات بستر را برای شیب‌های ۳ و ۵ درصد نشان می‌دهند. چنان که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود با افزایش شیب بستر و سرعت متوسط جریان، تبادل مومنتم بین جریان و دانه‌های رسوب بستر به علت افزایش نیروی پسا وارد بر دانه‌های رسوب بستر افزایش می‌یابد و این امر موجب جدا شدن دانه‌های رسوب از بستر و افزایش سرعت آن‌ها در پروسه‌ی انتقال به صورت بار بستر می‌گردد.

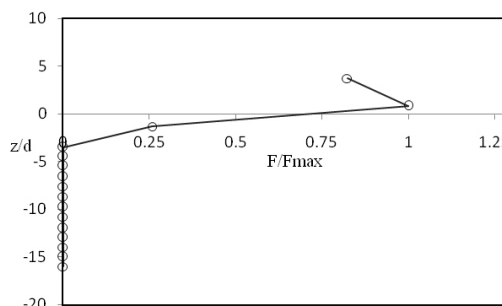
همان گونه که از این شکل‌ها به خوبی مشاهده می‌شود، دانه‌های رسوبی که در لایه‌های بالاتری قرار دارند مومنتم بیشتری با جریان سیال تبادل کرده و نسبت به رسوباتی که در لایه‌های زیرین قرار دارند دارای سرعت متوسط بیشتری می‌باشند. اما از طرف دیگر در پروسه‌ی تبادل مومنتم در جهت عمودی که بین دانه‌های رسوب در لایه‌های مختلف صورت می‌گیرد باعث حرکت رسوبات در لایه‌های زیرین نیز می‌گردد. به عبارت دیگر، در هر دو شکل یک الگوی نسبتاً یکسان از توزیع سرعت رسوبات در انتقال بار بستر قابل مشاهده می‌باشد. در تمامی حالت‌های انتقال بار بستر در لایه‌های رسوب بالای سطح اولیه بستر،  $z/d > 0$ ، یک پروفیل مقعر در توزیع سرعت رسوبات مشاهده می‌شود، در حالی که در لایه‌های پایین‌تر از سطح اولیه بستر،  $z/d < 0$ ، یک پروفیل محدب مشاهده می‌گردد. این تغییر تدریجی در شکل پروفیل سرعت رسوبات در تمام شیب‌ها نشان از تغییر در رژیم انتقال رسوبات می‌باشد. در شیب ۳ درصد، شدت تنش برشی میدان سیال می‌تواند رسوبات را به صورت انتقال جهشی حرکت دهد و مکانیزم حاکم در انتقال رسوبات بار بستر تبادل مومنتم بین جریان و رسوبات می‌باشد. اما در شیب ۵ درصد، شدت تنش برشی می‌تواند میزان انتقال رسوبات توده‌ای در لایه‌های زیرین بستر را نیز به دلیل تبادل

حاضر در تحلیل مسئله انتقال بار بستر، برطرف نمودن نسبی مشکلات مدل‌های اویلر-اویلر و اویلر-لاگرانژ بوده است. مدل‌های دو فازه اویلر-اویلر در تبیین میزان انتقال متوسط رسوبات کارایی نسبتاً خوبی از خود نشان می‌دهند اما در مدلسازی حرکات اتفاقی ذرات رسوب کارایی لازم را ندارند. مدل‌های اویلر-لاگرانژ ارائه شده برای شبیه سازی انتقال بار بستر نیز در توصیف مکانیزم اندرکنش در انتقال بار بستر تحت تنش‌های برشی بالا دچار ضعف می‌باشند، زیرا در این مدل‌ها نتایج مدل به شدت نسبت به اندازه شبکه حساس می‌باشد و از طرفی به هم پیوستن دو فاز متفاوت در این مدل‌ها از نظر مدل‌سازی عددی بسیار مشکل و هزینه‌بر می‌باشد. مدل دو فازه لاگرانژ-لاگرانژ ارائه شده در تحقیق حاضر نه تنها در تعیین انتقال رسوب برای مقادیر پایین تا متوسط تنش برشی بستر، بلکه در تنش‌های برشی بالا نیز مناسب عمل می‌نماید. با توجه به نتایج مدل عددی، در تنش برشی متوسط پروفیل سرعت جریان سیال یک پروفیل دولایه است که در این حالت انتقال رسوب به صورت انتقال جهشی صورت می‌گیرد و در تنش‌های برشی بالا، رژیم انتقال به صورت توده‌ای می‌باشد و مهمترین ویژگی سرعت جریان در این حالت سه لایه‌ای بودن پروفیل سرعت است. با مقایسه نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی، تطابق مناسبی مشاهده می‌گردد. این مدل اگرچه مکانیزم انتقال بار بستر در حالت‌های جهشی و توده‌ای را به طور مناسبی تشریح می‌کند، اما دقت نتایج آن در رابطه با بار توده‌ای در مقایسه با بار جهشی تا حدودی کمتر است.

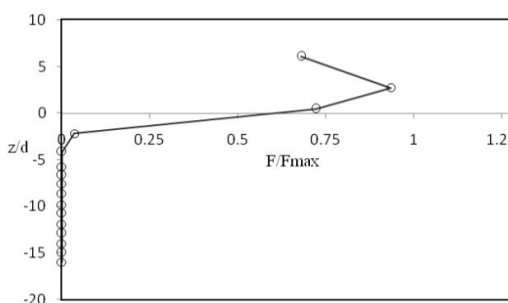
#### کلید واژگان

- 1-bed-load
- 2-saltation
- 3-sheet-flow
- 4-drag
- 5-oscillatory flow
- 6-Hard contact
- 7-Particle-Source-In (PSI)
- 8-Distinct Element Method (DEM)
- 9-Soft contact
- 10-Predictor-Corrector

نمود. با دقت در توزیع‌های نشان داده شده می‌توان دریافت که نیروی پسا برای ذراتی که در بالاترین لایه‌ی رسوبات قرار می‌گیرند از مقدار این نیرو برای ذراتی که در لایه‌های زیرین آن‌ها قرار می‌گیرند نسبتاً کمتر است. به دلیل اینکه نیروی پسا با توجه به تفاضل سرعت جریان و ذره‌ی رسوب تعیین می‌شود و از طرفی سرعت ذرات رسوبی که در بالاترین لایه‌های میدان رسوب حرکت می‌کنند زیاد است و گاهی در حدود سرعت جریان می‌باشد، نیروی پسای وارد بر آن‌ها کمتر از نیروی پسای وارد بر ذرات پایین‌تر که سرعت کمتری دارند می‌باشد.



شکل ۱۲- توزیع نیروی پسای ذرات رسوب برای شیب بستر ۳ درصد ( $\tau_* = 0.173$ )



شکل ۱۳- توزیع نیروی پسای ذرات رسوب برای شیب بستر ۵ درصد ( $\tau_* = 0.288$ )

#### ۴- نتیجه گیری

در مطالعه حاضر، یک مدل دو فازه‌ی لاگرانژی برای شبیه‌سازی انتقال بار بستر در مختصات دو بعدی بر مبنای روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر ارائه گردید. دلیل عمده استفاده از مدل لاگرانژ-لاگرانژ

15-dummy particles  
16-courant number  
17-two-layer profile  
18-clearwater

11-rheology  
12-Bingham  
13-lift  
14-Reynolds Number

### فهرست علائم اختصاری

$P_f^{n+1}$	فشار ذرات سیال در گام زمانی $n + 1$	$g$	شتاب ثقل
$\Rightarrow \tau$	تانسور تنش	$\tau_*$	تنش برشی بی بعد بستر یا پارامتر شیلدز
$\Rightarrow \Delta$	تانسور تغییر شکل	$u_*$	سرعت برشی
$\mu_{eff}$	ضریب لزجت	$W$	تابع کرنل
$d_s$	اندازه‌ی ذرات رسوب	$h$	طول هموار
$\rho_s$	چگالی رسوب	$m$	جرم
$u_s$	سرعت رسوب	$d_f$	اندازه‌ی ذرات سیال
$P_s$	فشار رسوب	$\rho_f$	چگالی سیال
$v_s$	لزجت لایه‌ای میدان رسوب	$u_f$	سرعت سیال
$F_{f-s}$	نیروی اندرکنش بین دو فاز (از سیال به رسوب)	$P_f$	فشار سیال
$\tau_Y$	تنش برشی تسلیم سیال غیر نیوتنی	$v_f$	لزجت لایه‌ای سیال
$\mu_s$	لزجت پلاستیک سیال غیر نیوتنی	$F_{s-f}$	نیروی اندرکنش بین دو فاز (از رسوب به سیال)
$S$	نرخ ثابت کرنش برشی	$r_f^n$	موقعیت ذرات سیال در گام زمانی $n$
$C_d$	ضریب پسا	$u_f^n$	سرعت ذرات سیال در گام زمانی $n$
$A$	سطح مقطع عمود بر جریان ذره‌ی رسوب	$r_f^*$	موقعیت ذرات سیال در نیم‌گام زمانی
$R_N$	عدد رینولدز	$u_f^*$	سرعت ذرات سیال در نیم‌گام زمانی
$\rho_*$	چگالی ذرات در گام پیش بینی	$\Delta u_f^*$	اختلاف سرعت ایجاد شده در مرحله پیش‌بینی
$\rho_0$	چگالی ثابت سیال	$\Delta t$	گام زمانی
$\beta$	پارامتر مربوط به سطح آزاد	$\Delta u_f^{**}$	اختلاف سرعت ایجاد شده در مرحله تصحیح
$l_0$	فاصله‌ی اولیه‌ی بین ذرات	$r_f^{n+1}$	موقعیت ذرات سیال در گام $n + 1$ می‌باشد
$V_{max}$	سرعت حداکثر در هر گام زمانی	$u_f^{n+1}$	سرعت ذرات سیال در گام زمانی $n + 1$

### ۵- پیوست

معادلات استفاده شده برای تعیین ضریب پسا بر اساس عدد رینولدز

$$\begin{aligned}
 C_d &= 24.0/R_N & R_N < 0.1 \\
 C_d &= 22.73/R_N + 0.0903/R_N^2 + 3.69 & 0.1 < R_N < 1.0 \\
 C_d &= 29.1667/R_N - 3.8889/R_N^2 + 1.222 & 1.0 < R_N < 10.0 \\
 C_d &= 46.5/R_N - 116.67/R_N^2 + 0.6167 & 10.0 < R_N < 100.0
 \end{aligned}$$

$$C_d = 98.33/R_N - 2778/R_N^2 + 0.3644 \quad 100.0 < R_N < 1000.0$$

$$C_d = 148.62/R_N - 4.75 \times 10^4/R_N^2 + 0.357 \quad 1000.0 < R_N < 5000.0$$

$$C_d = -490.546/R_N + 57.87 \times 10^4/R_N^2 + 0.46 \quad 5000.0 < R_N < 10000.0$$

$$C_d = -1662.5/R_N + 5.4157 \times 10^6/R_N^2 + 0.5191 \quad 10000.0 < R_N < 50000.0$$

11-Yeganeh-Bakhtiary, A., Gotoh, H. and Sakai, T., (2000), Applicability of Euler-Lagrange coupling multiphase-flow model to bed-load transport under high bottom shear, Journal of Hydraulic Research, Vol. 38, p. 389-398.

12-Campbell, C.S. and Brennen, C.E., (1985), Computer simulation of granular shear flows, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 151, p. 167-188.

13-Takahashi, T., (2007), Debris Flow Mechanics, Prediction and Countermeasures, Taylor & Francis, Print ISBN: 978-0-415-43552-9

14-Wiberg, P.L. and Smith, J.D., (1989), Model for calculating bed-load transport of sediment, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 115(1), p. 101-123.

15-Gotoh, H., Tsujimoto, T. and Nakagawa, H., (1994), Numerical model of interphase momentum transfer and interparticle collision in bed-load layer, Proceedings of APD-IAHR, p. 565-572.

16-Yeganeh-Bakhtiary, A., (1997), Velocity profile of sediment-laden flow in transition from saltation to sheet-flow, Proceedings of XXVII IAHR Congress, San Francisco, USA, JFK-SP, p. 1-6.

17-Yeganeh, A., Shabani, B., Gotoh, H. and Wang, S.S.Y., (2009), A Three-Dimensional Distinct Element Model for Bed-Load Transport, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 47(2), p. 203-212.

18-Bakhtiary, A.Y., (1999), Computational mechanics of bed-load transport at high bottom shear, Doctoral dissertation submitted to Kyoto University, p. 1-94.

19-Shao, S.D. and Lo, E.Y.M., (2003), Incompressible SPH Method for Simulating Newtonian and Non-Newtonian Flows with a Free Surface, Advances in Water Resources, Vol. 26(7), p. 787-800.

20-Monaghan, J.J. and Lattanzio, J.C., (1985), A refined particle method for

#### ۶- مراجع

1-Bagnold, R.A., (1973), The nature of saltation and of 'bed-load' transport in water, Proceedings of the Royal Society A, Vol. 332, p. 473-504.

2-Sumer, B.M., Kozakiewicz, A., Fredsoe, J., and Deigaard, R., (1996), Velocity and concentration profiles in sheet-flow layer of movable bed, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 122(10), p. 549-558.

3-Dubois, M.P., (1879), Le Rhone et les Rivieres a Lit affouillable, Annales de Ponts et Chaussées, Series 5, Vol. 18, p. 141-195.

4-Kobayashi, N. and Seo, S.N., (1985), Fluid and Sediment Interaction over a plane bed, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, pp. 2029-2051.

5-Asano, T., (1990), Two-plane flow model on oscillatory sheet-flow, Proceedings of 22nd ICCE, ASCE, Delft, pp. 2372-2384.

6-Horikawa, K., Watanabe, A. and Katori, S., (1982), Sediment transport under sheet-flow condition, Proceedings of 18th ICCE, ASCE, Cape Town, pp. 1335-1352

7-Dong, P., Zhang, K., (2002), Intense near-bed sediment motions in waves and currents, Coastal Engineering, Vol. 45(2), p. 75-87.

8-Hsu, T., Chang, K. and Hsieh, C., (2003), A two-phase flow model of wave-induced sheet flow, Journal of Hydraulic Research, Vol. 41(3), p. 299-310.

9-Bagnold, R.A., (1954), Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid shear, Proceedings of the Royal Society A, Vol. 225(1160), p. 49-63.

10-Hsu, T.J., Jenkins, J.T. and Liu, P.L.F., (2004), Two-phase sediment transport: Sheet flow of massive particles, Proceedings of the Royal Society A, Vol. 460, p. 2223-2250.



- 25-Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y., (1998), Numerical Analysis of Breaking Waves using the moving particle Semi-Implicit Method, International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 26, p. 751-769.
- 26-Ataie-Ashtiani, B., Shobeyri, G. and Farhadi, L., (2008), Modified Incompressible SPH method for simulating free surface problems, Fluid Dynamics Research, Vol. 40(9), p. 637-661.
- 27-Drake, T.G., Shreve, R.L., Dietrich, W.E., Whiting, P.E. and Leopold, L.B., (1988), Bed-load transport of fine gravel observed by motion-picture photography, Journal of Fluid Mechanics. Vol. 192, p. 193-217.
- astrophysical problems, Astronomy and Astrophysics, Vol. (149), p. 135-143.
- 21-Skelland, A.H.P., (1967), Non-Newtonian flow and heat transfer, New York, John Wiley and Sons Inc., 469 pages.
- 22-Bird, R.B., Dai, G.C. and Yarusso, B.J., (1983), The rheology and flow of viscoplastic materials, Reviews in Chemical Engineering, Vol. 1, p. 1-70.
- 23-Morsi, S.A. and Alexander, A.J., (1972), An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 55(2), p. 193-208.
- 24-Lo, E.Y.M. and Shao, S.D., (2002), Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method, Applied Ocean Research, Vol. 24, p. 275-286.